Resolver 4 de las cuestiones planteadas, escogidas libremente.
Cada cuestión consta de dos apartados: a) 1 pto, b) 1,5 ptos. Tiempo: 1 h 30 min.

A) INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Represente gráficamente las líneas del campo gravitatorio y las superficies equipotenciales creadas por una masa puntual M. Responda razonadamente: i) ¿Se pueden cortar dos líneas de campo? ii) ¿Cómo varía el potencial gravitatorio al alejarnos de la masa M?
b) Dos masas puntuales m_1 = 2 kg y m_2 = 4 kg están situadas en los puntos A(-3,0) m y B(0,1) m, respectivamente. Calcule razonadamente: i) El campo gravitatorio en el punto C(0,-1) m. ii) La fuerza que ejercerá el campo sobre una masa m_3 = 0,5 kg situada en ese punto.
$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

A.2. a) El planeta A tiene dos veces más masa que el planeta B y radio cuatro veces menor. Determine la relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
b) La masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra, y el radio lunar es 0,27 veces el radio de la Tierra.
Calcule: i) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna. ii) La velocidad de escape de un objeto desde la superficie de la Luna.
$g = 9{,}8$ m s^{-2}; R_T = 6370 km

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Una espira circular gira con velocidad angular constante alrededor de uno de sus diámetros en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme y constante perpendicular al eje de giro. i) Deduzca de forma razonada la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo. ii) Deduzca de forma razonada la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.
b) Una espira cuadrada de 5 cm de lado se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de módulo 20 T. Si se reduce de manera uniforme el valor del módulo del campo a 10 T en un intervalo de tiempo de 3 s, calcule de forma razonada: i) La expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo. ii) La fuerza electromotriz inducida en ese periodo de tiempo.

B.2. a) Se lanza un electrón perpendicularmente a las líneas de un campo electrostático uniforme. i) Razone cómo es la trayectoria seguida por el electrón dentro de ese campo y dibújela. ii) Razone cómo varían su energía cinética y su energía potencial durante su movimiento.
b) Dos partículas con cargas $q_1 = 4\cdot 10^{-6}$ C y $q_2 = 2\cdot 10^{-6}$ C se encuentran situadas en los puntos (0,0) y (2,0) m, respectivamente, del plano XY. i) Calcule el campo eléctrico en el punto (2,2) m. ii) Calcule la fuerza a la que estaría sometida una tercera partícula con carga $q_3 = 3\cdot 10^{-8}$ C situada en el punto (2,2) m. $K = 9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, las características de la imagen producida por una lente convergente con el objeto situado a más distancia de la lente que el doble de su distancia focal.
b) La imagen producida por una lente convergente está derecha, tiene un tamaño triple que el objeto, y está situada a 1 m delante de la lente. i) Calcule la posición del objeto. ii) Calcule la distancia focal de la lente. iii) Explique, con ayuda de un diagrama de rayos, el carácter real o virtual de la imagen. Justifique sus respuestas.

C.2. a) Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) Vista desde el aire, la profundidad real de un recipiente lleno de agua es menor que su profundidad aparente. ii) Cuando un haz de luz pasa de una región donde hay agua a otra región donde hay aceite, dicho haz viajará con mayor velocidad en la región del aceite. $n_{aceite} > n_{agua} > n_{aire}$
b) Un haz de luz naranja que viaja por el aire incide sobre una lámina (de caras plano-paralelas) de un determinado material transparente de 0,6 m de espesor. Los haces reflejado y refractado forman ángulos de 45º y 35º,
respectivamente, con la normal a la superficie de la lámina. i) Realice un esquema con la trayectoria de los rayos y determine el valor de la velocidad de propagación de la luz dentro de la lámina. ii) Calcule la longitud de onda de la luz naranja en la lámina.
$\lambda_{naranja(aire)} = 6{,}15\cdot 10^{-7}$ m; $n_{aire} = 1$; $c = 3\cdot 10^8$ m s^{-1}

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

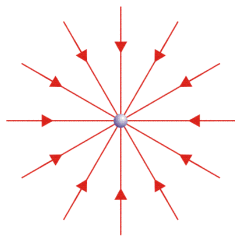
D.1. a) Discuta razonadamente la dependencia de la energía de enlace por nucleón con: i) El número másico del núcleo. ii) La estabilidad del núcleo.
b) Sabiendo que la actividad de un determinado isótopo radiactivo decae a la sexta parte cuando transcurre un tiempo de 8 horas. Determine: i) Su constante de desintegración. ii) El tiempo que debe transcurrir para que la actividad se reduzca a la décima parte de la inicial.

