

Resolver 4 de las cuestiones planteadas, escogidas libremente.

Cada cuestión consta de dos apartados: a) 1 pto, b) 1,5 pts. Tiempo: 1 h 30 min.

A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas: i) La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo. ii) La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo.

b) Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento $0,2$ con una velocidad inicial de 6 m s^{-1} . Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine: i) La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado. ii) La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

A.2. a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Si en un punto del espacio cerca de dos masas el campo gravitatorio es nulo, también lo será el potencial gravitatorio".

b) Dos masas $m_1 = 10 \text{ kg}$ y $m_2 = 10 \text{ kg}$ se encuentran situadas en los puntos $A(0,0) \text{ m}$ y $B(0,2) \text{ m}$, respectivamente. i) Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto $C(1,1) \text{ m}$ y determine su valor. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 1 \text{ kg}$ se desplaza desde el punto $D(1,0) \text{ m}$ hasta el punto $C(1,1) \text{ m}$. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Una espira circular situada en el plano XY , y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ . i) Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira. ii) Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.

b) Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a $\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T , perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo: i) Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo. ii) Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $t = 50 \text{ s}$.

B.2. a) Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ . i) Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe. ii) ¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?

b) Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY , con una velocidad de módulo igual a $3 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de $0,05 \text{ T}$. i) Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético. ii) Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón. $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) Un rayo de luz monocromática pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2 , siendo $n_1 < n_2$. Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) La velocidad de dicho rayo aumenta al pasar del primer medio al segundo. ii) La longitud de onda del rayo es mayor en el segundo medio.

b) Sea un recipiente que contiene agua que llega hasta una altura de $0,25 \text{ m}$, y sobre la que se ha colocado una capa de aceite. Procedente del aire, incide sobre la capa de aceite un rayo de luz que forma 50° con la normal a la superficie de separación aire-aceite. i) Haga un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en los diferentes medios (aire, aceite y agua), en el que se incluyan los valores de los ángulos que forman con la normal los rayos refractados en el aceite y en el agua. ii) Calcule la velocidad de la luz en el agua. $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1,47$; $n_{\text{agua}} = 1,33$

C.2. a) Con una lente queremos obtener una imagen virtual mayor que el objeto. Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, qué tipo de lente debemos usar y dónde debe estar situado el objeto.

b) Un objeto de 30 cm de alto se encuentra a 60 cm delante de una lente divergente de 40 cm de distancia focal. i) Calcule la posición de la imagen. ii) Calcule el tamaño de la imagen. iii) Explique, con ayuda de un diagrama de rayos, la naturaleza de la imagen formada. Justifique sus respuestas.

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) Represente gráficamente la energía de enlace por nucleón frente al número másico y justifique, a partir de la gráfica, los procesos de fusión y fisión nuclear.

b) En el proceso de desintegración de un núcleo de ${}^{218}_{84}\text{Po}$, se emiten sucesivamente una partícula alfa y dos partículas beta, dando lugar finalmente a un núcleo de masa $213,995201 \text{ u}$. i) Escriba la reacción nuclear correspondiente. ii) Justifique razonadamente, cuál de los isótopos radioactivos (el ${}^{218}_{84}\text{Po}$ o el núcleo que resulta tras los decaimientos) es más estable.

$m({}^{218}_{84}\text{Po}) = 218,009007 \text{ u}$; $m_p = 1,007276 \text{ u}$; $m_n = 1,008665 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

D.2. a) Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: i) "El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada". ii) "Ambos se mueven con la misma velocidad".

b) Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Calcule razonadamente: i) La velocidad con la que se mueve el electrón. ii) La energía cinética que posee. $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas: i) La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo. ii) La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo.

b) Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento $0,2$ con una velocidad inicial de 6 m s^{-1} . Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine: i) La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado. ii) La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

a) Una vez lanzado, sobre el cuerpo actúa únicamente la fuerza gravitatoria, que es conservativa (si despreciamos el rozamiento con la atmósfera). Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, ésta permanecerá constante durante el movimiento. $E_M = E_c + E_{p_g} = \frac{1}{2}mv^2 + m \cdot g \cdot h$

