

Algunos ejercicios resueltos del tema 8: Física nuclear. (II): Radiactividad.

Resumen para estas cuestiones:

Desintegración radiactiva: emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros.

LEYES DE DESPLAZAMIENTO

Radiación α : Al emitirse radiación alfa, Z disminuye en 2 unidades y A en 4 unidades.

Se emite un núcleo de He-4. $({}^4_2He)$ ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}^4_2He$

Radiación β : Al emitirse radiación beta, Z aumenta en una unidad y A permanece constante.

Debido a la interacción nuclear débil, un neutrón se descompone en un protón, un electrón y un neutrino.

El protón se queda en el núcleo, y el electrón y el neutrino son desprendidos. ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p^+ + {}_{-1}^0e^- + {}_0^0\bar{\nu}_e$

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AY + {}_{-1}^0e^- + {}_0^0\bar{\nu}_e$$

Radiación γ : Al emitirse radiación gamma, Z y A no cambian, pero el núcleo desprende radiación electromagnética.

Se emite un fotón de R- γ ${}_0^0\gamma$ ${}_Z^AX^* \rightarrow {}_Z^AX + {}_0^0\gamma$

LEY DE DESINTEGRACIÓN RADIATIVA.

La desintegración es un proceso aleatorio. No sabemos cuándo va a desintegrarse un núcleo concreto. Pero podemos hacer cálculos estadísticos debido al elevado número de átomos que tiene una muestra.

Actividad: $A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N$ Unidades: bequerel (Bq) N: nº de átomos sin desintegrar.

Constante de desintegración radiactiva (λ): Probabilidad de desintegrarse un núcleo en la unidad de tiempo (s^{-1})

Vida media (τ): Tiempo promedio que tarda en desintegrarse un núcleo. $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$): Tiempo que tarda una cantidad inicial de núcleos sin desintegrar en reducirse a la mitad $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau$ $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Ley de desintegración: con nº átomos $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ con masa $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

También con la actividad $A(t) = A(t)_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Fracción sin desintegrar: $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t}$ despejando el tiempo: $t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{N}{N_0}$

Series radiactivas: si se producen x emisiones α , e y emisiones β $Z_{final} = Z_{inic} - 2 \cdot x + y$
 $A_{final} = A_{inic} - 4 \cdot x$

Paso de nº de átomos a masa y viceversa (nos dan como dato masa atómica M y $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

$$N \text{ átomos} \cdot \frac{M \text{ u}}{1 \text{ átomo}} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = \text{masa}(\text{kg}) \quad \text{masa}(\text{kg}) \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ átomo}}{M \text{ u}} = N \text{ átomos}$$

Radiactividad

a) Indicar las partículas constituyentes de los dos nucleidos ${}^3_1\text{H}$ y ${}^3_2\text{He}$ y explicar qué tipo de emisión radiactiva permitiría pasar de uno a otro.

a) el número de partículas que componen un determinado nucleido viene indicado por los números:

Z (Nº atómico) = Nº de protones

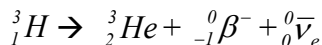
A (Nº másico) = Número de nucleones = nº protones + nº neutrones = $Z + N$ A_ZX

${}^3_1\text{H}$: Tiene $Z = 1$, $A = 3$, $N = A - Z = 2$ Este isótopo del H (tritio) posee 1 protón y dos neutrones.

${}^3_2\text{He}$: Tiene $Z = 2$, $A = 3$, $N = A - Z = 1$ Este isótopo del helio posee 2 protones y 1 neutrón.

Mediante la emisión radiactiva, un núcleo inestable desprende una o varias partículas, transformándose en otro nucleido más estable.

En este caso, al transformarse ${}^3_1\text{H}$ en ${}^3_2\text{He}$, vemos que Z aumenta en una unidad, mientras que A permanece constante. Esto es posible mediante la emisión de radiación β , que consiste en la desintegración de un neutrón por acción de la fuerza nuclear débil, produciendo un protón, un electrón y un neutrino. La reacción queda



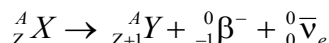
5.- El ${}^{238}_{92}\text{U}$ se desintegra emitiendo, sucesivamente, las siguientes partículas antes de alcanzar su forma estable: $\alpha, \beta, \beta, \alpha, \alpha, \alpha, \alpha, \alpha, \beta, \beta, \alpha, \beta, \beta, \alpha$. ¿Cuál es el nucleido estable que se alcanza?