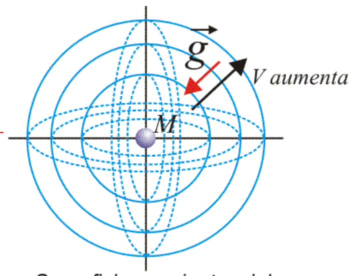
D.2. a) Al incidir un haz de luz de cierta frecuencia sobre un metal se produce efecto fotoeléctrico. i) ¿Qué condición cumple la frecuencia de la luz para que se produzca dicho efecto? ii) ¿Qué ocurrirá si se aumenta la intensidad de dicho haz? Razone las respuestas.
b) La máxima longitud de onda con la que se produce el efecto fotoeléctrico en el calcio es de $4{,}62\cdot 10^{-7}$ m. Calcule: i) La frecuencia umbral del calcio. ii) Su trabajo de extracción. iii) La energía cinética máxima de los electrones emitidos cuando se ilumina una lámina de calcio con luz ultravioleta de $2{,}5\cdot 10^{-7}$ m. $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J s; $c = 3\cdot 10^8$ m s^{-1}

A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Represente gráficamente las líneas del campo gravitatorio y las superficies equipotenciales creadas por una masa puntual M. Responda razonadamente: i) ¿Se pueden cortar dos líneas de campo? ii) ¿Cómo varía el potencial gravitatorio al alejarnos de la masa M?
b) Dos masas puntuales $m_1 = 2$ kg y $m_2 = 4$ kg están situadas en los puntos A(-3,0) m y B(0,1) m, respectivamente. Calcule razonadamente: i) El campo gravitatorio en el punto C(0,-1) m.
ii) La fuerza que ejercerá el campo sobre una masa $m_3 = 0,5$ kg situada en ese punto.
$G = 6,67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

a) El campo gravitatorio creado por una masa puntual es central, con simetría radial y sentido hacia la masa M. Las líneas de campo, que indican la dirección y sentido del campo gravitatorio en cada punto, son rectas en dirección radial.


Líneas de campo

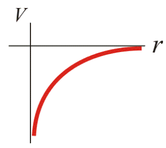


Superficies equipotenciales

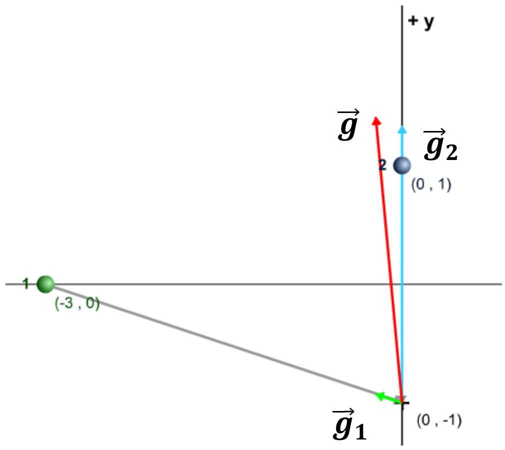
El potencial gravitatorio creado por una masa puntual M, considerando el nivel cero a una distancia infinita, tiene la expresión $V = -\frac{GM}{r}$. Las superficies equipotenciales, formadas por los puntos en los que el valor del potencial es el mismo, son superficies con $r = cte$, es decir, esferas concéntricas.

i) Dos líneas de campo no pueden cortarse, ya que en el punto de corte tendríamos dos direcciones distintas para el campo gravitatorio en ese punto, lo que es imposible.

ii) Según la expresión $V = -\frac{GM}{r}$, vemos que V aumenta con la distancia. Lo vemos en la gráfica



b)



i) Estamos ante el campo gravitatorio producido por dos masas puntuales.

Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$

Intensidad del campo gravitatorio ($\vec{g}$): Fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa.

