

CUESTIONES Y PROBLEMAS SOBRE ELECTROMAGNETISMO

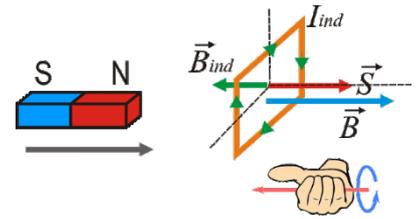
2022. Junio.

B.2. a) A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.

b) Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo $B = (4t - t^2)$ T (t es el tiempo en segundos). i) Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira. ii) Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para $t = 3$ s. iii) Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.

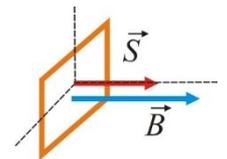
a) Según la ley de Faraday-Lenz, se generará corriente inducida si varía el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira, $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme.

Al acercar el polo norte del imán, aumenta el valor del campo magnético, con lo que el flujo magnético que atraviesa la espira aumenta, según el esquema, hacia la derecha. Se inducirá en la espira una corriente que producirá un campo magnético inducido que se opone a la variación del flujo. Como el flujo aumenta hacia la derecha, el campo inducido irá hacia la izquierda.



La ley de Biot-Savart explica el campo magnético que produce la corriente que circula por la espira. El sentido del campo viene dado por la regla de la mano derecha (sacacorchos); En el esquema se muestra el sentido de la corriente inducida.

b) i) El flujo magnético que atraviesa una espira viene dado por $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme, S es la superficie de la espira, B el campo magnético y α el ángulo entre \vec{B} y \vec{S} . Suponemos el vector superficie en el mismo sentido que el campo (esquema), luego $\alpha = 0^\circ$



La superficie: $S = L^2 = (0,05 \text{ m})^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

El flujo $\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = (4 \cdot t - t^2)T \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \cos 0^\circ = 0,01 \cdot t - 0,0025 \cdot t^2 \text{ (Wb)}$

ii) Según la ley de Faraday-Lenz, al variar el flujo magnético que atraviesa la espira, se generará corriente inducida en la misma. La fuerza electromotriz inducida viene dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(0,01 \cdot t - 0,0025 \cdot t^2)}{dt} = -0,01 + 0,005 \cdot t \text{ (V)}$$

Para $t = 3$ s, $\varepsilon(3s) = -0,01 + 0,005 \cdot 3 = 0,005 \text{ V}$

(Nota: no se comprende bien lo de "módulo", ya que la f.e.m. es una magnitud escalar. Igual se refieren al valor absoluto...)

iii) La corriente inducida será nula en el instante en el que la f.e.m. sea nula

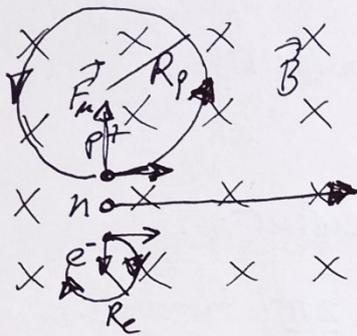
$$\varepsilon = -0,01 + 0,005 \cdot t = 0 \rightarrow t = 2 \text{ s}$$

2022. Julio

- B1. a) Un protón, un electrón y un neutrón entran con igual velocidad en un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad. Explique con la ayuda de un esquema la trayectoria seguida por cada partícula.
 b) Un protón que parte del reposo es acelerado mediante una diferencia de potencial de $1,5 \cdot 10^4$ V. Posteriormente, penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 12 T. Determine razonadamente: i) el radio de curvatura de la trayectoria que describe el protón y ii) el periodo de revolución.
 $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

a) La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada viene dada por la ley de Lorentz

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$



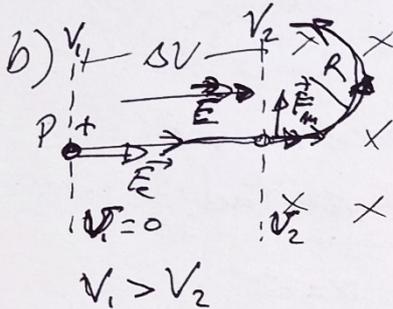
neutrón: $q=0 \Rightarrow \vec{F}_m=0$. Continúa con MRU.

