Algunos ejercicios resueltos del tema 7: Física cuántica.

Fotones:

1.- Determinar la energía de un fotón para:
a) Ondas de radio de 1500 kHz b) Luz verde de 550 nm c) Rayos X de 0,06 nm
(para todas, el medio de propagación es el vacío) $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1} , $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s

La energía de un fotón viene determinada por la expresión de Planck $E_f = h \cdot f$, donde h es la constante de Planck y υ la frecuencia de la luz.

Suponiendo que las ondas viajan por el vacío, la frecuencia y la longitud de onda están relacionadas por $\lambda = \frac{c}{f}$, siendo *c* la velocidad de la luz en el vacío.

a) Ondas de radio:
$f = 1500$ kHz $= 1{,}5 \cdot 10^6$ Hz $\quad E_f = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 1{,}5 \cdot 10^6\, s^{-1} = 9{,}95 \cdot 10^{-28} J$

b) Luz verde $\lambda = 550$ nm $= 550 \cdot 10^{-9}$ m $= 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ m $\quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{5{,}5 \cdot 10^{-7} m} = 5{,}45 \cdot 10^{14}\, Hz$
La energía: $E_f = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 5{,}45 \cdot 10^{14}\, s^{-1} = 3{,}61 \cdot 10^{-19} J$

c) Rayos X $\lambda = 0{,}06$ nm $= 0{,}06 \cdot 10^{-9}$ m $= 6 \cdot 10^{-11}$ m $\quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{6 \cdot 10^{-11} m} = 5 \cdot 10^{18}\, Hz$
La energía: $E_f = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 5 \cdot 10^{18}\, s^{-1} = 3{,}32 \cdot 10^{-15} J$

2.- Una estación de radio emite con una $\lambda = 25$ m. (datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1} , $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s)
Calcular:
a) Frecuencia de las OEM emitidas
Suponiendo que las ondas viajan por el vacío, la frecuencia y la longitud de onda están relacionadas por $\lambda = \frac{c}{\upsilon}$, siendo *c* la velocidad de la luz en el vacío. $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{25\, m} = 1{,}2 \cdot 10^7\, Hz$

b) Energía de los fotones
La energía de un fotón viene determinada por la expresión de Planck $E_f = h \cdot \upsilon$, donde h es la constante de Planck y υ la frecuencia de la luz. $E_f = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 1{,}2 \cdot 10^7\, s^{-1} = 7{,}96 \cdot 10^{-27} J$

c) Número de fotones emitidos por hora si la potencia de la emisora es de 6 kW.
Una potencia de 6 kW significa que emite 6000 W = 6000 J/s. Como sabemos la energía de un fotón
$1\, h \cdot \frac{3600\, s}{1\, h} \cdot \frac{6000\, J}{1\, s} \cdot \frac{1\, fotón}{7{,}96 \cdot 10^{-27} J} = 2{,}71 \cdot 10^{33}$ fotones emitidos en una hora.

Efecto fotoeléctrico:

3.- Un haz de luz de 400 nm incide sobre un fotocátodo de Ce, cuyo trabajo de extracción es de 1,8 eV. Calcular:
a) Energía máxima de los fotoelectrones.
b) Frecuencia umbral.
c) Razone cómo cambiarían los resultados anteriores si la radiación es ahora de 800 nm.
(datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1} , $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

Nos encontramos ante una cuestión sobre efecto fotoeléctrico, la emisión de electrones por parte de un metal cuando sobre él incide radiación electromagnética de la frecuencia adecuada.

Einstein explicó el efecto fotoeléctrico en 1905 suponiendo que la energía de la luz se transmite de forma discreta mediante "paquetes" o "cuantos" de luz (más tarde denominados "fotones"). La energía de un fotón depende de la frecuencia de la radiación ($E_f = h \cdot f$). Al incidir el fotón sobre un electrón del metal, le cede su energía.

Si la energía del fotón es insuficiente para vencer la atracción por parte del núcleo (si E_f es menor que el trabajo de extracción, $\phi_0 = W_{extr} = h \cdot f_0$) no se producirá la emisión de electrones. f_0 es la frecuencia umbral característica del metal, la frecuencia mínima que debe tener la radiación para que se produzca la emisión de electrones.