Mediante la emisión radiactiva, un núcleo inestable, como en este caso el ${}^{238}_{92}\text{U}$, desprende una o varias partículas, transformándose en otro nucleido más estable. Este proceso puede continuar en lo que se denomina una serie radiactiva, hasta que se produzca un núcleo completamente estable.

Radiación α : Se emite un núcleo de He-2. $({}^4_2\alpha)$ ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\alpha$

Radiación β : Debido a la interacción nuclear débil, un neutrón se descompone en un protón, un electrón y un neutrino.

El protón se queda en el núcleo, y el electrón y el neutrino son desprendidos. ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p^+ + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}_e$



En cada desintegración alfa: Z disminuye en dos unidades y A en 4 unidades.

En cada desintegración beta: Z aumenta en una unidad, y A permanece constante.

Como en total se producen 8 desintegraciones alfa y 6 desintegraciones beta:

$$Z_{\text{final}} = 92 - 8 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 82 \quad A_{\text{final}} = 238 - 8 \cdot 4 = 206$$

Se trata de un isótopo del plomo ${}^{206}_{82}\text{Pb}$

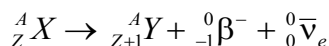
16.- El ${}^{234}_{90}\text{Th}$ sufre varias desintegraciones radiactivas α y β hasta llegar al núcleo estable ${}^{210}_{82}\text{Pb}$. Calcule razonadamente cuántas desintegraciones α y cuántas desintegraciones β se producen.

Mediante la emisión radiactiva, un núcleo inestable, como en este caso el ${}^{234}_{90}\text{Th}$, desprende una o varias partículas, transformándose en otro nucleido más estable. Este proceso puede continuar en lo que se denomina una serie radiactiva, hasta que se produzca un núcleo completamente estable (en este ejercicio ${}^{210}_{82}\text{Pb}$):

Radiación α : Se emite un núcleo de He-4. $({}^4_2\alpha)$ ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\alpha$

Radiación β : Debido a la interacción nuclear débil, un neutrón se descompone en un protón, un electrón y un neutrino.

El protón se queda en el núcleo, y el electrón y el neutrino son desprendidos. ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p^+ + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}_e$



En cada desintegración alfa: Z disminuye en dos unidades y A en 4 unidades.

En cada desintegración beta: Z aumenta en una unidad, y A permanece constante.

Suponemos que se producen un nº x de desintegraciones α , y un nº y de desintegraciones β . Planteamos dos ecuaciones:

Nº másico: A inicial: 234. A final: 210.

A varía sólo debido a las desintegraciones α . $234 - 4 \cdot x = 210 \rightarrow x = 6$ desintegraciones α .

Nº atómico: Z inicial: 90. Z final: 82.

Z disminuye en dos unidades en cada desintegración α y aumenta en una unidad en cada β .

$$90 - 2 \cdot x + y = 82 \rightarrow 90 - 2 \cdot 6 + y = 82 \rightarrow y = 4 \text{ desintegraciones } \beta.$$

Se producen 6 desintegraciones α y 4 desintegraciones β (no necesariamente en ese orden).

2019. Suplente Septiembre. A.4

a) El $^{35}_{16}\text{S}$ se desintegra emitiendo radiación beta, y el $^{214}_{84}\text{Po}$ emitiendo radiación alfa. Explique cómo es cada uno de los procesos citados y determine las características del nucleido resultante en cada caso.

Radiación β : Debido a la interacción nuclear débil, un neutrón se descompone en un protón, un electrón y un neutrino.

El protón se queda en el núcleo, y el electrón y el neutrino son desprendidos. $^1_0n \rightarrow ^1_1p^+ + ^0_{-1}e^- + ^0_0\bar{\nu}_e$

$$^A_ZX \rightarrow ^A_{Z+1}Y + ^0_{-1}e^- + ^0_0\bar{\nu}_e \quad Z \text{ aumenta en una unidad y } A \text{ permanece igual.}$$

$$\text{Así, la reacción } ^{35}_{16}\text{S} \rightarrow ^{35}_{17}\text{Cl} + ^0_{-1}e^- + ^0_0\bar{\nu}_e$$

El nucleido resultante $^{35}_{17}\text{Cl}$ tiene 17 protones y 18 neutrones.

$$\text{Radiación } \alpha: \text{ Se emite un núcleo de He-2. } (^4_2\alpha) \quad ^A_ZX \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^4_2\alpha$$

Z disminuye en 2 unidades y A en 4 unidades.

$$\text{La reacción } ^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb} + ^4_2\text{He}$$

El nucleido resultante, $^{210}_{82}\text{Pb}$ tiene 82 protones y 128 neutrones.