1) $M_1 = 2$ kg $\qquad \vec{g}_1 = -\frac{GM_1}{{r_1}^2}\vec{u}_{r1}$

$\vec{r}_1 = (0,-1) - (-3,0) = 3\,\vec{i} - \vec{j}\,m$

$r_1 = \sqrt{10}\,m \qquad \vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{3\,\vec{i}-\vec{j}}{\sqrt{10}}$

$$\vec{g}_1 = -\frac{6.67\cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 2kg}{(\sqrt{10}m)^2}\cdot\frac{3\,\vec{i}-\vec{j}}{\sqrt{10}} = -6,3\cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 2,1\cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ Nkg^{-1}$$

2) $M_2 = 4$ kg $\quad \vec{g}_2 = -\frac{GM_2}{{r_2}^2}\vec{u}_{r2} \qquad \vec{r}_2 = (0,-1) - (0,1) = -2\vec{j}\,m \qquad r_2 = 2\,m \qquad \vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = -\vec{j}$

$$\vec{g}_2 = -\frac{6.67\cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 4kg}{(2m)^2}\cdot(-\vec{j}) = 6.67\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ Nkg^{-1}$$

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \qquad \vec{g} = -6,3\cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 6,88\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ Nkg^{-1}$$

ii) La fuerza gravitatoria viene dada por la expresión:

$$\vec{F}_g = m\cdot\vec{g} = 0,5\,kg\cdot\left(= -6,3\cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 6,88\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ Nkg^{-1}\right) = -3,15\cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 3,44\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ N$$

A.2. a) El planeta A tiene dos veces más masa que el planeta B y radio cuatro veces menor. Determine la relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
b) La masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra, y el radio lunar es 0,27 veces el radio de la Tierra. Calcule: i) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna.
ii) La velocidad de escape de un objeto desde la superficie de la Luna.
$g = 9,8\ m\ s^{-2}$; $R_T = 6370$ km

a) La velocidad de escape de un planeta es la velocidad mínima a la que habría que lanzar un objeto desde la superficie del planeta, para que se alejara indefinidamente, sin volver a caer. Su expresión es: $v_e = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{R}}$, siendo M la masa del planeta y R su radio.

Datos: $M_A = 2\ M_B$, $R_A = R_B/4$

$$v_{eA} = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_A}{R_A}} = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot 2M_B}{\frac{R_B}{4}}} = \sqrt{\frac{8\cdot 2\cdot G\cdot M_B}{R_B}} = \sqrt{8}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_B}{R_B}} = \sqrt{8}\cdot v_{eB}$$

b) Datos: $M_L = 0{,}012\cdot M_T$, $R_L = 0{,}27\cdot R_T$

i) Gravedad superficial: $g_{0L} = \frac{G\cdot M_L}{{R_L}^2} = \frac{G\cdot 0{,}012\cdot M_T}{(0{,}27\cdot R_T)^2} = 0{,}165\cdot\frac{G\cdot M_L}{{R_L}^2} = 0{,}165\cdot g_{0T} = 1{,}617\ m\ s^{-2}$

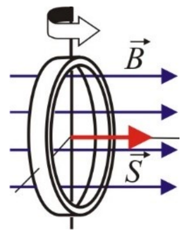
ii) Velocidad de escape: $v_{eL} = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2\cdot \cancel{G}\cdot g_{0L}\cdot {R_L}^{\cancel{2}}}{\cancel{R_L}\cdot\cancel{G}}} = \sqrt{2\cdot g_{0L}\cdot R_L}$

Sustituimos: $g_{0L} = 1{,}617\ m\ s^{-2}$, $R_L = 0{,}27\ R_T = 1{,}720\cdot 10^6\ m$ $v_{eL} = 2{,}358\cdot 10^3\ m\ s^{-1}$

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Una espira circular gira con velocidad angular constante alrededor de uno de sus diámetros en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme y constante perpendicular al eje de giro. i) Deduzca de forma razonada la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo. ii) Deduzca de forma razonada la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) Una espira cuadrada de 5 cm de lado se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de módulo 20 T. Si se reduce de manera uniforme el valor del módulo del campo a 10 T en un intervalo de tiempo de 3 s, calcule de forma razonada: i) La expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo. ii) La fuerza electromotriz inducida en ese periodo de tiempo.



a) i) El flujo magnético que atraviesa la espira viene dado por

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\alpha = B \cdot \pi \cdot R^2 \cdot cos\alpha$$

Al girar con movimiento circular uniforme en torno a uno de sus diámetros, el ángulo α entre el campo y el vector superficie de la espira varía según $\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t$

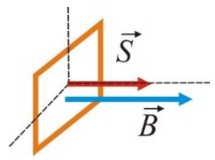
Y el flujo $\Phi_m = B \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \cos(\alpha_0 + \omega \cdot t)$

Donde α_0 es el ángulo inicial, que depende de la orientación inicial de la espira (no la dice el enunciado) y ω la velocidad angular de giro.

ii) Según la ley de Faraday-Lenz, al variar el flujo magnético que atraviesa la espira, se inducirá corriente en la misma. La fuerza electromotriz inducida viene dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = B \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \omega \cdot sen(\alpha_0 + \omega \cdot t)$$

b) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética.



i) El flujo magnético que atraviesa la espira viene dado por

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\alpha$$

Superficie de la espira: $S = L^2 = 25\ cm^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^2$

Escogemos el vector superficie de forma que sea paralelo al campo magnético, así α = 0º.