Si $E_f > \phi_0$, entonces se producirá la emisión de electrones. La energía sobrante se invierte en aumentar la energía cinética de los electrones emitidos.

$$E_f = \phi_0 + Ec_e \quad \rightarrow \quad Ec_e = h \cdot f - h \cdot f_0$$

a) La energía de los fotones λ = 400 nm = 4 · 10^{-7} m $\qquad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^8 m\cdot s^{-1}}{4\cdot 10^{-7} m} = 7,5 \cdot 10^{14}\, Hz$

$$E_f = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 7,5 \cdot 10^{14}\, s^{-1} = 4,97 \cdot 10^{-19} J$$

El trabajo de extracción $\phi_0 = 1,8\, eV = 1,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J = 2,88 \cdot 10^{-19} J$

Y la Ec máxima de los electrones

$$E_f = \phi_0 + Ec_e \rightarrow Ec_e = E_f - \phi_0 = 4,97 \cdot 10^{-19} J - 2,88 \cdot 10^{-19} J = 2,09 \cdot 10^{-19} J$$

b) La frecuencia umbral la frecuencia mínima que debe tener la radiación para que se produzca la emisión de electrones. Es una propiedad característica del metal. Está relacionada con el trabajo de extracción.

$$\phi_0 = h \cdot f_0 \rightarrow f_0 = \frac{\phi_0}{h} = \frac{2,88\cdot 10^{-19} J}{6,63\cdot 10^{-34} J\cdot s} = 4,34 \cdot 10^{14} Hz$$

La longitud de onda umbral (longitud de onda máxima de la radiación para que se produzca el efecto)

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3\cdot 10^8 m\cdot s^{-1}}{4,34\cdot 10^{14} s^{-1}} = 6,91 \cdot 10^{-7} m$$

c) Como conocemos la longitud de onda umbral, podemos compararla con la frecuencia de la radiación.

800 nm = 8 ·10^{-7} m Esta longitud de onda es mayor que la longitud de onda umbral, que es la máxima para que se produzca la emisión de electrones. Por lo tanto, no se producirá efecto fotoeléctrico con esta radiación.

(También podríamos calcular su frecuencia y compararla con la frecuencia umbral; observaremos en este caso que la frecuencia es menor que la umbral, por lo que no se produciría el efecto. O podemos calcular la energía de los fotones y compararla con el trabajo de extracción. Nuevamente veríamos que $E_f < \phi_0$ por lo que no se emitirían electrones)

El apartado **b** no se ve afectado, porque tanto trabajo de extracción, frecuencia umbral y longitud de onda umbral son magnitudes características del metal, y son independientes de la radiación incidente.

4.- Una radiación de 1,5 μm incide sobre una superficie metálica y produce la emisión de fotoelectrones con una velocidad máxima v = 10^5 m s^{-1}. Calcular:

a) Trabajo de extracción del metal

b) Frecuencia umbral de fotoemisión

c) Potencial de frenado de los electrones.

(datos: c = 3 · 10^8 m s^{-1} , h = 6,63·10^{-34} J·s , m$_e$ = 9,1 ·10^{-31} kg)

Nos encontramos ante una cuestión sobre efecto fotoeléctrico, la emisión de electrones por parte de un metal cuando sobre él incide radiación electromagnética de la frecuencia adecuada.

Einstein explicó el efecto fotoeléctrico en 1905 suponiendo que la energía de la luz se transmite de forma discreta mediante "paquetes" o "cuantos" de luz (más tarde denominados "fotones"). La energía de un fotón depende de la frecuencia de la radiación ($E_f = h \cdot f$). Al incidir el fotón sobre un electrón del metal, le cede su energía.

Si la energía del fotón es insuficiente para vencer la atracción por parte del núcleo (si E_f es menor que el trabajo de extracción, $W_{extr} = h \cdot f_0$) no se producirá la emisión de electrones. f_0 es la frecuencia umbral característica del metal, la frecuencia mínima que debe tener la radiación para que se produzca la emisión de electrones.