Consideramos que la gravedad se mantiene constante (suponiendo que la altura que alcanza en todo momento es despreciable comparada con el radio del planeta, pienso que es algo que debería aclarar el enunciado). Podemos calcular la energía potencial con la expresión $E_{p_g} = m \cdot g \cdot h$ (nivel cero de E_{p_g} en el suelo, $h = 0 \text{ m}$)

i) Inicialmente, se lanza desde una altura $h_1 = h$, con una energía cinética igual a la potencial

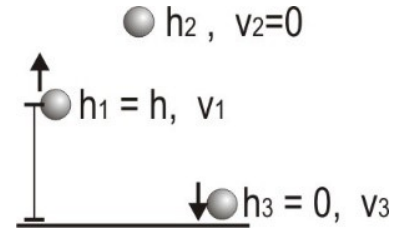
$$E_{c_1} = E_{p_{g1}} = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_{M1} = 2 \cdot E_{p_{g1}} = 2 \cdot m \cdot g \cdot h$$

Cuando alcanza su altura máxima, su energía cinética es nula $E_{c_2} = 0 \rightarrow E_{M2} = E_{p_{g2}} = m \cdot g \cdot h_2$

$$E_M = cte \rightarrow E_{M2} = E_{M1} \rightarrow m \cdot g \cdot h_2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h \rightarrow h_2 = 2 \cdot h \quad \text{Alcanza una altura doble de la inicial}$$

ii) Cuando llega al suelo, su energía potencial se anula $E_{p_{g3}} = 0 \rightarrow E_{M3} = E_{c_3} = \frac{1}{2}m \cdot v_3^2$

$$E_M = cte \rightarrow E_{M3} = E_{M1} = E_{c_1} + E_{p_{g1}} = 2 \cdot E_{c_1} \rightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_3^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}m \cdot v_1^2 \rightarrow v_3 = \sqrt{2} \cdot v_1$$



b) Aplicamos en esta cuestión la conservación (o no) de la energía mecánica del cuerpo $\Delta E_M = W_{FNC}$.

i) Tramo horizontal: Fuerzas aplicadas: $F_g = m \cdot g$; $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = F_g = m \cdot g$; $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

La fuerza gravitatoria es conservativa, la normal y la fuerza de rozamiento son no conservativas.

$$E_{M1} = E_{c_1} + E_{p_{g1}} = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

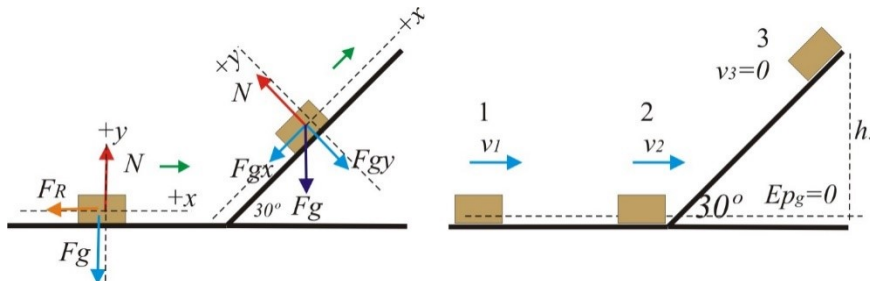
$$E_{M2} = E_{c_2} + E_{p_{g2}} = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$W_{FNC} = W_N + W_{FR} = 0 + F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -\mu mg \Delta r$$

La energía mecánica no se mantiene constante.

$$E_{M2} - E_{M1} = W_{FNC} \rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -\mu mg \Delta r$$

Sustituyendo los datos ($v_1 = 6 \text{ ms}^{-1}$, $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$, $\mu = 0,2$, $\Delta r = 5 \text{ m}$) y despejando, obtenemos $v_2 = 4,05 \text{ m/s}$



ii) Subida por el plano inclinado: Fuerzas que actúan: $F_g = m \cdot g$, conservativa. Normal $N = F_{g_y} = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ$. No conservativa. La única fuerza no conservativa que actúa es la normal, pero no realiza trabajo al ser perpendicular al desplazamiento. La energía mecánica se mantiene constante. $E_M = cte$

$$E_{M2} = E_{c_2} + E_{p_{g2}} = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$E_{M3} = E_{c_3} + E_{p_{g3}} = 0 + m \cdot g \cdot h_3 = m \cdot g \cdot h_3$$

$$W_{FNC} = W_N = 0 \rightarrow E_M = cte$$

$$E_{M3} = E_{M2} \rightarrow m \cdot g \cdot h_3 = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow h_3 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = 0,8367 \text{ m}$$

$$\text{La distancia recorrida sobre el plano } d = \frac{h_3}{\text{sen} 30^\circ} = 1,673 \text{ m}$$

A.2. a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: “Si en un punto del espacio cerca de dos masas el campo gravitatorio es nulo, también lo será el potencial gravitatorio”.