El campo magnético varía, disminuyendo uniformemente desde 20 T hasta 10 T en 3 s.

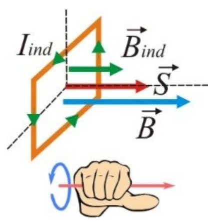
$B = B_0 + A \cdot t$ Sustituimos: $B_0 = 20$ T, para t = 3 s, B = 10 T, $10 = 20 + A \cdot 3 \rightarrow A = -3{,}333\ T/s$

$$B = 20 - 3{,}333 \cdot t\ (T)$$

El flujo $\Phi_m = (20 - 3{,}333 \cdot t) \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot cos0º = 5 \cdot 10^{-2} - 8{,}33 \cdot 10^{-3} \cdot t\ \ (Wb)$

ii) Según la ley de Faraday-Lenz, al variar el flujo magnético que atraviesa la espira, se inducirá corriente en la misma. La fuerza electromotriz inducida viene dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d[5 \cdot 10^{-2} - 8{,}33 \cdot 10^{-3} \cdot t\ ]}{dt} = 8{,}33 \cdot 10^{-3}\ V$$



No lo pide el enunciado, pero vamos a razonar el sentido de la corriente de dos formas.

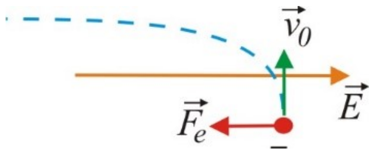
1ª: La fem es positiva. Eso significa que la corriente va en el sentido que marca el vector superficie (regla de la mano derecha, en el dibujo).

2ª: El flujo magnético va hacia la derecha, y disminuye. Se genera una corriente inducida que crea un campo inducido en el mismo sentido que el campo exterior para compensar la disminución de flujo.

B.2. a) Se lanza un electrón perpendicularmente a las líneas de un campo electrostático uniforme. i) Razone cómo es la trayectoria seguida por el electrón dentro de ese campo y dibújela. ii) Razone cómo varían su energía cinética y su energía potencial durante su movimiento.
b) Dos partículas con cargas $q_1 = 4\cdot10^{-6}$ C y $q_2 = 2\cdot10^{-6}$ C se encuentran situadas en los puntos (0,0) y (2,0) m, respectivamente, del plano XY. i) Calcule el campo eléctrico en el punto (2,2) m. ii) Calcule la fuerza a la que estaría sometida una tercera partícula con carga $q_3 = 3\cdot10^{-8}$ C situada en el punto (2,2) m. K = $9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}

a) i) Sobre la partícula actuará una fuerza eléctrica dada por $\vec{F}_e = q\cdot\vec{E}$

La aceleración que sufrirá la partícula será $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q\cdot\vec{E}}{m} = cte$

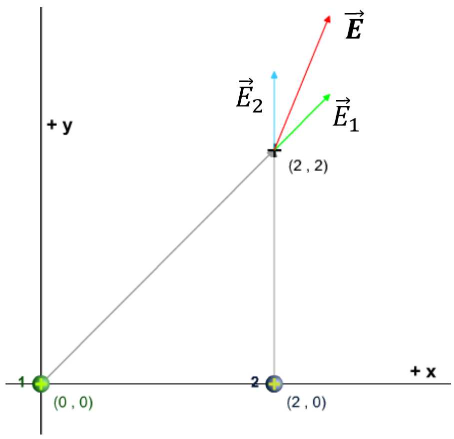


El movimiento será uniformemente acelerado, MUA.
La trayectoria será una parábola, ya que la velocidad inicial no va en la misma dirección de la aceleración.
Como la carga del electrón es negativa, la aceleración irá en sentido contrario al campo.

ii) Como sólo actúa la fuerza eléctrica, que es conservativa, la energía mecánica se mantiene constante. $\Delta Ec = -\Delta Ep_e$
La aceleración hace que el módulo de la velocidad aumente (aumenta la componente en la dirección del campo, mientras la perpendicular se mantiene constante), con lo que la energía cinética aumenta $\Delta Ec > 0$.
Por lo tanto, $\Delta Ep_e < 0$, la energía potencial eléctrica disminuye.