El protón y el e^- sí se ven afectados.

$\vec{F}_m \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n \Rightarrow$ MCU.

El sentido de giro es distinto debido al signo de la carga $q_p = e$, $q_e = -e$

Radio de giro $R = \frac{mv}{|q|B}$ $m_p \gg m_e \Rightarrow R_p \gg R_e$



Aceleración por \vec{E}

\vec{E} es conservativa $\Rightarrow E_m = dte \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = -q \Delta V = -e(V_2 - V_1)$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = e(V_1 - V_2)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2e(V_1 - V_2)}{m_p}} = 1,68 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

Movimiento dentro del campo magnético.

Ley de Lorentz $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$

$\vec{F}_m \perp \vec{v} \Rightarrow$ MCU.

Trayectoria circular.

Radio de la circunferencia:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = 1,49 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (\approx 1,5 \text{ mm})$$

Periodo de revolución. Es un MCU $\Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v}$

$$T = \frac{2\pi m v}{|q| \cdot B} = \frac{2\pi m}{|q| B} = 5,56 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

2022. Julio

- B2. a)** Una espira conductora circular gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante en una región donde hay un campo magnético uniforme perpendicular al eje de rotación. Razone qué le ocurre al valor de la máxima f.e.m. inducida en la espira si: i) se duplica el radio de la espira; ii) se duplica el periodo de rotación.
- b)** Una bobina circular de 75 espiras de 0,03 m de radio está dentro de un campo magnético cuyo módulo aumenta a ritmo constante de 4 a 10 T en 4 s, y cuya dirección forma un ángulo de 60° con el eje de la bobina. i) Calcule la f.e.m. inducida en la bobina y razone, con la ayuda de un esquema, el sentido de la corriente inducida. ii) Si la bobina pudiera girarse, razone cómo debería orientarse para que no se produjera corriente, y para que esa corriente fuera la mayor posible.

a) Según la ley de Faraday-Lenz, se induce corriente en la espira debido a que varía el flujo magnético que la atraviesa

$$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$

$$MCU \rightarrow \alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t$$

la fem inducida $E = -\frac{d\phi_m}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \sin(\omega t)$

fem máxima $E_{m\acute{a}x} = B \cdot S \cdot \omega = B \cdot S \cdot \frac{2\pi}{T}$

$$S = \pi R^2 \rightarrow E_{m\acute{a}x} = \frac{2\pi^2 B R^2}{T}$$

i) Al duplicar R $\rightarrow E_{m\acute{a}x}$ se hace 4 veces mayor
 ii) Al duplicar T $\rightarrow E_{m\acute{a}x}$ se hace la mitad

b) $N = 75$ espiras $\alpha = 60^\circ$
 $S_i = \pi R^2 = 2'83 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
 B) $B_0 = 4 \text{ T}$ Aumenta a 10 T en 4 s
 $B = B_0 + X \cdot t \rightarrow 10 = 4 + X \cdot 4 \rightarrow X = 1'5 \text{ T s}^{-1}$
 $B = 4 + 1'5 t \text{ (SI)}$

Flujo magnético $\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot N \cdot S_i \cdot \cos \alpha =$
 $= (4 + 1'5 t) \cdot 75 \cdot 2'83 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 60^\circ \text{ (SI)} = 0'42 + 0'16 t \text{ (wb)}$

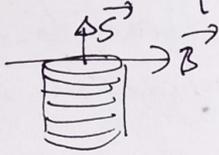
Según la ley de Faraday-Lenz, se induce corriente en la bobina debido a la variación de flujo magnético que la atraviesa. El sentido de la corriente es tal que produce un campo \vec{B}_{ind} que se opone a la variación de flujo.