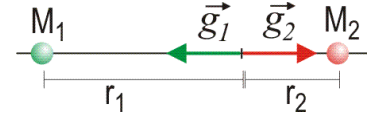
b) Dos masas $m_1 = 10 \text{ kg}$ y $m_2 = 10 \text{ kg}$ se encuentran situadas en los puntos $A(0,0) \text{ m}$ y $B(0,2) \text{ m}$, respectivamente.

i) Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto $C(1,1) \text{ m}$ y determine su valor. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 1 \text{ kg}$ se desplaza desde el punto $D(1,0) \text{ m}$ hasta el punto $C(1,1) \text{ m}$. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

a) La intensidad del campo gravitatorio (\vec{g}) es la fuerza por unidad de masa ejercida sobre una masa m que se encuentra inmersa en el campo gravitatorio. Es una magnitud vectorial, y si se anula en un punto, es porque la suma vectorial de las intensidades producidas por cada masa se anula, $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0 \rightarrow \vec{g}_1 = -\vec{g}_2$

Esto ocurre cuando ambos campos tiene igual módulo ($\frac{GM_1}{r_1^2} = \frac{GM_2}{r_2^2}$), igual dirección y

sentidos opuestos. Como vemos en el esquema, este punto se encuentra en el segmento que une ambas partículas, y está más cerca de la masa menor.



El potencial gravitatorio (V) es la energía almacenada por unidad de masa en un punto del campo gravitatorio. Es una magnitud escalar y, si suponemos el origen de potenciales en el infinito, se calcularía, aplicando el principio de superposición, $V = V_1 + V_2 = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2}$

Vemos que no puede anularse en ningún punto cercano (sólo se anula a una distancia infinita), sería siempre una cantidad negativa. La afirmación, por tanto, es falsa.

b) i) Estamos ante el campo gravitatorio producido por dos masas puntuales. Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$

Intensidad del campo gravitatorio (\vec{g}): Fuerza eléctrica ejercida por unidad de masa.

$$\vec{g}_A = -\frac{GM_A}{r_A^2} \vec{u}_{rA} \quad \vec{r}_A = (1,1) - (0,0) = \vec{i} + \vec{j} \text{ m} ; r_A = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$\vec{u}_{rA} = \frac{\vec{r}_A}{r_A} = \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{g}_A = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 10 \text{ kg}}{(\sqrt{2} \text{ m})^2} \cdot \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = -2,358 \cdot 10^{-10} \vec{i} - 2,358 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ Nkg}^{-1}$$

$$\vec{g}_B = -\frac{GM_B}{r_B^2} \vec{u}_{rB} \quad \vec{r}_B = (1,1) - (0,2) = \vec{i} - \vec{j} \text{ m} ; r_B = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$\vec{u}_{rB} = \frac{\vec{r}_B}{r_B} = \frac{\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{g}_B = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 10 \text{ kg}}{(\sqrt{2} \text{ m})^2} \cdot \frac{\vec{i} - \vec{j}}{\sqrt{2}} = -2,358 \cdot 10^{-10} \vec{i} + 2,358 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ Nkg}^{-1}$$

$$\vec{g}_C = \vec{g}_A + \vec{g}_B \quad \vec{g}_C = -4,716 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ Nkg}^{-1}$$