(De otra forma, $\Delta Ep_e = q\cdot\Delta V = -e\cdot\Delta V$. El potencial disminuye en la dirección del campo, y como se mueve en sentido contrario al campo, el potencial aumenta ($\Delta V < 0 \rightarrow \Delta Ep_e < 0$) y la energía potencial disminuye. Como consecuencia, la energía cinética aumenta ($\Delta Ec = -\Delta Ep_e$).)

b) i) Estamos ante el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales.
Aplicamos el principio de superposición: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$



Intensidad del campo eléctrico ($\vec{E}$): Fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga.
1) $Q_1 = 4\cdot10^{-6}$ C, punto (2,0) m

$\vec{E}_1 = \frac{KQ_1}{r_1{}^2}\vec{u}_{r1}$ $\quad\vec{r}_1 = (2,2) - (0,0) = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\ m$

$r_1 = \sqrt{8}\ m$ $\quad\vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}}{\sqrt{8}}$

$$\vec{E}_1 = \frac{9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot4\cdot10^{-6}C}{(\sqrt{8}m)^2}\cdot\frac{2\,\vec{\imath}+2\vec{\jmath}}{\sqrt{8}} = 3181{,}98\,\vec{\imath} + 3181{,}98\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}$$

2) $Q_2 = 2\cdot10^{-6}$ C, punto (0,0) m

$\vec{E}_2 = \frac{KQ_2}{r_2{}^2}\vec{u}_{r2}$ $\quad\vec{r}_2 = (2,2) - (2,0) = 2\vec{\jmath}\ m$ $\quad r_2 = 2\ m$ $\quad\vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{2\vec{\jmath}}{2} = \vec{\jmath}$

$$\vec{E}_2 = \frac{9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\cdot2\cdot10^{-6}C}{(2\ m)^2}\cdot\vec{\jmath} = 4500\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 3181{,}98\,\vec{\imath} + 7681{,}98\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}$$

ii) La fuerza eléctrica ejercida sobre una carga q viene dada por $\vec{F}_e = q\cdot\vec{E}$. Así

$$\vec{F}_e = q_3\cdot\vec{E} = 3\cdot10^{-8}C\cdot\left(3181{,}98\,\vec{\imath} + 7681{,}98\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}\right) = 9{,}55\cdot10^{-5}\,\vec{\imath} + 2{,}30\cdot10^{-4}\,\vec{\jmath}\ N$$

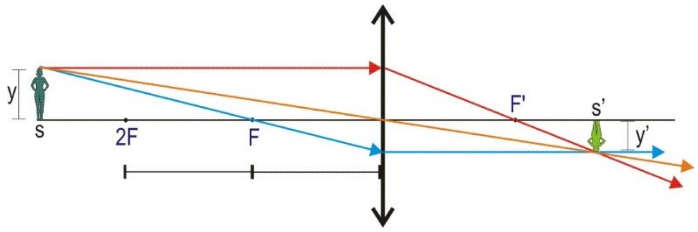
C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, las características de la imagen producida por una lente convergente con el objeto situado a más distancia de la lente que el doble de su distancia focal.
b) La imagen producida por una lente convergente está derecha, tiene un tamaño triple que el objeto, y está situada a 1 m delante de la lente. i) Calcule la posición del objeto. ii) Calcule la distancia focal de la lente. iii) Explique, con ayuda de un diagrama de rayos, el carácter real o virtual de la imagen. Justifique sus respuestas.

a) En una lente convergente, el foco imagen se encuentra a la derecha (f' >0) y el foco objeto a la izquierda (f<0)

Aplicando las reglas del trazado de rayos:
- Rayo que incide paralelo al eje óptico → converge hacia el foco imagen F' (rojo)
- Rayo que incide pasando por el foco objeto F → sale paralelo al eje óptico (azul)
- Rayo que incide sobre el vértice (centro) de la lente → Sale formando el mismo ángulo con el eje óptico. (naranja)

Objeto a más de dos veces la distancia focal.



Como vemos, la imagen es real (los rayos convergen en un punto), invertida (aumento lateral negativo), y menor que el objeto.

b) Por los datos, tenemos una lente convergente con el objeto situado entre el foco objeto y la lente, ya que es la única forma de que una lente convergente produzca una imagen derecha, a partir de un objeto real.

