

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA: PRUEBA DE SELECTIVIDAD. FÍSICA. JUNIO 2005

OPCIÓN A

1. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.
 - a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.
 - b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2 m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?
2.
 - a) Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.
 - b) Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda.
3.
 - a) Razone cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.
 - b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_L = 7,2 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$
4. El ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ se desintegra radiactivamente para dar ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.
 - a) Indique el tipo de emisión radiactiva y escriba la correspondiente ecuación.
 - b) Calcule la energía liberada en el proceso.
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $m_{\text{Ra}} = 225,9771 \text{ u}$; $m_{\text{Rn}} = 221,9703 \text{ u}$; $m_{\text{He}} = 4,0026 \text{ u}$. $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

OPCIÓN B

1. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M.
 - a) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?
 - b) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.
2.
 - a) Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.
 - b) Un mesón π tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajaran a la misma velocidad? Razone la respuesta.
3. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.
 - a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida.
 - b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?
4. La ecuación de una onda en una cuerda es: $y(x, t) = 0,4 \text{ sen}12\pi x \text{ cos } 40\pi t$ (S.I.)
 - a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.
 - b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

SOLUCIÓN AL EXAMEN.

OPCIÓN A:

1. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.

a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.

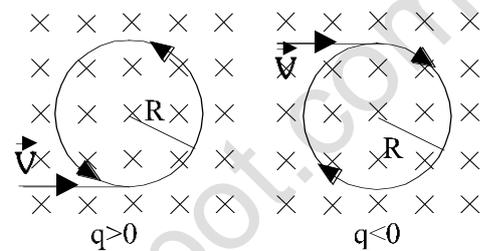
b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2 m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?

a) El movimiento de una partícula cargada en el interior de un campo magnético viene determinado por la fuerza magnética que el campo ejerce sobre la partícula. El valor de esta fuerza viene dado por la ley de Lorentz.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{En módulo: } F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha$$

Dirección: perpendicular a \vec{v} y a \vec{B}

Sentido: dado por la regla de la mano derecha al girar \vec{v} sobre \vec{B} , invirtiéndose si q es negativa.



En este caso, el ángulo que forma la velocidad de ambas partículas con el campo \vec{B} es de 90° , por lo que, teniendo ambas igual valor absoluto de q e igual velocidad, la fuerza que ejercerá el campo sobre ambas será igual en valor absoluto, pero con sentidos opuestos, dado el diferente signo de cada carga.

Las dirección y sentido de cada fuerza queda indicada en el dibujo.

La fuerza magnética ejercida es siempre perpendicular a la velocidad, por lo que la aceleración producida será de tipo normal. El movimiento resultante será un movimiento circular uniforme, cuyo radio se calcula aplicando la 2ª

ley de Newton: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad |q| \cdot v \cdot B = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

(En el dibujo, para que ambos radios sean iguales, las partículas también deben poseer la misma masa. Si asumimos ya la suposición del apartado b, uno de los radios será el doble del otro).

b) Esta pregunta puede prestarse a cierta confusión. La fuerza magnética hace variar la dirección de la velocidad, pero no su módulo. La rapidez con la que se mueve cada partícula (que en principio era la misma para ambas) se mantiene constante.

Pero la cuestión se refiere a la velocidad angular. Está relacionada con la velocidad lineal mediante

$\omega = \frac{v}{R} = \frac{|q| \cdot B}{m}$ Aquí vemos que aquella partícula con mayor masa (el doble) tendrá una menor velocidad angular (la mitad). Girará más lentamente, tardará más tiempo en dar una vuelta completa.

También puede razonarse con el periodo de revolución $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B}$

O también con el valor del radio. La partícula con doble masa describirá órbitas con doble radio y la misma velocidad lineal que la otra partícula. Tardará, por tanto, el doble de tiempo en dar una vuelta (gira más lento)

Consecuencia. Girará más rápidamente la partícula 2, la de menor masa.