Ley de desintegración radiactiva.

8. Se tienen 50 mg de $^{131}_{53}\text{I}$, cuya vida media es de 8 días. Calcular:

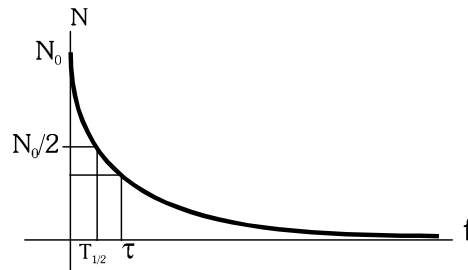
- Cantidad del isótopo que había hace un mes y cantidad que habrá dentro de dos meses.
 - Periodo de semidesintegración.
 - Actividad.
- (1 u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg) (considerar los meses de 30 días).

Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

El ritmo de desintegración de los núcleos de $^{131}_{53}\text{I}$ depende de la masa que quede sin desintegrar, m, de forma que la masa inicial disminuye según la ley de desintegración radiactiva:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

donde m_0 es la masa inicial sin desintegrar, t el tiempo transcurrido y λ la constante de desintegración radiactiva (probabilidad de desintegrarse un núcleo en la unidad de tiempo).



a) Cantidad del isótopo que había hace un mes (30 días).

Tenemos ahora 50 mg de la muestra radiactiva ($m = 50$ mg)

Nos piden la cantidad inicial que había hace un mes (m_0)

El tiempo transcurrido es $t = 30$ días (podemos pasarlo a segundos, pero también dejarlo en días)

La vida media es $\tau = 8$ días. La constante radiactiva $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{8 \text{ días}} = 0,125 \text{ días}^{-1}$

$$\text{Sustituyendo } 50 \text{ mg} = m_0 \cdot e^{-0,125 \cdot 30} = 0,0235 \cdot m_0 \rightarrow m_0 = 2127,66 \text{ mg}$$

(Si calculamos los átomos: $9,78 \cdot 10^{21}$ átomos)

Cantidad del isótopo que habrá dentro de dos meses (60 días).

Ahora los 50 mg es la cantidad inicial sin desintegrar ($m_0 = 50$ mg)

Nos piden la cantidad m que quedará sin desintegrar dentro de dos meses.

El tiempo transcurrido es $t = 60$ días (podemos pasarlo a segundos, pero también dejarlo en días)

La constante radiactiva ya la hemos calculado $\lambda = 0,125 \text{ días}^{-1}$

$$\text{Sustituyendo } m = 50 \text{ mg} \cdot e^{-0,125 \cdot 60} = 0,0277 \text{ mg} \text{ quedan sin desintegrar.}$$

(Si calculamos los átomos: $1,27 \cdot 10^{17}$ átomos)

b) Periodo de semidesintegración.

El periodo de semidesintegración es el tiempo que tarda en desintegrarse la mitad de la cantidad inicial de núcleos.

$$\text{Lo calculamos a partir de la vida media } T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau = 5,55 \text{ días} = 4,791 \cdot 10^5 \text{ s}$$

c) Actividad.

La actividad indica el ritmo de desintegración en un instante determinado. Se mide en Bq.

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N \quad (\text{importante: debemos usar aquí el S.I})$$

$$\text{La constante radiactiva } \lambda = 0,125 \text{ días}^{-1} = \frac{0,125}{\text{día}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 1,447 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

(También podemos pasar la vida media a segundos $\tau = 8 \text{ días} = 691200 \text{ s}$ y luego hacer $\lambda = \frac{1}{\tau} = 1,447 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$)

El número de átomos lo calculamos a partir de la masa ($50 \text{ mg} = 0,05 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$) y la masa atómica. No nos la dicen exactamente, pero podemos usar de forma aproximada el número másico A: 131 u.

$$5 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ átomo}}{131 \text{ u}} = 2,3 \cdot 10^{20} \text{ átomos}$$

$$\text{Y la actividad } A(t) = \lambda \cdot N = 1,447 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1} \cdot 2,3 \cdot 10^{20} \text{ átomos} = 3,328 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$$

9.- La vida media del $^{234}_{90}\text{Th}$ es de 24 días. ¿Qué proporción de Torio permanecerá sin desintegrarse el cabo de 96 días?