Usaremos normas DIN a la hora de medir las distancias.
Todas las distancias a la derecha de la lente o hacia arriba del eje óptico son positivas. Son negativas aquellas distancias a la izquierda de la lente o hacia abajo del eje óptico.

y: tamaño del objeto
s: posición del objeto
f': distancia focal (lente-F'). f'
s': posición de la imagen s'= -1 m (delante de la lente)
y': tamaño de la imagen. y' = 3·y

Aplicamos las ecuaciones de Gauss para calcular posición y tamaño de la imagen.

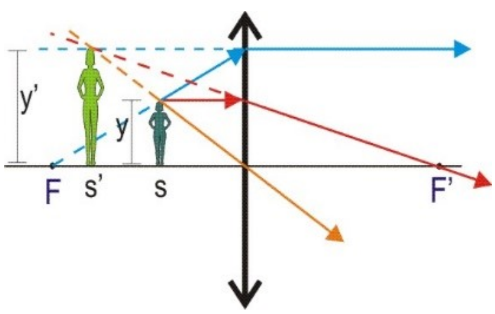
Ecuación de la lente: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ Aumento lateral: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

i) A partir del aumento lateral, como y' = 3·y $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow 3 = \frac{-1}{s} \rightarrow s = -0{,}333\ m$

ii) Calculamos la distancia focal usando la ecuación de la lente:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{-1} - \frac{1}{-0{,}333} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{f'} = 2 \rightarrow f' = 0{,}5\ m$$

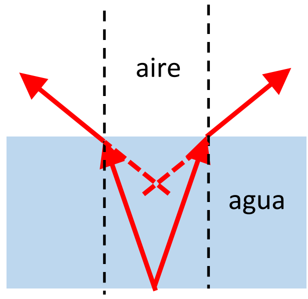
iii) Trazado de rayos. Aplicamos las reglas ya explicadas en el apartado a)



- La imagen está situada a la izquierda de la lente. Es por tanto una **imagen virtual** (los rayos no convergen en un punto, sino que parecen divergir de él, son las prolongaciones "hacia atrás" las que se juntan en un punto). Además, s' < 0.

C.2. a) Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) Vista desde el aire, la profundidad real de un recipiente lleno de agua es menor que su profundidad aparente. ii) Cuando un haz de luz pasa de una región donde hay agua a otra región donde hay aceite, dicho haz viajará con mayor velocidad en la región del aceite. $n_{aceite} > n_{agua} > n_{aire}$
b) Un haz de luz naranja que viaja por el aire incide sobre una lámina (de caras plano-paralelas) de un determinado material transparente de 0,6 m de espesor. Los haces reflejado y refractado forman ángulos de 45º y 35º, respectivamente, con la normal a la superficie de la lámina. i) Realice un esquema con la trayectoria de los rayos y determine el valor de la velocidad de propagación de la luz dentro de la lámina. ii) Calcule la longitud de onda de la luz naranja en la lámina.
$\lambda_{naranja(aire)} = 6{,}15 \cdot 10^{-7}$ m; $n_{aire} = 1$; $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}

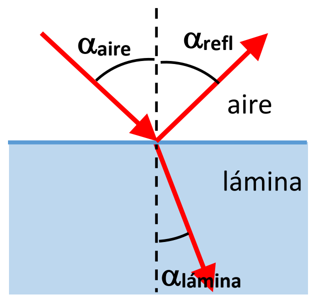
a)
i) Este efecto se debe a la refracción de la luz al pasar del agua al aire. El índice de refracción del agua es mayor que el del aire, por lo que, según la ley de Snell, el ángulo que forma el rayo con la normal es mayor en el aire que en el agua.
$n_{agua} \cdot sen\alpha_{agua} = n_{aire} \cdot sen\alpha_{aire}$ **a)**



i) Este efecto se debe a la refracción de la luz al pasar del agua al aire. El índice de refracción del agua es mayor que el del aire, por lo que, según la ley de Snell, el ángulo que forma el rayo con la normal es mayor en el aire que en el agua.
$n_{agua} \cdot sen\alpha_{agua} = n_{aire} \cdot sen\alpha_{aire}$
Vemos en el dibujo que, si se observa desde el aire (desde arriba) un punto del fondo del recipiente, los rayos, al desviarse al pasar al aire, parecen provenir (prolongaciones) de un punto situado más arriba de los que realmente está. La afirmación es cierta.