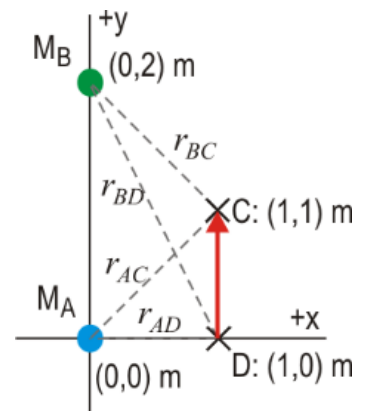
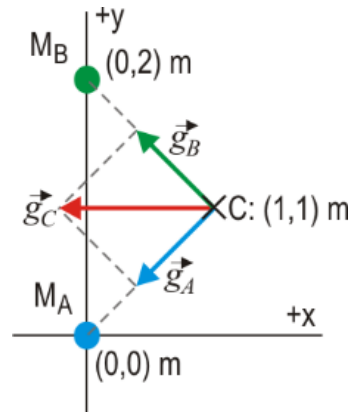
ii) La fuerza gravitatoria es conservativa. Por tanto, podemos calcular el trabajo realizado a partir de la energía potencial: $W_{Fg} = -\Delta E_{pg} = -(E_{pgD} - E_{pgC}) = E_{pgC} - E_{pgD} = m_3 \cdot V_D - m_3 \cdot V_C = m_3 \cdot (V_D - V_C)$

Aplicando el principio de superposición:

$$V_C = V_{AC} + V_{BC} = -\frac{GM_A}{r_{AC}} - \frac{GM_B}{r_{BC}} = -2 \cdot \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 10 \text{ kg}}{\sqrt{2} \text{ m}} = -9,433 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$V_D = V_{AD} + V_{BD} = -\frac{GM_A}{r_{AD}} - \frac{GM_B}{r_{BD}} = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 10 \text{ kg}}{1 \text{ m}} - \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 10 \text{ kg}}{\sqrt{5} \text{ m}} = -9,653 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\text{Y el trabajo: } W_{Fg} = m_3 \cdot (V_D - V_C) = 1 \text{ kg} \cdot (-9,653 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 9,433 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{kg}}) = -2,2 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$



B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

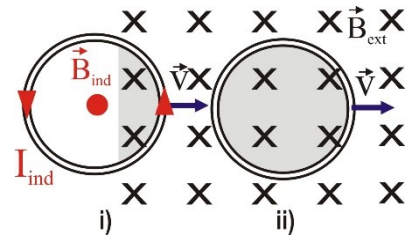
B.1. a) Una espira circular situada en el plano XY, y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ. i) Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira. ii) Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.

b) Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a $\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T, perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo: i) Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo. ii) Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $t = 50 \text{ s}$.

i) El flujo magnético que atraviesa una espira viene dado por

$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme, S es la superficie de la espira, B el campo magnético y α el ángulo entre \vec{B} y \vec{S} .

El flujo magnético variará mientras la espira entra en la zona de campo magnético, ya que en ese tiempo varía (aumenta) la superficie atravesada por las líneas de campo. Una vez que toda la espira está inmersa en la región de campo magnético, el flujo vuelve a ser constante.



ii) Según la ley de Faraday-Lenz, se generará corriente inducida si varía el flujo magnético que atraviesa la superficie del solenoide. Se producirá corriente inducida mientras la espira entra en la zona de campo magnético. El sentido de la corriente inducida es tal que produce un campo magnético que se opone a la variación de flujo. Como el campo magnético está orientado en el sentido negativo del eje OZ, y el flujo aumenta, el campo inducido se opone al campo externo, e irá en el sentido + del eje OZ.

La ley de Biot-Savart explica el campo magnético que produce la corriente que circula por la espira. El sentido del campo viene dado por la regla de la mano derecha (sacacorchos); en este caso el sentido de la corriente inducida es antihorario (visto desde arriba), como aparece en el dibujo.

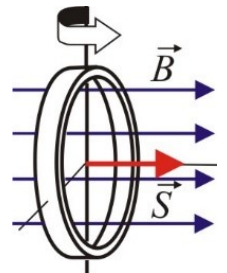
Un vez la espira está completamente dentro del campo magnético, el flujo se mantiene constante y no se produce corriente inducida en la espira.

b) i) El flujo magnético que atraviesa una espira viene dado por $\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme, S es la superficie de la espira, B el campo magnético y α el ángulo entre \vec{B} y \vec{S} .

Al girar la espira (MCU), varía el valor del ángulo, $\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t$.