2. a) Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.

b) Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda.

a) Esta cuestión es muy ambigua, ya que puede referirse a la controversia Newton-Huygens (ver cualquier libro de texto), tal y como aparece en las recomendaciones de cara a Selectividad; o bien (y esto sería más completo) puede referirse a la teoría corpuscular cuántica (Planck-Einstein-Bohr), frente a la teoría ondulatoria electromagnética (Maxwell). Explicaremos la cuestión atendiendo a esto último:

Teoría corpuscular (Planck-Einstein-Bohr): Ciertos experimentos (radiación térmica, efecto fotoeléctrico, espectros atómicos) pueden explicarse suponiendo que la luz está constituida por pequeñas partículas o cuantos de luz, denominadas fotones. La masa en reposo de los fotones se considera nula, y su energía viene dada por

$E = h \cdot \nu$, donde ν es la frecuencia de la fuente luminosa y h la constante de Planck. La energía se transmite de forma discreta.

Limitaciones: El carácter corpuscular no puede explicar satisfactoriamente fenómenos ondulatorios tales como interferencias, difracción, ondas estacionarias.

Teoría ondulatoria (Maxwell): Supone que la luz consiste en la propagación por el espacio de una onda electromagnética transversal, cuyas perturbaciones son campos eléctricos y magnéticos oscilantes. Explica la propagación, reflexión, refracción, interferencias, resonancia, difracción. La transmisión de energía en este caso es continua.

Limitaciones: La teoría ondulatoria de la luz no explica satisfactoriamente la interacción entre materia y radiación (radiación térmica, efecto fotoeléctrico, espectros atómicos)

Actualmente se habla de que la luz posee carácter dual. El carácter corpuscular u ondulatorio se pone de manifiesto dependiendo del experimento que realicemos.

b) Para una onda electromagnética, la relación entre frecuencia y longitud de onda viene dada por $\nu = \frac{c}{\lambda}$.

A mayor longitud de onda, menor frecuencia, y viceversa. Un orden creciente de longitud de onda corresponde a un orden decreciente de frecuencia.

Por ejemplo, tres regiones del espectro electromagnético en este orden serían

Rayos γ ; Rayos X ; Rayos UV.

O también Rayos UV ; luz visible ; rayos infrarrojos

O también Microondas ; ondas de radio FM ; ondas de radio largas

Hay muchas posibilidades.

Las regiones establecidas por convenio son las siguientes, en el orden ya dicho:

Rayos γ ; Rayos X ; Rayos UV ; luz visible ; Rayos infrarrojos ; microondas ; ondas de radio cortas; ondas de radio largas ; ruido eléctrico.

3. a) Razone cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.

b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_L = 7,2 \cdot 10^{22} \text{ kg} ; R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Nos encontramos ante un problema de interacción gravitatoria.

a) El concepto de masa corresponde a la cantidad de materia que posee el cuerpo. De hecho, es el dato que nos dan (70 kg), y esto es independiente (al menos en física clásica) del planeta en el que nos encontremos.

El peso de un objeto se define como la fuerza gravitatoria que sufre ese objeto por parte del planeta. Esta magnitud sí será diferente en la Tierra o en la Luna. El peso en la superficie de un planeta podemos calcularlo con la

expresión, en módulo $F_g = m \cdot g_0$, donde g_0 es el valor de la gravedad superficial del planeta $g_0 = \frac{GM}{R^2}$, siendo

M y R los valores de masa y radio del planeta respectivamente.

$$\text{Así, la gravedad superficial en la Luna será } g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 7,2 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{(1,7 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 1,662 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\text{El peso de la persona en la Luna será } F_g = m \cdot g_0 = 70 \text{ kg} \cdot 1,662 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 116,34 \text{ N}$$

Resultados: Masa: 70 kg

Peso: 116,34 N

b) En un punto próximo a la superficie lunar (a una altura sobre la superficie mucho menor que el radio lunar), podemos considerar que la gravedad se mantiene constante durante el recorrido, con lo que la partícula describirá un movimiento uniformemente acelerado, rectilíneo en este caso, al partir con velocidad inicial nula.