ii) El índice de refracción de un medio (n) indica cuántas veces es mayor la velocidad de la luz en el vacío que en el medio. $n = \frac{c}{v} \rightarrow \ v = \frac{c}{n}$ (un mayor índice de refracción significa una menor velocidad de la luz)
El índice de refracción del aceite es mayor que el del agua, por lo que la velocidad de la luz será menor en el aceite que en el agua. La afirmación es falsa.

b)
i) Según las leyes de la reflexión y refracción de la luz:



- El rayo reflejado (α_{refl}) forma el mismo ángulo con la normal que el rayo incidente (α_{aire}). Por lo tanto, el ángulo de incidencia es de 45º.
- Los rayos incidente y refractado cumplen la ley de Snell.
$n_{aire} \cdot sen\alpha_{aire} = n_{lámina} \cdot sen\alpha_{lámina}$

Sustituimos los valores conocidos (α_{aire}= 45º, $\alpha_{lámina}$ = 35º , n_{aire} = 1)
$1 \cdot sen45º = n_{lámina} \cdot sen35º \rightarrow \ n_{lámina} = 1{,}233$

El índice de refracción de un medio (n) indica cuántas veces es mayor la velocidad de la luz en el vacío que en el medio.
$n = \frac{c}{v} \rightarrow \ v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1{,}233} = 2{,}433 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ es la velocidad de la luz en la lámina.

ii) Al cambiar de medio, la luz mantiene su frecuencia, pero su longitud de onda cambia según la relación
$n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2$ en este caso: $n_{aire} \cdot \lambda_{aire} = n_{lámina} \cdot \lambda_{lámina}$

Sustituimos los valores que conocemos: $1 \cdot 6{,}15 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 1{,}233 \cdot \lambda_{lámina} \rightarrow \lambda_{lámina} = 4{,}99 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

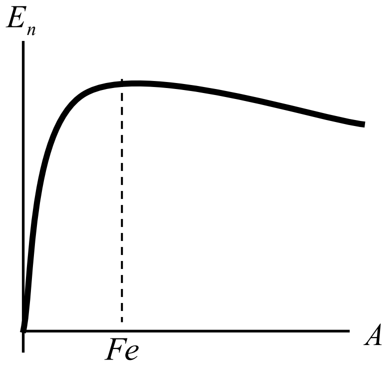
(También puede calcularse la frecuencia en el aire $f = \frac{c}{\lambda_{aire}}$, que será la misma que en la lámina, y luego calcular la longitud de onda en la lámina $f = \frac{v_{lámina}}{\lambda_{lámina}} \rightarrow \lambda_{lámina} = v_{lámina} \cdot f$)

(Es totalmente innecesario el dato del espesor de la lámina y el hecho de que sea de caras paralelas. Esto puede crear confusión. Posiblemente esto error se deba a que en alguna revisión del enunciado se eliminó alguna pregunta del tipo “calcule el tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina” o algo así, con el propósito de hacer la cuestión más corta, y se olvidaron de quitar el dato del enunciado).

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) Discuta razonadamente la dependencia de la energía de enlace por nucleón con: i) El número másico del núcleo. ii) La estabilidad del núcleo.
b) Sabiendo que la actividad de un determinado isótopo radiactivo decae a la sexta parte cuando transcurre un tiempo de 8 horas. Determine: i) Su constante de desintegración. ii) El tiempo que debe transcurrir para que la actividad se reduzca a la décima parte de la inicial.

a) La energía de enlace por nucleón es el promedio de energía desprendida por partícula al formarse el núcleo a partir de las mismas. $E_n = \frac{E_e}{A}$, siendo E_e la energía de enlace (ver apartado anterior) y A el número másico.



i) Representando la energía de enlace por nucleón en función del número másico, se obtiene una gráfica como la de la figura, en la que se observa que la E_n (y, por tanto, la estabilidad nuclear) aumenta con A para los elementos más ligeros y tiene un máximo para el elemento Hierro (A = 56), decreciendo suavemente para elementos más pesados. Los elementos más ligeros que el hierro desprenden energía al fusionarse, mientras que para los elementos pesados es la fisión lo que produce desprendimiento de energía.

ii) La estabilidad del núcleo viene marcada por la energía de enlace por nucleón. Una mayor energía de enlace por nucleón significa que debemos aportar una mayor cantidad de energía para volver a separar las partículas, lo que hace al núcleo más estable.