La fem inducida $E = -\frac{d\phi_m}{dt} = -0'16 \text{ V}$

sentido de la corriente (esquema)

ϕ_m aumenta hacia la derecha \rightarrow
 $\rightarrow B_{ind}$ hacia la izda. Corriente \rightarrow Biot-Savart. Mano derecha

ii) No se induciría corriente en la bobina si el flujo magnético fuera constante. Dado que B cambia, sólo podemos conseguirlo haciendo que se anule permanentemente si $\alpha = 90^\circ$ (\vec{S} (eje de la bobina) perpendicular a \vec{B}). $\Phi_m = 0$



Para que la corriente sea la máxima posible, el flujo debe ser el máximo posible $\rightarrow \cos \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 0^\circ$



2021. Junio

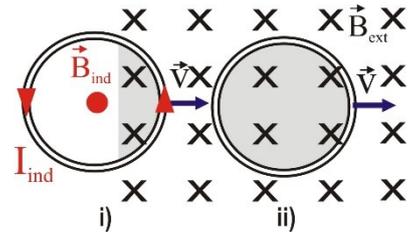
B.1. a) Una espira circular situada en el plano XY, y que se desplaza por ese plano en ausencia de campo magnético, entra en una región en la que existe un campo magnético constante y uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ. i) Justifique, ayudándose de esquemas, si en algún momento durante dicho desplazamiento cambiará el flujo magnético en la espira. ii) Justifique, ayudándose de un esquema, si en algún momento se inducirá corriente en la espira y cuál será su sentido.

b) Una espira circular de 5 cm de radio gira alrededor de uno de sus diámetros con una velocidad angular igual a $\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de módulo igual a 10 T, perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial el flujo es máximo: i) Calcule razonadamente, ayudándose de un esquema, la expresión del flujo magnético en función del tiempo. ii) Calcule razonadamente el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante $t = 50 \text{ s}$.

i) El flujo magnético que atraviesa una espira viene dado por

$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme, S es la superficie de la espira, B el campo magnético y α el ángulo entre \vec{B} y \vec{S} .

El flujo magnético variará mientras la espira entra en la zona de campo magnético, ya que en ese tiempo varía (aumenta) la superficie atravesada por las líneas de campo. Una vez que toda la espira está inmersa en la región de campo magnético, el flujo vuelve a ser constante.



ii) Según la ley de Faraday-Lenz, se generará corriente inducida si varía el flujo magnético que atraviesa la superficie del solenoide. Se producirá corriente inducida mientras la espira entra en la zona de campo magnético. El sentido de la corriente inducida es tal que produce un campo magnético que se opone a la variación de flujo. Como el campo magnético está orientado en el sentido negativo del eje OZ, y el flujo aumenta, el campo inducido se opone al campo externo, e irá en el sentido + del eje OZ.

La ley de Biot-Savart explica el campo magnético que produce la corriente que circula por la espira. El sentido del campo viene dado por la regla de la mano derecha (sacacorchos); en este caso el sentido de la corriente inducida es antihorario (visto desde arriba), como aparece en el dibujo.

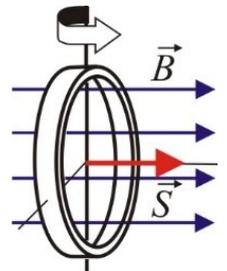
Una vez la espira está completamente dentro del campo magnético, el flujo se mantiene constante y no se produce corriente inducida en la espira.

b) i) El flujo magnético que atraviesa una espira viene dado por $\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme, S es la superficie de la espira, B el campo magnético y α el ángulo entre \vec{B} y \vec{S} .

Al girar la espira (MCU), varía el valor del ángulo, $\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t$.

Inicialmente el flujo es máximo, con lo que $\cos\alpha_0 = 1 \rightarrow \alpha_0 = 0^\circ$ $\alpha = \omega \cdot t = \pi \cdot t \text{ (rad)}$

El flujo $\phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 10 \text{ T} \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \cos(\pi t) = 7,85 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \cos(\pi t) \text{ (Wb)}$



ii) Según la ley de Faraday-Lenz, al variar el flujo magnético que atraviesa la espira, se generará corriente inducida en la misma. La fuerza electromotriz inducida viene dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = 7,85 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot \text{sen}(\pi t) \text{ (V)}$$

Para $t = 50 \text{ s}$, $\varepsilon(50\text{s}) = 7,85 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot \text{sen}(50\pi) = 0 \text{ V}$

2021. Junio

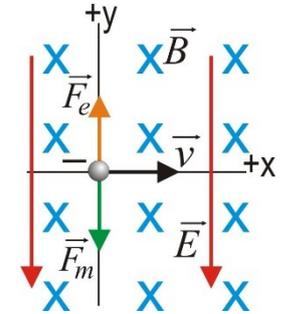
B.2. a) Un electrón se mueve en sentido positivo del eje OX en una región en la que existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje OZ. **i)** Indique, de forma justificada y con ayuda de un esquema, la dirección y sentido en que debe actuar un campo eléctrico uniforme para que la partícula no se desvíe. **ii)** ¿Qué relación deben cumplir para ello los módulos de ambos campos?