Inicialmente el flujo es máximo, con lo que $\cos\alpha_0 = 1 \rightarrow \alpha_0 = 0^\circ$ $\alpha = \omega \cdot t = \pi \cdot t \text{ (rad)}$

El flujo $\phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 10 \text{ T} \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \cos(\pi t) = 7,85 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \cos(\pi t) \text{ (Wb)}$



ii) Según la ley de Faraday-Lenz, al variar el flujo magnético que atraviesa la espira, se generará corriente inducida en la misma. La fuerza electromotriz inducida viene dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = 7,85 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot \text{sen}(\pi t) \text{ (V)}$$

Para $t = 50 \text{ s}$, $\varepsilon(50\text{s}) = 7,85 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot \text{sen}(50\pi) = 0 \text{ V}$

B.2. a) Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ. **i)** Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe. **ii)** ¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?

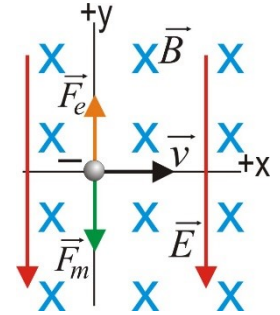
b) Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, con una velocidad de módulo igual a $3 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,05 T. **i)** Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético. **ii)** Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón.
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

a) i) Aplicando la primera ley de Newton, deducimos que las fuerzas eléctrica y magnética se anulan mutuamente

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

independientemente del signo de q.

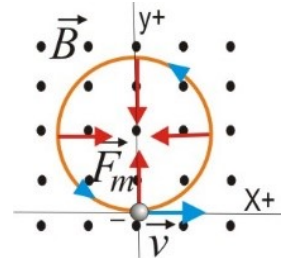
La dirección del campo eléctrico es la del producto $\vec{v} \times \vec{B}$, y tiene sentido opuesto (dibujo). Como vemos en el dibujo, el campo eléctrico debe ir en el sentido negativo del eje OY.



ii) La relación entre los módulos: $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow E = v \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = v \cdot B$

b) Al moverse dentro del campo magnético, actúa sobre el electrón una fuerza magnética, dada por la ley de Lorentz

$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, con lo que producirá sólo aceleración normal. El movimiento sería circular uniforme, y la trayectoria una circunferencia. Aplicando la ley de Lorentz, el sentido de la fuerza es el indicado en el dibujo, y para que el sentido de la trayectoria del electrón (carga negativa) sea antihorario, el campo magnético debe ir en el sentido positivo del eje OZ.



i) Calculamos el radio de la trayectoria aplicando la segunda ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F_m = m \cdot a_n \rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = 0,064 \text{ m}$$

ii) El periodo del movimiento $T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B} = 1,335 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) Un rayo de luz monocromática pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2 , siendo $n_1 < n_2$. Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) La velocidad de dicho rayo aumenta al pasar del primer medio al segundo. ii) La longitud de onda del rayo es mayor en el segundo medio.

b) Sea un recipiente que contiene agua que llega hasta una altura de 0,25 m, y sobre la que se ha colocado una capa de aceite. Procedente del aire, incide sobre la capa de aceite un rayo de luz que forma 50° con la normal a la superficie de separación aire-aceite. i) Haga un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en los diferentes medios (aire, aceite y agua), en el que se incluyan los valores de los ángulos que forman con la normal los rayos refractados en el aceite y en el agua. ii) Calcule la velocidad de la luz en el agua.

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1,47$; $n_{\text{agua}} = 1,33$

a) i) El índice de refracción de un medio indica la relación entre la velocidad de la luz en el vacío, y en dicho medio

$$n = \frac{c}{v} \quad . \text{ Si } n_1 < n_2 \rightarrow \frac{c}{v_1} < \frac{c}{v_2} \rightarrow v_2 < v_1$$

La velocidad disminuye al pasar al segundo medio. La afirmación es falsa.

ii) Al pasar de un medio a otro, la frecuencia f de la luz permanece constante, ya que sólo depende del foco emisor, pero su longitud de onda cambia al ser diferente la velocidad de propagación

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad v_2 < v_1 \rightarrow \lambda_2 < \lambda_1$$

La longitud de onda disminuye al pasar al segundo medio. La afirmación es falsa.