Si $E_f > W_{extr}$, entonces se producirá la emisión de electrones. La energía sobrante se invierte en aumentar la energía cinética de los electrones emitidos.

$$E_f = W_{extr} + Ec_e \quad \rightarrow \quad Ec_e = h \cdot f - h \cdot f_0$$

a) Calculamos el trabajo de extracción a partir de la energía de los fotones y de la energía cinética máxima de los electrones emitidos $E_f = W_{extr} + Ec_e \rightarrow W_{extr} = E_f - Ec_e$

La energía de los fotones λ = 1,5 μm = 1,5 · 10^{-6} m $\qquad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^8 m\cdot s^{-1}}{1,5\cdot 10^{-6} m} = 2 \cdot 10^{14}\, Hz$

$$E_f = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 2 \cdot 10^{14}\, s^{-1} = 1,33 \cdot 10^{-19} J$$

La energía cinética máxima de los electrones

$$Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 0{,}5 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^5)^2 = 4{,}55 \cdot 10^{-21} J$$

Así, el trabajo de extracción: $W_{extr} = E_f - Ec_e = 1{,}33 \cdot 10^{-19} J - 4{,}55 \cdot 10^{-21} J = 1{,}28 \cdot 10^{-19} J$

b) La frecuencia umbral la obtenemos a partir del trabajo de extracción

$$W_{extr} = h \cdot f_0 \rightarrow f_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-19} J}{6{,}63 \cdot 10^{-34} J \cdot s} = 1{,}93 \cdot 10^{14} Hz$$

c) El potencial de frenado es la diferencia de potencial que hay que aplicar para frenar los electrones emitidos y que no alcancen el ánodo, cortando la corriente eléctrica. Está relacionado con la energía cinética máxima de los electrones. $V_{fr} = \frac{Ec_e}{e}$ donde e = 1,6 ·10^{-19} C

$$V_{fr} = \frac{Ec_e}{e} = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-21} J}{1{,}6 \cdot 10{-}19\ \mathrm{C}} = 0{,}028\ V = 28\ mV$$

5. Al iluminar una superficie metálica con una longitud de onda λ_1 = 200 nm, el potencial de frenado de los fotoelectrones es de 2 V, mientras que si la longitud de onda es λ_2 = 240 nm, el potencial de frenado se reduce a 1 V. Obtener razonadamente el trabajo de extracción del metal, y el valor que resulta para la cte de Planck, h, en esta experiencia.

(e = 1,6 · 10^{-19} C; c = 3 · 10^{8} m/s)

*(¡Ojo a este problema! **NO** nos dan la constante de Planck, sino que nos piden que la calculemos en esta experiencia concreta. **NO** podemos responder diciendo que vale 6,63 ·10^{-34} J·s porque nos lo sabemos de memoria. Nos lo tacharían. Sólo podemos usar los datos que nos suministra el problema. Además, tratándose de datos experimentales, probablemente no obtengamos el resultado exacto, sino con un ligero error)*

Nos encontramos ante una cuestión sobre efecto fotoeléctrico, la emisión de electrones por parte de un metal cuando sobre él incide radiación electromagnética de la frecuencia adecuada.

Einstein explicó el efecto fotoeléctrico en 1905 suponiendo que la energía de la luz se transmite de forma discreta mediante "paquetes" o "cuantos" de luz (más tarde denominados "fotones"). La energía de un fotón depende de la frecuencia de la radiación ($E_f = h \cdot f$). Al incidir el fotón sobre un electrón del metal, le cede su energía.

Si la energía del fotón es insuficiente para vencer la atracción por parte del núcleo (si E_f es menor que el trabajo de extracción, $W_{extr} = h \cdot f_0$) no se producirá la emisión de electrones. υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal, la frecuencia mínima que debe tener la radiación para que se produzca la emisión de electrones.

Si $E_f > W_{extr}$, entonces se producirá la emisión de electrones. La energía sobrante se invierte en aumentar la energía cinética de los electrones emitidos.

$$E_f = W_{extr} + Ec_e \rightarrow h \cdot f = W_{extr} + Ec_e$$

Nuestras incógnitas son h y el trabajo de extracción. En cada caso, obtenemos υ a partir de la longitud de onda, y la Ec a partir del potencial de frenado. Planteamos una ecuación para cada experiencia:

Exp 1: λ_1 = 200 nm = 2 ·10-7 m → $f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{2 \cdot 10^{-7} m} = 1{,}5 \cdot 10^{15}\ Hz$

V_{fr} = 2 V → Ec_e = e · V_{fr} = 1,6 ·10^{-19} C · 2 V = 3,2 ·10^{-19} J

$h \cdot f_1 = W_{extr} + Ec_{e1} \rightarrow h \cdot 1{,}5 \cdot 10^{15} = W_{extr} + 3{,}2 \cdot 10^{-19}$