b) Un protón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, con una velocidad de módulo igual a $3 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,05 T. **i)** Justifique, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el protón, la dirección y sentido del campo magnético. **ii)** Calcule, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del protón.
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

a) i) Aplicando la primera ley de Newton, deducimos que las fuerzas eléctrica y magnética se anulan mutuamente

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

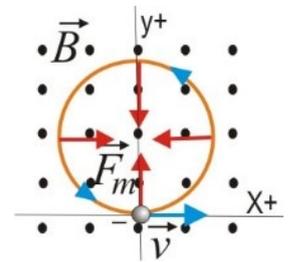
independientemente del signo de q.
 La dirección del campo eléctrico es la del producto $\vec{v} \times \vec{B}$, y tiene sentido opuesto (dibujo). Como vemos en el dibujo, el campo eléctrico debe ir en el sentido negativo del eje OY.



ii) La relación entre los módulos: $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow E = v \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = v \cdot B$

b) Al moverse dentro del campo magnético, actúa sobre el electrón una fuerza magnética, dada por la ley de Lorentz

$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, con lo que producirá sólo aceleración normal. El movimiento sería circular uniforme, y la trayectoria una circunferencia. Aplicando la ley de Lorentz, el sentido de la fuerza es el indicado en el dibujo, y para que el sentido de la trayectoria del electrón (carga negativa) sea antihorario, el campo magnético debe ir en el sentido positivo del eje OZ.



i) Calculamos el radio de la trayectoria aplicando la segunda ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F_m = m \cdot a_n \rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = 0,064 \text{ m}$$

ii) El periodo del movimiento $T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B} = 1,335 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

2021. Julio.

B.2. a) Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia “d” por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos “d” a la mitad.

b) Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente: **i)** El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón. **ii)** El radio de la trayectoria descrita.
 $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

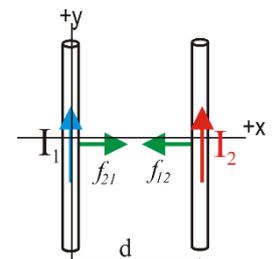
a) La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores rectilíneos paralelos y muy largos, viene dada por $f = \frac{F}{L} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$. En este caso la fuerza es atractiva, ya que las corrientes van en el mismo sentido.

Al ser $I_1 = I_2 = I$, $f = \frac{\mu \cdot I^2}{2\pi \cdot d}$

Si se duplican las intensidades y se reduce d a la mitad:

$$f' = \frac{\mu \cdot (2I)^2}{2\pi \cdot \frac{d}{2}} = \frac{8 \cdot \mu \cdot I^2}{2\pi \cdot d} = 8 \cdot f$$

La fuerza por unidad de longitud se multiplica por 8.



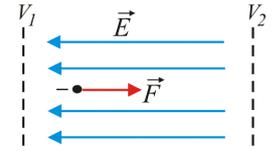
b) i)

Al acelerar una partícula cargada (protón, $q = e$) desde el reposo mediante un campo eléctrico, que es conservativo, la energía mecánica se mantiene constante.

$$E_M = cte \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_{p_e} \rightarrow \Delta E_c = -q \cdot \Delta V \rightarrow E_c = |q| \cdot \Delta V = e \cdot \Delta V$$

Y la velocidad $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta V}{m}}$

Sustituyendo: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $\Delta V = 6000 \text{ V}$, $\rightarrow v = 1,063 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$



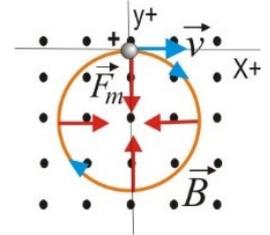
Al moverse dentro del campo magnético, actúa sobre el electrón una fuerza magnética, dada por la ley de Lorentz $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Para que describa una trayectoria circular, la velocidad de la partícula debe ser perpendicular al campo magnético, de lo contrario, habría una componente paralela al campo, que hace que la trayectoria fuera una hélice. Por tanto, $\alpha = 90^\circ$