(Podría razonarse también con el índice de refracción, $n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2 \rightarrow \text{como } n_1 < n_2 \rightarrow \lambda_2 < \lambda_1$)

b) i) Al pasar de un medio a otro, la luz sufre refracción. El rayo se desvía. Los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la normal están relacionados por la ley de Snell. $n_1 \cdot \text{sen}\alpha_i = n_2 \cdot \text{sen}\alpha_{\text{refr}}$

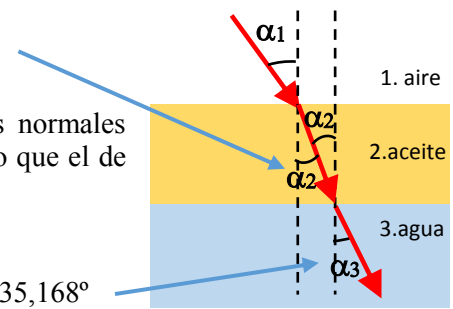
Medio 1(Aire) – Medio 2 (aceite): $n_1 = 1$; $\alpha_1 = 50^\circ$; $n_2 = 1,47$

$$n_1 \cdot \text{sen}\alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen}\alpha_2 \rightarrow 1 \cdot \text{sen}50^\circ = 1,47 \cdot \text{sen}\alpha_2 \rightarrow \alpha_2 = 31,407^\circ$$

Como las superficies de separación entre los medios son paralelas, las normales también lo son, por tanto, el ángulo de refracción en el aceite es el mismo que el de incidencia sobre el agua (dibujo)

Medio 2(aceite) – Medio 3 (agua): $n_2 = 1,47$; $\alpha_2 = 50^\circ$; $n_3 = 1,33$

$$n_2 \cdot \text{sen}\alpha_2 = n_3 \cdot \text{sen}\alpha_3 \rightarrow 1,47 \cdot \text{sen}31,407^\circ = 1,33 \cdot \text{sen}\alpha_3 \rightarrow \alpha_3 = 35,168^\circ$$



ii) Velocidad de la luz en el agua. A partir del índice de refracción del agua:

$$n_{\text{agua}} = \frac{c}{v_{\text{agua}}} \rightarrow v_{\text{agua}} = \frac{c}{n_{\text{agua}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1,33} = 2,256 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

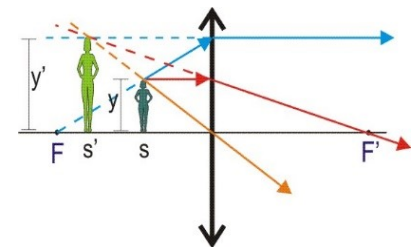
C.2. a) Con una lente queremos obtener una imagen virtual mayor que el objeto. Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, qué tipo de lente debemos usar y dónde debe estar situado el objeto.

b) Un objeto de 30 cm de alto se encuentra a 60 cm delante de una lente divergente de 40 cm de distancia focal.

i) Calcule la posición de la imagen. ii) Calcule el tamaño de la imagen. iii) Explique, con ayuda de un diagrama de rayos, la naturaleza de la imagen formada. Justifique sus respuestas.

a) Para producir una imagen virtual que sea mayor que el objeto, debemos usar una lente convergente, ya que una lente divergente produce imágenes virtuales, pero menores que el objeto.

El objeto debe estar situado entre el foco objeto F y la lente. Si estuviera más alejado de la lente que F , la imagen sería real e invertida.



b) Tenemos una lente divergente. Nos dan las características del objeto. Usaremos normas DIN a la hora de medir las distancias, y las ecuaciones de las lentes delgadas.

Ecuación de la lente: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ Aumento lateral: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

i) Posición de la imagen.

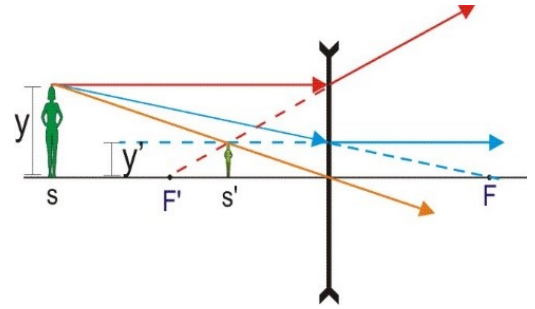
Datos: $y = 30 \text{ cm}$, $s = -60 \text{ cm}$, $f' = -40 \text{ cm}$ (en una lente divergente la distancia focal f' es negativa)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-60} = \frac{1}{-40} \rightarrow s' = -24 \text{ cm} \text{ posición de la imagen}$$

ii) Tamaño de la imagen $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = 12 \text{ cm}$

iii) Trazado de rayos

La imagen es virtual, ya que s' es negativa, la imagen está a la izquierda de la lente, los rayos no convergen en un punto, sino sus prolongaciones. La imagen es derecha (y' e y del mismo signo) y menor que el objeto.