b) La actividad de una muestra radiactiva indica el número de desintegraciones en la unidad de tiempo. Según la ley de desintegración radiactiva, la actividad depende del número de núcleos sin desintegrar ($A = -\lambda \cdot N$), por lo que la actividad disminuye con el tiempo según $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, donde A_0 es la actividad inicial de la muestra, λ la constante radiactiva (indica la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo), y t el tiempo transcurrido.

i) Nos dicen que para t = 8 h,

$$\frac{A}{A_0} = \frac{1}{6} \rightarrow \quad e^{-\lambda \cdot 8} = \frac{1}{6} \rightarrow \ \ln\left(e^{-\lambda \cdot 8}\right) = \ln\left(\frac{1}{6}\right) \rightarrow \ -\lambda \cdot 8 \cdot \ln e = \ln\left(\frac{1}{6}\right) \rightarrow \ \lambda = \frac{\ln\left(\frac{1}{6}\right)}{-8} = 0{,}224\ h^{-1}$$

En unidades S.I. $\quad 0{,}224\ \frac{1}{\cancel{h}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = 6{,}22 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$

ii) Volvemos a aplicar la ley de desintegración radiactiva

$$\frac{A}{A_0} = e^{-0{,}224 \cdot t} = \frac{1}{10} \rightarrow \ -0{,}224 \cdot t = \ln\left(\frac{1}{10}\right) \rightarrow \ t = \frac{\ln\left(\frac{1}{10}\right)}{-0{,}224} = 10{,}28\ h = 3{,}70 \cdot 10^4\ s$$

D.2. a) Al incidir un haz de luz de cierta frecuencia sobre un metal se produce efecto fotoeléctrico. i) ¿Qué condición cumple la frecuencia de la luz para que se produzca dicho efecto? ii) ¿Qué ocurrirá si se aumenta la intensidad de dicho haz? Razone las respuestas.
b) La máxima longitud de onda con la que se produce el efecto fotoeléctrico en el calcio es de $4{,}62\cdot10^{-7}$ m. Calcule: i) La frecuencia umbral del calcio. ii) Su trabajo de extracción. iii) La energía cinética máxima de los electrones emitidos cuando se ilumina una lámina de calcio con luz ultravioleta de $2{,}5\cdot10^{-7}$ m.
$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}

a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética**.** Según explicó Einstein, la luz viaja en forma de cuantos de radiación (fotones) con energía $E_f = h\cdot f$, donde f es la frecuencia de la luz. Al incidir sobre una superficie metálica, los fotones ceden su energía a los electrones del metal. Si la energía de los fotones es mayor que la necesaria para que los electrones venzan la atracción del núcleo (trabajo de extracción W_{extr} , o función trabajo ϕ_0), se producirá la emisión de electrones por parte del metal. La energía sobrante se invierte en aumentar la energía cinética de los electrones emitidos (Ec_e). Así, podemos hacer este balance energético: $E_f = W_{extr} + Ec_e$

i) La emisión de electrones se producirá sólo si la energía de los fotones supera al trabajo de extracción, es decir, si su frecuencia está por encima de la frecuencia umbral característica del metal.

ii) si se aumenta la intensidad del haz aumenta el número de fotones que inciden, pero no la energía de cada fotón. Así, se liberarán más electrones (aumentará la intensidad de corriente medida) pero no cambiará la energía cinética máxima de los electrones.

b) Como ya se ha explicado en el apartado a), el balance energético en el efecto fotoeléctrico es $E_f = W_{extr} + Ec_e$
Nos dan el dato de la longitud de onda umbral del metal (longitud de onda máxima de la radiación para que se produzca la emisión de electrones en ese metal).

i) La frecuencia umbral: $f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3\cdot10^8\ \mathrm{ms^{-1}}}{4{,}62\cdot10^{-7}\ \mathrm{m}} = 6{,}49\cdot10^{14}\ Hz$

ii) El trabajo de extracción: $W_{extr} = h\cdot f_0 = 6{,}63\cdot10^{-34} Js\ \cdot\ 6{,}49\cdot10^{14}\ s^{-1} = 4{,}30\cdot10^{-19}\ J$

iii) Calculamos la energía de los fotones: $E_{fot}\ = h\cdot f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34} Js\cdot 3\cdot10^8 ms^{-1}}{2{,}5\cdot10^{-7} m} = 7{,}96\cdot10^{-19}\ J$

La energía cinética máxima de los electrones:

$$Ec_e = E_{fot} - W_{extr} = 7{,}96\cdot10^{-19}\ J - 4{,}30\cdot10^{-19}\ J = 3{,}66\cdot10^{-19}\ J$$