El módulo de la fuerza es: $F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = 2,086 \cdot 10^{-13} \text{ N}$

ii) La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, con lo que producirá sólo aceleración normal. El movimiento sería circular uniforme, y la trayectoria una circunferencia. Calculamos el radio de la trayectoria aplicando la segunda ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F_m = m \cdot a_n \rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Sustituimos los datos: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $B = 0,8 \text{ T}$, $v = 1,063 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1} \rightarrow R = 0,014 \text{ m}$



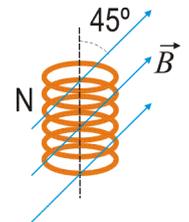
Julio 2020. Cuestión 2.

2. a) Una bobina de N espiras se encuentra inmersa en un campo magnético variable con el tiempo. El eje de la bobina forma un ángulo de 45° con el campo. Razone, apoyándose de un esquema, qué ocurriría con la fuerza electromotriz inducida si: i) El número de espiras fuera el doble. ii) El ángulo entre el eje y el campo fuera el doble del inicial.

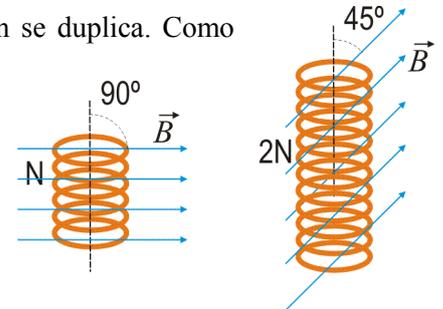
b) Una espira cuadrada penetra en un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular al plano de la espira. Mientras entra, la superficie de la espira afectada por el campo magnético aumenta según la expresión S(t)=0,25 t m². i) Realice un esquema que muestre el sentido de la corriente inducida en la espira y los campos magnéticos implicados (externo e inducido). ii) Calcule razonadamente la fuerza electromotriz inducida en la espira.

a) Según la ley de Faraday-Lenz, se generará corriente inducida si varía el flujo magnético que atraviesa la superficie de la bobina. $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha$, S es la superficie de una espira, N el número de espiras y α el ángulo entre \vec{B} y \vec{S} (entre \vec{B} y el eje de giro)
Sólo es variable el campo magnético.

La f.e.m. inducida $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\alpha)}{dt} = -NS\cos\alpha \cdot \frac{dB}{dt}$



i) Vemos que si duplicamos el número de espiras, el flujo magnético también se duplica. Como consecuencia, la fuerza electromotriz se duplicará.



ii) Si duplicamos el ángulo α , este se hará de 90°, con lo que el flujo se anulará ($\Phi_m = 0 = cte$). Por lo tanto, no se producirá corriente inducida en la bobina.

b) (Justificación: Ley Faraday-Lenz, ya explicada en el apartado a)

La superficie atravesada por el campo aumenta con el tiempo.

$S = 0,25 \cdot t \text{ m}^2$

$B = 2 \text{ T}$

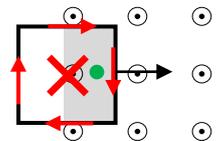
Ángulo: $\alpha = 0 \text{ rad}$ (Dibujo. Sentido del vector superficie en verde, hacia fuera del papel)

i) Flujo magnético $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 0,5 \cdot t \cdot \cos 0 = 0,5 \cdot t \text{ (Wb)}$

ii) f.e.m. inducida $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -0,5 \text{ V}$

(puede ser 0,5 V si el hemos escogido el vector superficie hacia dentro, α sería 180°)

iii) Se inducirá corriente en la espira en un sentido tal que crea un campo magnético inducido que se opone a la variación del flujo. Como el flujo aumenta, el campo inducido va en contra del campo externo (dibujo: campo externo hacia fuera del papel, campo inducido hacia dentro)



(Si en el esquema hemos dibujado el campo magnético hacia dentro, el sentido de la corriente y el del campo inducido es el opuesto del que hemos dibujado, y el valor de la fuerza electromotriz depende de hacia dónde hayamos escogido el vector superficie: 0,5 V con vector superficie hacia fuera y -0,5 V con vector superficie hacia dentro)

Julio 2020. Cuestión 6.