Exp 2: λ_2 = 240 nm = 2,4 ·10^{-7} m → $f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{2{,}4 \cdot 10^{-7} m} = 1{,}25 \cdot 10^{15}\ Hz$

V_{fr} = 1 V → Ec_e = e · V_{fr} = 1,6 ·10^{-19} C · 1 V = 1,6 ·10^{-19} J

$h \cdot f_2 = W_{extr} + Ec_{e2} \rightarrow h \cdot 1{,}25 \cdot 10^{15} = W_{extr} + 1{,}6 \cdot 10^{-19}$

Resolvemos el sistema: Por reducción, restando ambas: $h \cdot 0{,}25 \cdot 10^{15} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$

Con lo que $h = 6{,}4 \cdot 10^{-34}$ J·s según esta experiencia.

Y el trabajo de extracción: $6{,}4 \cdot 10^{-34} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{15} = W_{extr} + 3{,}2 \cdot 10^{-19}$

$W_{extr} = 6{,}4 \cdot 10^{-19} J$ (4 eV)

Junio 2019. B. 4

4. a) Sobre un metal se hace incidir una cierta radiación electromagnética produciéndose la emisión de electrones. i) Explique el balance energético que tiene lugar en el proceso. Justifique qué cambios se producirían si: ii) Se aumenta la frecuencia de la radiación incidente. iii) se aumenta la intensidad de dicha radiación.

b) Se observa que al iluminar una lámina de silicio con luz de longitud de onda superior a 1,09 ·10^{-6} m deja de producirse el efecto fotoeléctrico. Calcule razonadamente la frecuencia umbral del silicio, su trabajo de extracción y la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos cuando se ilumina una lámina de silicio con luz ultravioleta de 2,5 ·10^{-7} m. h = 6,63 ·10^{-34} J s , c = 3 ·10^{8} ms^{-1}

a) La cuestión versa sobre el efecto fotoeléctrico.

Einstein explicó el efecto fotoeléctrico en 1905 suponiendo que la energía de la luz se transmite de forma discreta mediante "paquetes" o "cuantos" de luz (más tarde denominados "fotones"). La energía de un fotón depende de la frecuencia de la radiación ($E_f = h \cdot f$). Al incidir el fotón sobre un electrón del metal, le cede su energía.

Si la energía del fotón es insuficiente para vencer la atracción por parte del núcleo (si E_f es menor que el trabajo de extracción, $\phi_0 = h \cdot f_0$) no se producirá la emisión de electrones.

Si $E_f > \phi_0$, entonces se producirá la emisión de electrones. La energía sobrante se invierte en aumentar la energía cinética de los electrones emitidos.

$$E_f = \Phi_0 + Ec_e \qquad \rightarrow \qquad Ec_e = h \cdot f - h \cdot f_0$$

Vemos que si la frecuencia de la radiación incidente es inferior a la frecuencia umbral, no se producirá el efecto.

ii) Como vemos en la expresión de la Ec máxima de los fotoelectrones, dicha Ec aumentará al aumentar la frecuencia de la radiación incidente. $Ec_e = h \cdot f - h \cdot f_0$

El número de electrones emitidos no se verá afectado, ya que no aumenta el número de fotones incidentes, sino la energía de cada uno.

iii) Aumentar la intensidad de la radiación significa aumentar el número de fotones incidentes, pero no la energía (frecuencia) de cada uno. Por lo tanto, se emitirán más fotoelectrones, pero con la misma Ec máxima.

b) El dato corresponde a la longitud de onda umbral (λ_0)del silicio, es decir, la longitud de onda máxima que puede tener la radiación incidente para producir efecto fotoeléctrico. Con mayor longitud de onda, los fotones no tendrán energía suficiente para extraer los electrones de sus átomos. Calculamos la frecuencia umbral (frecuencia mínima de la radiación incidente para que se produzca el efecto)

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8\ ms^{-1}}{1{,}09 \cdot 10^{-6}\ m} = 2{,}75 \cdot 10^{14}\ Hz$$