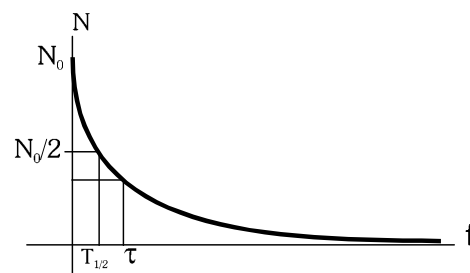
Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

El ritmo de desintegración de los núcleos de $^{234}_{90}\text{Th}$ depende de la cantidad de núcleos que queden sin desintegrar, N , de forma que el número de átomos inicial disminuye según la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

donde N_0 es el nº inicial de átomos, t el tiempo transcurrido y τ la vida media de la sustancia radiactiva (tiempo promedio de desintegración de un núcleo).

La fracción sin desintegrar se calcula $\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\frac{96 \text{ días}}{24 \text{ días}}} = e^{-4} = 0,0183 = 1,83\% \text{ sin desintegrar}$



10. La constante de desintegración radiactiva de una preparación es $1,44 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$. ¿Cuánto tiempo tardará en desintegrarse el 75 % de la masa original?

Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

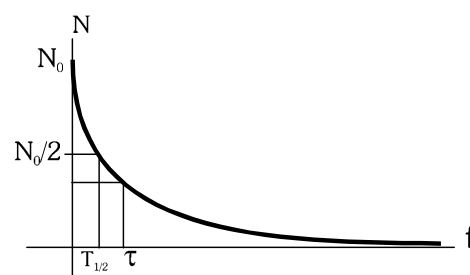
El ritmo de desintegración depende de la cantidad que queden sin desintegrar, de forma que la masa sin desintegrar disminuye según la ley de desintegración radiactiva:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

El enunciado nos dice que se desintegra el 75%, lo que significa que queda el 25% sin desintegrar. Por lo tanto, la fracción sin desintegrar será:

$$\frac{m}{m_0} = 25\% = 0,25$$

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda \cdot t} = 0,25 \rightarrow -\lambda \cdot t = \ln 0,25 \rightarrow t = -\frac{\ln 0,25}{\lambda} = -\frac{\ln 0,25}{1,44 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}} = 962,7 \text{ h} = 3,466 \cdot 10^6 \text{ s}$$



11. El análisis de $^{14}_6\text{C}$ de una momia egipcia revela que presenta 2/3 de la cantidad habitual en un ser vivo. ¿Cuándo murió el egipcio momificado? (T de semidesintegración = 5730 años)

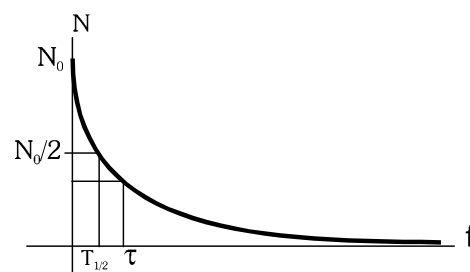
Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

Cuando un ser vivo muere, la cantidad de $^{14}_6\text{C}$ que posee disminuye por desintegración. El ritmo de desintegración de los núcleos de $^{14}_6\text{C}$ depende de la cantidad de núcleos que queden sin desintegrar, N , de forma que el número de átomos inicial disminuye según la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

donde N_0 es el nº inicial de átomos, t el tiempo transcurrido y τ la vida media de la sustancia radiactiva (tiempo promedio de desintegración de un núcleo).

La fracción sin desintegrar se calcula $\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{N}{N_0}$



El periodo de semidesintegración ($T_{\frac{1}{2}}$) es el tiempo que transcurre hasta que la cantidad de átomos inicial se reduce a la mitad. $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau \rightarrow \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 8266,6 \text{ años}$

Nos dicen que la fracción sin desintegrar es de $\frac{2}{3}$, así que

$$\frac{2}{3} = e^{-\frac{t}{8266,6}} \rightarrow t = -8266,6 \cdot \ln \frac{2}{3} = 3352 \text{ años}$$

Hace aproximadamente 3352 años que murió el egipcio momificado.

(Selectividad junio 06. Opción A. 4.)

El período de semidesintegración del ^{226}Ra es de 1620 años.

a) Explique qué es la actividad y determine su valor para 1 g de ^{226}Ra .

b) Calcule el tiempo necesario para que la actividad de una muestra de ^{226}Ra quede reducida a un dieciseisavo de su valor original.