6. a) Un electrón se mueve por una región del espacio donde existen campos eléctrico y magnético uniformes, de forma que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es nula. i) Discuta razonadamente, con la ayuda de un esquema, cómo deben ser las direcciones y sentidos de los campos. ii) Determine la expresión del módulo de la velocidad de la partícula para que esto ocurra.

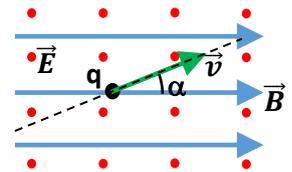
b) Tenemos dos conductores rectilíneos verticales y muy largos, dispuestos paralelamente y separados 3,5 m. Por el primero circula una intensidad de 3 A hacia arriba. i) Calcule razonadamente el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor para que el campo magnético en un punto situado entre los dos conductores y a 1,5 m del primero sea nulo. ii) Realice un esquema representando las magnitudes implicadas.

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$$

a) i) Aplicando la primera ley de Newton, deducimos que las fuerzas eléctrica y magnética se anulan mutuamente

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

La dirección del campo eléctrico es la del producto $\vec{v} \times \vec{B}$, y tiene sentido opuesto (dibujo). Ambos campos son perpendiculares entre sí.



ii) La relación entre los módulos es $E = v \cdot B \cdot \text{sen} \alpha$, siendo α el ángulo que forma la velocidad con el campo magnético.

$$\text{Por lo que el módulo de la velocidad debe ser } v = \frac{E}{B \cdot \text{sen} \alpha}$$

Esta relación es independiente de la carga de la partícula (siempre que esté cargada)

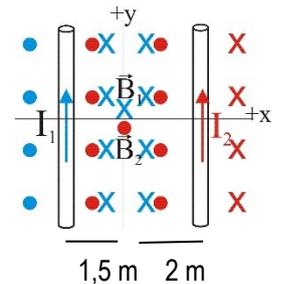
El ángulo puede ser cualquiera, salvo 0° y 180° (velocidad paralela al campo magnético)

b) Estamos ante el campo magnético generado por corrientes rectilíneas. Aplicamos el principio de superposición.

$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \rightarrow \vec{B}_1 = -\vec{B}_2$$

Ambos campos tienen igual módulo y dirección, y sentido contrario.

Para que ocurra esto en el punto que nos dice el enunciado, ambas corrientes deben ir en el mismo sentido (dibujo)



Según la ley de Biot-Savart, el campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida es perpendicular al cable y a la distancia r . Su sentido se calcula aplicando la regla del sacacorchos (mano derecha) al girar la corriente sobre la distancia. Su módulo se calcula $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

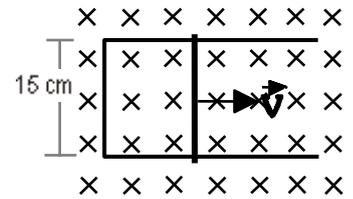
$$I_1 = 3 \text{ A}, \quad r_1 = 1,5 \text{ m}, \quad r_2 = 2 \text{ m}$$

$$B_1 = B_2 \rightarrow \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} \rightarrow \frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2} \rightarrow I_2 = \frac{r_1 \cdot I_1}{r_2} = 4 \text{ A}$$

Sentido de la corriente en el esquema.

Junio 2019. A. 2

2. a) **Razone qué sentido tendrá la corriente inducida en una espira cuando: i) Acercamos perpendicularmente al plano de la espira el polo norte de un imán. Haga un esquema explicativo. ii) El plano de la espira se aleja del polo norte del imán. Haga un esquema explicativo.**



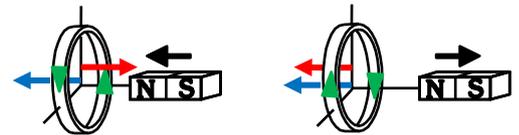
b) Una espira rectangular como la de la figura posee uno de sus lados móvil que se mueve dentro de un campo magnético uniforme de 0,8 T con una velocidad constante de 0,12 m s⁻¹. Calcule: i) La f.e.m. inducida en función del tiempo. ii) La intensidad y el sentido de la corriente que recorre la espira si su resistencia es de 0,2 Ω.