El trabajo de extracción, o función trabajo (ϕ_0 o W_{extr}), es la energía mínima que debe tener el fotón para que el electrón venza la atracción del núcleo. $\phi_0 = h \cdot f_0 = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J\ s \cdot 2{,}75 \cdot 10^{14}\ s^{-1} = 1{,}82 \cdot 10^{-19}\ J$

Al incidir luz ultravioleta de $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ m, la energía de los fotones incidentes será

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J\ s \cdot 3 \cdot 10^8\ ms^{-1}}{2{,}5 \cdot 10^{-7}\ m} = 7{,}96 \cdot 10^{-19}\ J$$

La energía cinética máxima de los fotoelectrones será $Ec_e = E_f - \phi_0 = 6{,}14 \cdot 10^{-19}\ J$ (unos 3,8 eV)

El trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV. Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda 200·10 $^{-9}$ m. Calcule razonadamente:

a) La energía cinética de los fotoelectrones emitidos y el potencial de frenado.

b) La longitud de onda umbral para el aluminio.

h = 6,63·10 $^{-34}$ J s ; c = 3 ·10^{8} m s $^{-1}$; 1 eV = 1,6·10 $^{-19}$ J

a) Nos encontramos ante un problema de efecto fotoeléctrico (emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética). Este fenómeno, que las teorías clásicas no podían explicar suponiendo un carácter ondulatorio para la luz, fue explicado por Einstein en 1905 suponiendo que en la interacción entre radiación y materia la luz adopta carácter de partícula, es decir, la energía de la luz incidente se transmite de forma discreta, concentrada en partículas o "cuantos" de luz, los fotones. La energía de un fotón depende de su frecuencia y viene dada por la expresión $E_f = h \cdot f$, donde h es la constante de Planck (h = 6,6·10 $^{-34}$ J s).

Al incidir sobre los electrones externos del metal, el fotón cede su energía íntegramente al electrón. Para poder extraerlo del metal, esta energía debe ser superior a la necesaria para vencer la atracción del núcleo (trabajo de extracción $W_{extr} = h \cdot f_0$, donde f_0 es la frecuencia umbral característica del metal.
La energía sobrante se invierte en aportar energía cinética a los electrones.

El balance energético queda $E_f = \mathrm{W}_{extr} + Ec_e$

La energía del fotón: $E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J\,s \cdot 3 \cdot 10^{8}\ ms^{-1}}{200 \cdot 10^{-9}\ m} = 9{,}95 \cdot 10^{-19}\ J$

Pasamos el trabajo de extracción al S.I. $4{,}2\ eV \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J}{1\ eV} = 6{,}72 \cdot 10^{-19}\ J$

Por lo tanto la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos será
$Ec_e = E_f - W_{extr} = 9{,}95 \cdot 10^{-19}\,J - 6{,}72 \cdot 10^{-19}\,J = 3{,}23 \cdot 10^{-19}\,J$ *(aprox. 2 eV)*

El potencial de frenado (diferencia de potencial necesaria para frenar los electrones emitidos, reduciendo a cero su energía cinética) se calcula con la expresión $V_{fr} = \frac{Ec_e}{e} = \frac{3{,}23 \cdot 10^{-19}\ J}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J\,s} = 2{,}02\ V$

b) La existencia de un trabajo de extracción para cada metal implica una energía mínima que debe tener cada fotón de la radiación incidente para producir efecto fotoeléctrico. Es decir, la radiación debe tener una frecuencia mínima, denominada frecuencia umbral $f_0 = \frac{W_{extr}}{h}$. Cada metal posee su frecuencia umbral característica.

En el caso del aluminio, $f_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{6{,}72 \cdot 10^{-19}\ J}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J\,s} = 1{,}02 \cdot 10^{15}\ Hz$

La longitud de onda umbral se calcula $\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ m\,s^{-1}}{1{,}02 \cdot 10^{15}\ s^{-1}} = 2{,}94 \cdot 10^{-7}\ Hz$

(Selectividad 2006 Andalucía. Junio. B.4)

Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V.

a) Determine la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.

b) Cuando la superficie del metal se ha oxidado, el potencial de frenado para la misma luz incidente es de 0,7 V. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal: i) la energía cinética máxima de los fotoelectrones; ii) la frecuencia umbral de emisión; iii) la función trabajo.