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

a) Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq). 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante

determinado. Se calcula con la expresión: $A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N$

Calculamos λ , la constante radiactiva del radio, a partir del periodo de semidesintegración

$$T_{\frac{1}{2}} = 1620 \text{ años} = 5,1 \cdot 10^{10} \text{ s.}$$

$$\lambda \text{ y } T_{\frac{1}{2}} \text{ están relacionados a través de la vida media } \tau. \quad \tau = \frac{1}{\lambda} \quad T_{\frac{1}{2}} = \tau \cdot \ln 2$$

$$\text{Por tanto } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 1,36 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Calculamos ahora N, el nº de átomos de Ra contenidos en 1 g

La masa atómica del ^{226}Ra es de 226 u aproximadamente, con lo que 1 mol de ^{226}Ra tiene 226 g de masa. Así:

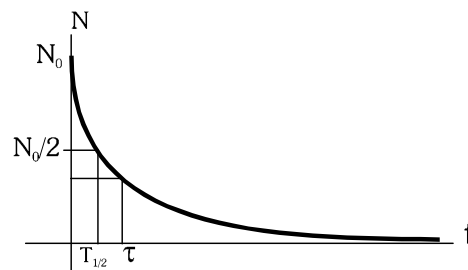
$$1 \text{ g } ^{226}\text{Ra} \cdot \frac{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}}{226 \text{ g } ^{226}\text{Ra}} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}}{1 \text{ mol } ^{226}\text{Ra}} = 2,66 \cdot 10^{21} \text{ átomos } ^{226}\text{Ra}$$

$$\text{Sustituyendo en la expresión de la actividad } A(t) = \lambda \cdot N = 3,62 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

Es decir, la cantidad de ^{226}Ra presente en la muestra se reduce actualmente a un ritmo de $3,62 \cdot 10^{10}$ desintegraciones por segundo.

b) El periodo de semidesintegración, $T_{\frac{1}{2}}$, indica el tiempo que tarda una cierta cantidad de sustancia radiactiva en reducirse a la mitad, es decir, el tiempo que transcurre hasta la desintegración de la mitad de núcleos que teníamos inicialmente. De este modo, al cabo de un periodo de semidesintegración, quedará la mitad de la muestra original, al cabo de dos veces el $T_{\frac{1}{2}}$, quedará la cuarta parte, al cabo de tres $T_{\frac{1}{2}}$, la octava parte, y quedará un dieciseisavo de la cantidad original transcurrido un tiempo igual a cuatro veces el periodo de semidesintegración.

Por lo tanto, el tiempo necesario que nos piden es de $4 \cdot 1620 \text{ años} = 6480 \text{ años} = 2,04 \cdot 10^{11} \text{ s}$



PEVAU 2018. Reserva B. A4

b) Uno de los isótopos que se suele utilizar en radioterapia es el ^{60}Co . La actividad de una muestra se reduce a la milésima parte en 52,34 años. Si tenemos $2 \cdot 10^{15}$ núcleos inicialmente, determine la actividad de la muestra al cabo de dos años.

La ley de desintegración radiactiva nos permite calcular cómo varía la cantidad de átomos sin desintegrar de una muestra, y también su actividad. Recordemos que la actividad es proporcional al número de átomos.

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N$$

Y la ley de desintegración $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Si la actividad se reduce a la milésima parte en 52,34 años, también el número de átomos lo hace

Pasamos ese tiempo a segundos 52,34 años = $1,651 \cdot 10^9$ s. Calculamos la constante de desintegración λ

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow 0,001 = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow -\lambda \cdot t = \ln 0,001 = -6,908 \rightarrow \lambda = 4,18 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

(El dato de los 52,34 años nos ha servido para calcular la constante λ . A partir de aquí nos preguntan por un tiempo de 2 años)

$$t = 2 \text{ años} = 6,3072 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$N_0 = 2 \cdot 10^{15} \text{ núcleos}$$

Calculamos el número de núcleos que quedan

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow N = 2 \cdot 10^{15} \cdot e^{-4,18 \cdot 10^{-9} \cdot 6,3072 \cdot 10^7} = 1,536 \cdot 10^{15} \text{ núcleos}$$

Y la actividad

$$A(t) = \lambda \cdot N = 4,18 \cdot 10^{-9} \cdot 1,536 \cdot 10^{15} = 6,42 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

(Recordad que para que la actividad esté medida en Bq (desintegraciones/s), la constante de desintegración debe estar medida en s^{-1} , y N es el nº de átomos, no la masa)