a) Esta cuestión, en sus dos apartados, versa sobre inducción electromagnética, es decir, la generación de corriente eléctrica en un circuito por acción de un campo magnético. Según la ley de Faraday-Lenz, se generará corriente eléctrica en un circuito si varía con el tiempo el flujo magnético que atraviesa la superficie encerrada por dicho circuito. El sentido de la corriente será tal que producirá un campo magnético inducido que se opone a la variación de flujo.

$$\text{Flujo magnético: } \Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

$$\text{f.e.m. inducida } \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

i) Al acercar el polo norte del imán a la espira, aumenta el valor del campo magnético que atraviesa la espira (según el esquema, hacia la izquierda), con lo que el flujo aumentará en ese sentido. Se inducirá corriente eléctrica en la espira en el sentido que se indica en el esquema. Aplicando la ley de Biot-Savart, esta corriente crea un campo magnético \vec{B}_{IND} hacia la derecha, oponiéndose al aumento del flujo (sentido del campo dado por la regla de la mano derecha).



Azul: campo generado por el imán. Rojo: Campo inducido. Verde: sentido de la corriente inducida.

ii) El hecho de alejar la espira del imán es análogo al alejar el imán de la espira, lo que importa es el movimiento relativo entre ambos. Ahora disminuye el valor del campo magnético que atraviesa la espira (el sentido del campo sigue siendo hacia la izquierda), con lo que el flujo disminuirá en ese sentido. Se inducirá corriente eléctrica en la espira en el sentido que se indica en el esquema. Aplicando la regla de la mano derecha (sacacorchos), esta corriente crea un campo magnético \vec{B}_{IND} hacia la izquierda, oponiéndose a la disminución del flujo magnético.

b) El esquema muestra un circuito rectangular de superficie variable que es atravesado por un campo magnético perpendicular al plano del circuito. Se inducirá corriente en el mismo ya que varía uno de los factores de los que depende el flujo magnético: la superficie. El flujo será variable, y se generará una f.e.m. en el circuito.

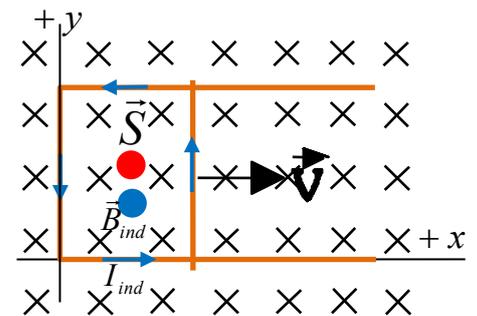
$B = 0,8 \text{ T}$ (sentido negativo del eje z, en negro)

$S = \text{base} \cdot \text{altura} = v \cdot t \cdot 0,15 \text{ m} = 0,12 \text{ m s}^{-1} \cdot t \cdot 0,15 \text{ m} = 0,018 \cdot t \text{ (m}^2\text{)}$

Escogemos vector \vec{S} en sentido positivo del eje z (esquema, en rojo).

Ángulo α entre \vec{B} y \vec{S} : $\alpha = 180^\circ$

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 0,8 \cdot 0,018 t \cdot \cos 180^\circ \text{ (Wb)} = -0,0144 \cdot t \text{ (Wb)}$$



i) La f.e.m inducida $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(-0,0144 \cdot t)}{dt} = 0,0144 \text{ V}$

La f.e.m. obtenida es constante.

ii) Aplicando la ley de Ohm, la intensidad que circula $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0,0144 \text{ V}}{0,2 \Omega} = 0,072 \text{ A}$

El sentido de la corriente es el representado en el esquema. Al aumentar la superficie, el flujo magnético aumenta. Como el campo va en el sentido negativo del eje z, la corriente genera un campo \vec{B}_{IND} en el sentido positivo (ley de Biot-Savart, el sentido dado por regla del sacacorchos), que se opone a dicho aumento (ley de Lenz).