Podremos aplicar entonces las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2 \quad \text{Sólo se desplaza en el eje vertical}$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Escogemos el sistema de referencia y el criterio de signos que indica el dibujo.

$$\text{Datos: } y_0 = 0 \text{ m} \quad v_0 = 0 \text{ m/s} \quad a = g_0 = 1,662 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Sustituyendo, la distancia vertical (altura) recorrida en $t = 3$ segundos será de $y = \frac{1}{2} 1,662 \cdot 3^2 = 7,479 \text{ m} \approx 7,5 \text{ m}$

Podemos comprobar que la aproximación realizada (altura mucho menor que el radio lunar) es correcta.

Variaciones de energía en el desplazamiento:

Debido a la atracción gravitatoria (fuerza conservativa), la partícula posee asociada una energía potencial gravitatoria. Considerando constante la fuerza gravitatoria, podemos usar la expresión $Ep_g = m \cdot g_0 \cdot h$, con origen establecido en la superficie terrestre. Esta energía disminuye al caer la partícula (disminuye h), La variación de energía potencial se corresponde con el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria (con signo puesto).

Debido a su movimiento respecto al sistema de referencia, posee energía cinética $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Al acelerar, la energía cinética aumenta.

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial ($E_M = Ec + Ep_g$). La energía mecánica de la partícula se mantiene constante durante el desplazamiento, ya que la única fuerza que actúa sobre el sistema es conservativa.

En consecuencia, se produce una transformación de energía potencial gravitatoria en energía cinética. $\Delta Ec = -\Delta Ep_g$

4. El ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ se desintegra radiactivamente para dar ${}^{222}_{86}\text{Rn}$.

a) Indique el tipo de emisión radiactiva y escriba la correspondiente ecuación.

b) Calcule la energía liberada en el proceso.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}; \quad m_{\text{Ra}} = 225,9771 \text{ u}; \quad m_{\text{Rn}} = 221,9703 \text{ u}; \quad m_{\text{He}} = 4,0026 \text{ u} \cdot 1 \text{ u} = 1,6710 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

a) La radiactividad natural consiste en la emisión espontánea de partículas por parte de núcleos inestables, transformándose en otros núclidos distintos. En este caso se trata de una emisión α , ya que el núclido inicial se transforma en otro con 2 unidades menos de número atómico y 4 unidades menos de número másico. El núcleo de radio ha desprendido una partícula α (${}^4_2\text{He}$).

La reacción que tiene lugar es: ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$

b) En el proceso de emisión radiactiva se libera energía debido a la pérdida de masa (defecto másico) que tiene lugar en la reacción. La masa total de los productos es menor que la masa del núcleo inicial. La cantidad de masa que se transforma en energía (energía liberada) se calcula mediante la relación de Einstein $E = m \cdot c^2$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

En este caso la expresión queda $E_r = \Delta m \cdot c^2$

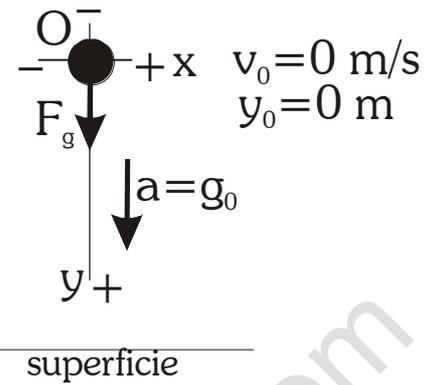
El defecto másico se calcula

$$\Delta m = \sum m_{\text{PRODUCTOS}} - \sum m_{\text{REACTIVOS}} = m(\text{Rn}) + m(\text{He}) - m(\text{Ra}) = -0,0042 \text{ u} = -7,014 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Y la energía liberada $E_r = \Delta m \cdot c^2 = -7,014 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1})^2 = -6,31 \cdot 10^{-13} \text{ J} = -3,95 \text{ MeV}$

Obtenemos una energía negativa, ya que es energía desprendida.

(Nota: hemos usado en los cálculos el valor que nos dan de u , aunque es incorrecto, es un fallo del enunciado. El valor correcto es $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)



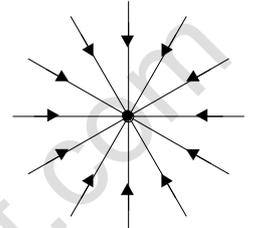
OPCIÓN B

1. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M . Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M .

a) Si una masa, m , está situada en A y se traslada a B , ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?