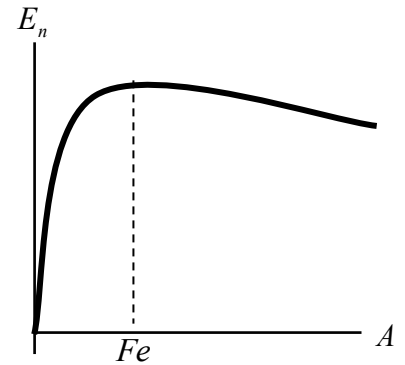
D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) Represente gráficamente la energía de enlace por nucleón frente al número másico y justifique, a partir de la gráfica, los procesos de fusión y fisión nuclear.

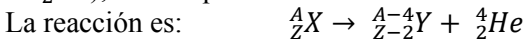
b) En el proceso de desintegración de un núcleo de $^{218}_{84}\text{Po}$, se emiten sucesivamente una partícula alfa y dos partículas beta, dando lugar finalmente a un núcleo de masa 213,995201 u. i) Escriba la reacción nuclear correspondiente. ii) Justifique razonadamente, cuál de los isótopos radioactivos (el $^{218}_{84}\text{Po}$ o el núcleo que resulta tras los decaimientos) es más estable.

$m(^{218}_{84}\text{Po}) = 218,009007 \text{ u}; m_p = 1,007276 \text{ u}; m_n = 1,008665 \text{ u}; 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

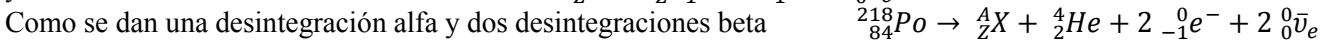
a) La energía de enlace por nucleón es la energía promedio desprendida por partícula al formarse el núcleo a partir de sus nucleones por separado. $E_n = \frac{E_e}{A}$. Esta magnitud nos indica la estabilidad del núcleo. Vemos en la gráfica que para núcleos ligeros, con pocas partículas, E_n aumenta rápidamente con A, alcanzando un máximo en el hierro, y disminuyendo suavemente para núcleos más pesados. La fusión nuclear (unión de dos núcleos para formar uno mayor) es viable energéticamente para núcleos ligeros, ya que el núcleo formado se encuentra más arriba en la gráfica que los núcleos iniciales, desprendiendo una mayor energía por partícula que estos. La fusión de núcleos ligeros desprende energía. La fisión nuclear (rotura de un núcleo en otros más pequeños) es viable energéticamente en la zona de los núcleos muy pesados, ya que al romperse produce otros núcleos que se encuentran más arriba en la gráfica que el inicial, desprendiendo por tanto más energía por cada partícula. La fisión de núcleos pesados desprende energía.



b) i) En la desintegración alfa un núcleo inestable emite una partícula formada por dos protones y dos neutrones (núcleo de ^4_2He), con lo que su número atómico disminuye en dos unidades y su número másico disminuye en cuatro unidades. La reacción es:

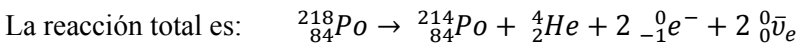


En la desintegración beta, debido a la interacción nuclear débil, un neutrón del núcleo se transforma en un protón, un electrón y un antineutrino. $^1_0 n \rightarrow ^1_1 H + ^0_{-1} e^- + ^0_0 \bar{\nu}_e$. El protón se queda en el núcleo por la interacción nuclear fuerte, pero el electrón y el antineutrino son desprendidos. El número atómico del núcleo inicial aumenta en una unidad, y su número másico no cambia. La reacción es $^A_Z X \rightarrow ^A_{Z+1} Y + ^0_{-1} e^- + ^0_0 \bar{\nu}_e$