($c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1} ; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

a) Nos encontramos ante un problema de efecto fotoeléctrico (emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética). Este fenómeno, que las teorías clásicas no podían explicar suponiendo un carácter ondulatorio para la luz, fue explicado por Einstein en 1905 suponiendo que en la interacción entre radiación y materia la luz adopta carácter de partícula, es decir, la energía de la luz incidente se transmite de forma discreta, concentrada en partículas o "cuantos" de luz, los fotones. La energía de un fotón depende de su frecuencia y viene dada por la expresión $E_f = h \cdot f$, donde h es la constante de Planck (h = 6,6·10^{-34} J s).

Al incidir sobre los electrones externos del metal, el fotón cede su energía íntegramente al electrón. Para poder extraerlo del metal, esta energía debe ser superior a la necesaria para vencer la atracción del núcleo (trabajo de extracción $W_{extr} = h \cdot f_0$, donde f_0 es la frecuencia umbral característica del metal.
La energía sobrante se invierte en aportar energía cinética a los electrones.

El balance energético queda $E_f = \mathrm{W}_{extr} + Ec_e$

La energía cinética de los fotoelectrones puede calcularse a partir del potencial de frenado V_{fr} (diferencia de potencial necesaria para frenar los electrones emitidos, reduciendo a cero su energía cinética)

$$V_{fr} = \frac{Ec_e}{e} \rightarrow Ec_e = e \cdot V_{fr} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 1{,}3\, V = 2{,}08 \cdot 10^{-19}\ J$$

La energía del fotón: $E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\, J\, s \cdot 3 \cdot 10^{8}\, ms^{-1}}{280 \cdot 10^{-9}\, m} = 7{,}07 \cdot 10^{-19}\, J$

Por lo tanto la función trabajo (trabajo de extracción) del metal se calcula

$$W_{extr} = E_f - Ec_e = 7{,}07 \cdot 10^{-19}\, J - 2{,}08 \cdot 10^{-19}\, J = 4{,}99 \cdot 10^{-19}\, J \ \ (aprox.\ 2\ eV)$$

Y la frecuencia umbral del metal $f_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{4{,}99 \cdot 10^{-19}\, J}{6{,}6 \cdot 10^{-34}\, J\, s} = 7{,}56 \cdot 10^{14}\, Hz$

b) Usando el balance energético $E_f = W_{extr} + Ec_e$

i) <u>La energía cinética máxima de los fotoelectrones disminuye</u>, ya que está relacionada directamente con el potencial de frenado, y este disminuye. $Ec_e = e \cdot V_{fr} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 0{,}7\, V = 1{,}12 \cdot 10^{-19}\ J$

iii) La energía de los fotones no cambia, ya que la luz incidente es la misma. Por tanto, si disminuye la Ec de los electrones arrancados (ya que disminuye el potencial de frenado) es porque la <u>función trabajo del metal ha aumentado</u>. Es necesaria una mayor energía para vencer la atracción por parte del núcleo.

$$W_{extr} = E_f - Ec_e = 7{,}07 \cdot 10^{-19}\, J - 1{,}12 \cdot 10^{-19}\, J = 6{,}05 \cdot 10^{-19}\, J$$

ii) <u>La frecuencia umbral de fotoemisión aumenta</u>. Son necesarios fotones más energéticos para arrancar los electrones. A partir del trabajo de extracción

$$f_0 = \frac{W_{extr}}{h} = \frac{6{,}05 \cdot 10^{-19}\, J}{6{,}6 \cdot 10^{-34}\, J\, s} = 9{,}17 \cdot 10^{14}\, Hz$$

Explicación química: La oxidación del metal (pérdida de electrones) debido a la luz incidente origina que los átomos de la superficie del metal se ionicen (se convierten en cationes, de carga positiva). Esto explica el hecho de que se necesite más energía para continuar arrancando electrones al metal ya oxidado.