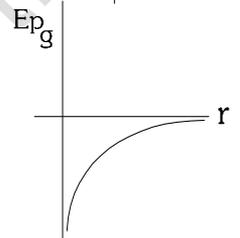
b) Si una masa, m , está situada en A y se traslada a otro punto C , situado a la misma distancia de M que A , pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.

Las líneas de fuerza de un campo indican la dirección y sentido de la fuerza que ejerce el campo en cada punto del espacio. En el caso del campo gravitatorio, las masas son sumideros de campo, y las líneas tienen simetría radial como indica el dibujo. La masa M que crea el campo se encuentra en el centro.



a) La energía potencial almacenada por una partícula puntual de masa m en el interior del campo gravitatorio creado por M , viene dada por la expresión $E_{p_g} = -\frac{GMm}{r}$ escogiendo el origen de energía potencial a una distancia infinita de M .

En la gráfica del margen observamos cómo, al acercarnos a M , la energía potencial disminuye. Esto es lo que ocurre en el caso que nos ocupa, ya que el punto B está más cerca de M que el A . La energía potencial, por tanto, disminuye.



b) Basándonos en las mismas expresiones y gráficas del apartado anterior, vemos que, si ambos puntos están a la misma distancia r de la masa M , la energía potencial almacenada por la partícula m será la misma. El incremento de energía será cero. La energía almacenada no aumenta ni disminuye (considerando sólo los instantes inicial y final). Explicado de otro modo: si ambos puntos están a la misma distancia, es que se encuentran en la misma superficie equipotencial. No habrá variación de E_{p_g} al hacer el traslado.

2. a) Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.

b) Un mesón π tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razone la respuesta.

a) El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (referentes al carácter dual de la luz), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en algunas situaciones*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual onda-partícula.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ , llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y

$p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula. Así $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

La onda asociada a una partícula recibe el nombre de **onda de materia**.

Implicaciones: Es posible (y se ha comprobado) observar fenómenos característicos de las ondas, como interferencias, difracción, ondas estacionarias, en partículas como los electrones. Por ejemplo, el estudio cuántico del electrón en el átomo se realiza mediante la función de onda de Schrödinger.

En otros experimentos, sin embargo, es necesario considerar sólo el carácter corpuscular (rayos catódicos, efecto fotoeléctrico).

b) A partir de la ecuación ya expuesta en el apartado a), $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$, vemos que el mesón π (o pión), no va a tener la misma longitud de onda asociada que el electrón, si sus velocidades son idénticas. En este caso, al ser la masa del mesón π 275 veces mayor, su longitud de onda asociada será 275 veces menor que la del electrón.

3. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida.

b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?

a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).

Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:

$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot S \cdot \cos \alpha$ considerando el campo B uniforme y el circuito plano.

α es el ángulo que forma el vector superficie \vec{S} (perpendicular al plano de la espira) con el campo \vec{B} . Inicialmente es cero (dibujo), pero cambia con el tiempo, ya que la espira describe un movimiento circular uniforme.

$$\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi\nu \cdot t = 2\pi \cdot t \text{ (rad)}$$

El flujo magnético que atraviesa la espira será $\phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t)$

La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

$$\text{Así, } \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d[B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t)]}{dt} = -8\pi^2 \nu \cdot B \cdot R^2 \cdot \text{sen}(2\pi\nu \cdot t)$$

Sustituyendo valores: $R = 0,1 \text{ m}$, $B = 0,4 \text{ T}$, $\nu = 20 \text{ Hz}$

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t) = 0,05 \cdot \cos(40\pi \cdot t) \text{ Wb}$$