Como en toda reacción nuclear, se cumple que tanto la suma de número atómicos (carga) como la suma de números másicos se mantienen constantes. Aplicando esto, vemos que

$$218 = A + 4 \rightarrow A = 214 ; \quad 84 = Z + 2 + 2 \cdot (-1) \rightarrow Z = 84, \text{ se trata también del elemento polonio.}$$



ii) Será más estable el núcleo que desprenda una mayor energía de enlace por nucleón $E_n = \frac{E_e}{A}$, donde A es el número másico y E_e es la energía de enlace, calculada a partir del defecto másico con la expresión de Einstein. $E_e = \Delta m \cdot c^2$, donde el defecto másico $\Delta m = \sum m_{\text{partículas}} - m_{\text{Núcleo}}$, expresado en kg,

$^{218}_{84}\text{Po}$: $Z = 84, A = 218. N = A - Z = 134$ Tiene 84 protones y 134 neutrones

Defecto másico $\Delta m = 84 \cdot m(^1_1\text{H}) + 134 \cdot m(^1_0\text{n}) - m(^{218}_{84}\text{Po}) = 1,763287 \text{ u}$.

Pasamos a kg: $1,763287 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 2,9271 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

La energía de enlace: $E_e = \Delta m \cdot c^2 = 2,9271 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2,63439 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

Y la energía de enlace por nucleón $E_n = \frac{E_e}{A} = \frac{2,63439 \cdot 10^{-10} \text{ J}}{218} = 1,208 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

$^{214}_{84}\text{Po}$: $Z = 84, A = 214. N = A - Z = 130$ Tiene 84 protones y 130 neutrones

Defecto másico $\Delta m = 84 \cdot m(^1_1\text{H}) + 130 \cdot m(^1_0\text{n}) - m(^{214}_{84}\text{Po}) = 1,742433 \text{ u}$.

Pasamos a kg: $1,742433 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 2,8924 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

La energía de enlace: $E_e = \Delta m \cdot c^2 = 2,8924 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2,60316 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

Y la energía de enlace por nucleón $E_n = \frac{E_e}{A} = \frac{2,60316 \cdot 10^{-10} \text{ J}}{214} = 1,2164 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

Vemos que la energía de enlace por nucleón del nuevo núcleo, ${}_{84}^{214}\text{Po}$ es mayor que la del inicial (${}_{84}^{218}\text{Po}$), por lo que es más estable el ${}_{84}^{214}\text{Po}$

D.2. a) Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: i) “El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada”. ii) “Ambos se mueven con la misma velocidad”.

b) Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2,8 \cdot 10^{-10}$ m. Calcule razonadamente: i) La velocidad con la que se mueve el electrón. ii) La energía cinética que posee.

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s

a) Electrón y protón tienen cargas iguales en valor absoluto, pero de signo contrario. $|q_p| = |q_e| = e$

Al acelerar una partícula cargada desde el reposo mediante un campo eléctrico, que es conservativo, la energía mecánica se mantiene constante. $E_M = cte \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_{p_e} \rightarrow \Delta E_c = -q \cdot \Delta V \rightarrow E_c = |q| \cdot \Delta V = e \cdot \Delta V$

Y la velocidad $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta V}{m}}$

ii) Vemos que la velocidad de la partícula depende de la masa. Como la masa del protón es mayor que la del electrón, su velocidad será menor $v_p < v_e$, por lo que la afirmación es falsa.

i) Según la hipótesis de De Broglie, toda partícula puede comportarse como onda en determinados experimentos. La onda de materia asociada a la partícula se caracteriza por su longitud de onda, dada por $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$, donde h es la constante de Planck, m la masa de la partícula, y v su velocidad.

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta V}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{m^2 \cdot 2 \cdot e \cdot \Delta V}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot \Delta V}}$ Vemos que, a mayor masa de la partícula, su longitud de onda

asociada es menor, por lo que $\lambda_p < \lambda_e$. La afirmación es falsa.

b) i) Aplicando la hipótesis de De Broglie, ya explicada en el apartado a),

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 2,602 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$ (velocidad)

ii) La energía cinética de la partícula $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2,602 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1})^2 = 3,08 \cdot 10^{-18} \text{ J}$