Dualidad onda-partícula

6.- Calcular la λ asociada a : a) Un electrón acelerado por una $\Delta V = 100$ V.
b) Un electrón de Ec = 1 eV
c) Una bala de 10 g que se mueve a 500 m s^{-1}.
d) Un automóvil de 1000 kg con v = 30 m/s.
(datos: h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s , $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)

El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (referentes al carácter dual de la luz), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en algunas situaciones*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual onda-partícula.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ, llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y $p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula . Así $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

a) Al aplicar una diferencia de potencial al electrón en reposo, éste se acelera, adquiriendo una energía cinética. Como sólo actúa la fuerza eléctrica, que es conservativa, la energía mecánica se mantiene constante:

$E_M = cte \rightarrow \Delta Ec = -\Delta Ep_e \rightarrow \Delta Ec = -q \cdot \Delta V \rightarrow Ec - 0 = -q \cdot (V_2 - V_1) \rightarrow Ec = |q \cdot \Delta V|$

$$Ec = |q \cdot \Delta V| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 100 V = 1{,}6 \cdot 10^{-17} J$$

Calculamos la velocidad $\mathrm{Ec} = \frac{1}{2} \mathrm{m} \cdot \mathrm{v}^2 \rightarrow \mathrm{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = 5{,}93 \cdot 10^6 \, m\, s^{-1}$

Y la longitud de onda asociada: $\lambda = \frac{h}{m \cdot \mathrm{v}} = 1{,}23 \cdot 10^{-10} m$

Este resultado puede parecer pequeño, pero es muy grande comparado con el tamaño del electrón (inferior a 10^{-18} m). Las características de onda serán muy importantes al estudiar al electrón.

b) Ec = 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J $\rightarrow$ $\mathrm{Ec} = \frac{1}{2} \mathrm{m} \cdot \mathrm{v}^2 \rightarrow \mathrm{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = 5{,}93 \cdot 10^5 \, m\, s^{-1}$

Y la longitud de onda asociada: $\lambda = \frac{h}{m \cdot \mathrm{v}} = 1{,}23 \cdot 10^{-9} m$

Como anteriormente, una longitud de onda mucho mayor que el tamaño de la partícula. Las características de onda son importantes, y se ponen de manifiesto

c) Bala: $m = 10\ g = 0{,}01\ kg$, $v = 500\ m\ s^{-1}$ $\lambda = \frac{h}{m \cdot \mathrm{v}} = 1{,}33 \cdot 10^{-34} m$

(Este resultado es insignificante comparado con el tamaño de la bala. No existen obstáculos de ese tamaño, para que la bala pueda mostrar sus propiedades de onda, experimentando interferencias, o difracción. Su comportamiento será siempre de partícula)

d) Automóvil: $m = 1000\ kg$, $v = 30\ m\ s^{-1}$ $\lambda = \frac{h}{m \cdot \mathrm{v}} = 2{,}21 \cdot 10^{-38} m$

(Al igual que en el anterior, este resultado es insignificante comparado con el tamaño del automóvil. No existen obstáculos de ese tamaño, para que el automóvil pueda mostrar sus propiedades de onda, experimentando interferencias, o difracción. Su comportamiento será siempre de partícula)

2019. Suplente Junio. A.4

a) Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: i) Un electrón en movimiento puede ser estudiado como una onda o como una partícula. ii) Si se duplica la velocidad de una partícula se duplica también su longitud de onda asociada. iii) Si se reduce a la mitad la energía cinética de una partícula se reduce a la mitad su longitud de onda asociada.

b) Determine la longitud de onda de un electrón que es acelerado desde el reposo aplicando una diferencia de potencial de 200 V.

$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg

a)

i) Cierto. Puede mostrar uno u otro comportamiento, dependiendo del experimento. El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (referentes al carácter dual de la luz), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en algunas situaciones*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual onda-partícula.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ, llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y $p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula. Así $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

ii) Aplicando la expresión $\lambda = \frac{h}{m\cdot v}$ vemos que al duplicar v, la longitud de onda se reduce a la mitad. La afirmación es falsa. $\lambda' = \frac{h}{m\cdot 2v} = \frac{\lambda}{2}$

iii) La energía cinética, sin tener en cuenta consideraciones relativistas, se calcula $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot Ec}{m}}$

Al disminuir a la mitad la Ec, vemos que la velocidad no se va a hacer la mitad, sino que se ve dividida por $\sqrt{2}$

Por lo tanto, la longitud no se reduce a la mitad, sino $\lambda' = \frac{h}{m\cdot\sqrt{2}v} = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$ La afirmación es falsa.

b) Al aplicar una diferencia de potencial al electrón en reposo, éste se acelera, adquiriendo una energía cinética. Como sólo actúa la fuerza eléctrica, que es conservativa, la energía mecánica se mantiene constante:

$E_M = cte \rightarrow \Delta Ec = -\Delta Ep_e \rightarrow \Delta Ec = -q\cdot\Delta V \rightarrow Ec - 0 = -q\cdot(V_2-V_1) \rightarrow Ec = |q\cdot\Delta V|$

$$Ec = |q \cdot \Delta V| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 200 V = 3{,}2 \cdot 10^{-17} J$$

Calculamos la velocidad $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot Ec}{m}} = 8{,}39 \cdot 10^{6}\ m\ s^{-1}$

Y la longitud de onda asociada: $\lambda = \frac{h}{m\cdot v} = 8{,}68 \cdot 10^{-11} m$

Este resultado puede parecer pequeño, pero es muy grande comparado con el tamaño del electrón (inferior a 10^{-18} m). Las características de onda serán muy importantes al estudiar al electrón.

(Selectividad 05 Andalucía. Junio. B.2)

a) Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.

b) Un mesón π tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razone la respuesta.

a) El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (referentes al carácter dual de la luz), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en algunas situaciones*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual onda-partícula.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ, llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y $p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula . Así $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

La onda asociada a una partícula recibe el nombre de **onda de materia**.

Implicaciones: Es posible (y se ha comprobado) observar fenómenos característicos de las ondas, como interferencias, difracción, ondas estacionarias, en partículas como los electrones. Por ejemplo, el estudio cuántico del electrón en el átomo se realiza mediante la función de onda de Schrödinger.

En otros experimentos, sin embargo, es necesario considerar sólo el carácter corpuscular (rayos catódicos, efecto fotoeléctrico).

b) A partir de la ecuación ya expuesta en el apartado a), $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$, vemos que el mesón π (o pión), no va a tener la misma longitud de onda asociada que el electrón, si sus velocidades son idénticas. En este caso, al ser la masa del mesón π 275 veces mayor, su longitud de onda asociada será 275 veces menor que la del electrón.

Principio de incertidumbre:

7.- Calcular la incertidumbre en la determinación de la posición en los siguientes casos:

a) Electrón cuya velocidad, de 7000 km/s, se ha medido con una incertidumbre del 0,003%

b) Proyectil de 50 g que se desplaza a una velocidad de 300 m/s, medida con la misma incertidumbre que el caso anterior.

(datos: h = 6,63·10^{-34} J·s , m$_e$ = 9,1 ·10^{-31} kg)

El principio de incertidumbre de Heisemberg establece, entre otras consideraciones, que es imposible conocer simultáneamente y con total exactitud la posición (x) y la cantidad de movimiento (p) de una partícula, debido al carácter dual de la materia. Como mínimo tendremos unas incertidumbre en las medidas, Δx y Δp, que cumplen la desigualdad $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$, donde h es la constante de Plack.

a) Electrón: v = 7000 km/s = 7·10^6 ms^{-1} $\Delta v = 7 \cdot 10^6 \cdot \frac{0{,}003}{100} = 210\, m\, s^{-1}$

$p = m \cdot v = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 7 \cdot 10^6\, m\, s^{-1} = 6{,}37 \cdot 10^{-24} kg\, m\, s^{-1}$

$\Delta p = m \cdot \Delta v = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 210\, m\, s^{-1} = 1{,}911 \cdot 10^{-28} kg\, m\, s^{-1}$

Aplicando la relación de incertidumbre:

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta x \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta p} \rightarrow \Delta x \geq 2{,}76 \cdot 10^{-7} m$

Obtenemos una incertidumbre importante, pues es unas 3000 veces mayor que el tamaño de un átomo. Sería el equivalente a localizar una casa, y no sabemos si está en un pueblo, o en el de al lado.

a) Proyectil: v = 300 ms^{-1} $\Delta v = 300 \cdot \frac{0{,}003}{100} = 0{,}009\, m\, s^{-1}$

$p = m \cdot v = 0{,}05\, kg \cdot 300\, m\, s^{-1} = 15\, kg\, m\, s^{-1}$

$\Delta p = m \cdot \Delta v = 0{,}05\, kg \cdot 0{,}009\, m\, s^{-1} = 4{,}5 \cdot 10^{-4} kg\, m\, s^{-1}$

Aplicando la relación de incertidumbre:

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta x \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta p} \rightarrow \Delta x \geq 1{,}17 \cdot 10^{-31} m$

Esta incertidumbre es despreciable