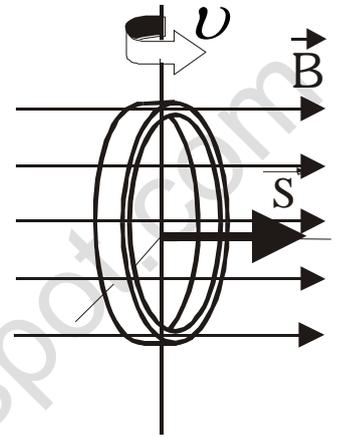
$$\varepsilon = -6,3 \cdot \text{sen}(40\pi \cdot t) \text{ V} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{\text{Máx}} = 6,3 \text{ V}$$

b) Al duplicar el radio de la espira, la superficie de la misma se cuadruplica, con lo que el valor máximo del flujo magnético y de la f.e.m. también se cuadruplicará. $\phi_m = B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t) \rightarrow \phi_{m\text{Máx}} = 4\pi \cdot B \cdot R^2$

$$\varepsilon = -8\pi^2 \nu \cdot B \cdot R^2 \cdot \text{sen}(2\pi\nu \cdot t) \rightarrow \varepsilon_{\text{Máx}} = 8\pi^2 \nu \cdot B \cdot R^2$$

Al duplicar la frecuencia de giro, el valor máximo del flujo magnético no se ve afectado, no depende de ν . Lo único que cambia es el ritmo de variación del flujo magnético. Según la ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. debe cambiar. Y el valor máximo cambia (se duplica), ya que depende de ν .

(Nota: habrás observado que en el apartado a) no hemos sustituido los valores hasta el final. Esto ha sido muy útil para poder razonar luego el apartado b) con más facilidad)



4. La ecuación de una onda en una cuerda es: $y(x, t) = 0,4 \text{ sen}12\pi x \text{ cos } 40\pi t$ (S.I.)

a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

a) Nos encontramos ante la ecuación de una onda estacionaria (O.E.) con extremo fijo (las partes espacial y temporal están separadas en dos funciones trigonométricas multiplicadas). Se origina por la superposición de dos ondas viajeras (O.V.) idénticas que se propagan en la misma dirección pero en sentido contrario.

La expresión general para una O.E. de este tipo es

$y(x, t) = 2A \text{ sen } kx \text{ cos } \omega t$ (S.I.) donde A, k y ω son magnitudes correspondientes a las ondas viajeras cuya superposición da lugar a la onda estacionaria.

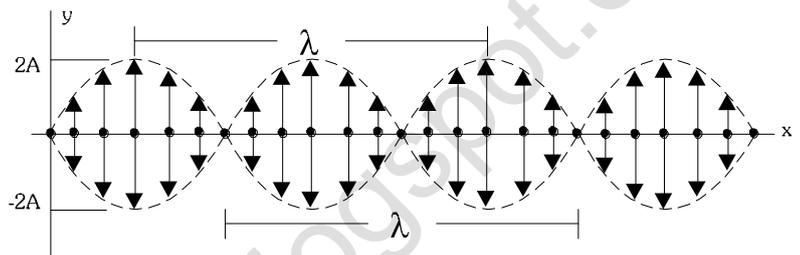
La amplitud de la onda depende del punto x $\rightarrow A(x) = 2A \cdot \text{sen } kx$

Para x = 0 tendremos amplitud nula (de ahí el nombre de "extremo fijo")

Existen puntos con amplitud máxima (vientres), punto con amplitud nula (nodos) y puntos con amplitud intermedia, como se observa en el dibujo.

Todos los puntos vibran en fase, con un periodo de vibración que coincide con el de las ondas viajeras. Así

$$\omega = 40\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,05 \text{ s}$$



La longitud de onda también coincide con la de las O.V.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{12\pi \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}} = 0,167 \text{ m}$$

La velocidad de propagación de una onda estacionaria es nula, ya que no hay una propagación neta de energía. Las O.V. que se superponen tienen velocidades de propagación idéntica, en sentido contrario.

La velocidad de propagación de las ondas viajeras puede calcularse $v_{ov} = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}{12\pi \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}} = 3,333 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b) Los puntos con amplitud nula (nodos) están separados por media longitud de onda (0,0835 m). Este cálculo se realiza:

$$A(x) = 2A \cdot \text{sen}(kx) = 0 \rightarrow \text{sen}(kx) = 0 \rightarrow kx = n\pi \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2} ; n \in \mathbb{N}$$

Dos nodos consecutivos (n y n+1), están separados media longitud de onda, como queríamos probar.