Junio 2019. B. 2

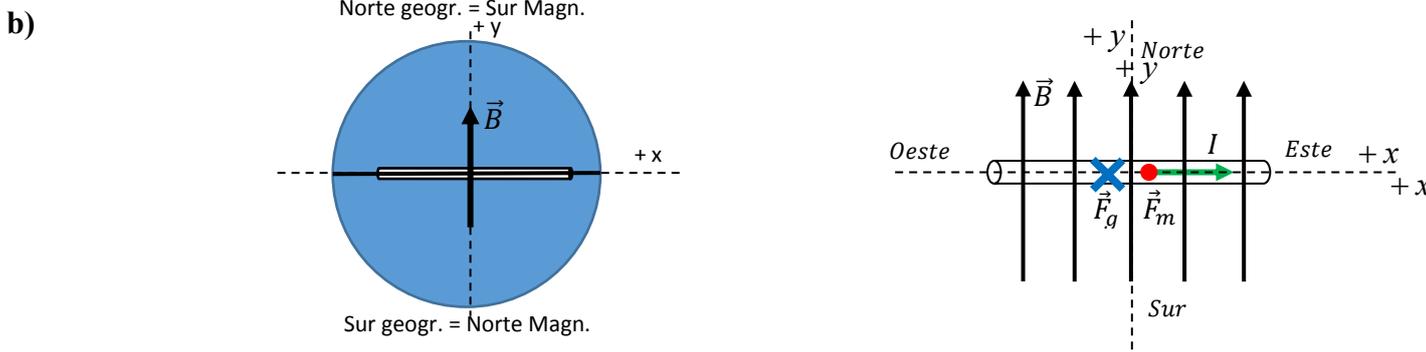
2. a) Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: i) Si las intensidades de corriente que circulan por dos conductores rectilíneos, indefinidos, paralelos y separados por una distancia d , se duplican, también se duplicará la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor. ii) Si lo que se duplicase fuese la distancia, entonces, la fuerza por unidad de longitud que actuaría sobre cada conductor se reduciría a la mitad.

b) Por un hilo conductor situado paralelo al ecuador terrestre pasa una corriente eléctrica que lo mantiene suspendido en esa posición debido al magnetismo de la Tierra. Sabiendo que el campo magnético es paralelo a la superficie y vale $5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ y que el hilo tiene una densidad longitudinal de masa de $4 \cdot 10^{-3} \text{ g/m}$, calcule la intensidad de corriente que debe circular por el conductor ayudándose del esquema correspondiente.
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

a) La fuerza magnética por unidad de longitud (f_m) que se ejerce entre dos conductores indefinidos, rectilíneos y paralelos por los que circulan corrientes I_1 e I_2 , viene dada por la expresión $f_m = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$ donde μ es la permeabilidad magnética del medio que rodea a los conductores, y d la distancia entre ambos. La fuerza es atractiva si las corrientes van en el mismo sentido, y repulsiva en caso contrario.

i) Si duplicamos las intensidades 1 y 2, la fuerza por unidad de longitud se cuadruplica, por lo que la afirmación es falsa.
 $f_m' = \frac{\mu \cdot 2I_1 \cdot 2I_2}{2\pi \cdot d} = 4 \cdot \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = 4 \cdot f_m$

ii) Si duplicamos la distancia d , la fuerza por unidad de longitud se reduce a la mitad. La afirmación es cierta.
 $f_m' = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot 2d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = \frac{f_m}{2}$



El hilo conductor se mantiene suspendido e equilibrio debido a la acción de las fuerzas gravitatoria y magnética que actúan sobre él, que se contrarrestan (1ª ley de Newton, $\Sigma \vec{F} = 0$). Por tanto

$$\vec{F}_g + \vec{F}_m = 0 \rightarrow \vec{F}_g = -\vec{F}_m$$

Ambas fuerzas son iguales en módulo y dirección, pero en sentidos contrarios.

Si suponemos el plano XY el horizontal (suelo), el eje z indica la vertical (el eje -OZ apunta hacia el centro de la Tierra). El eje x sigue la línea del ecuador (+OX hacia el este y -OX hacia el oeste). El eje y indica la línea Norte-Sur (+OY hacia el Norte y -OY hacia el Sur).

Si la densidad longitudinal de masa es d , la masa del hilo, de longitud L , es $m = d \cdot L$

La fuerza gravitatoria que se ejerce sobre el hilo viene dada por

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} = d \cdot L \cdot \vec{g} \quad \text{en módulo} \quad F_g = d \cdot L \cdot g \quad d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ g/m} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}$$

La fuerza magnética que el campo magnético terrestre ejerce sobre el hilo viene dada por la ley de Laplace

$$\vec{F}_m = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \quad \text{en módulo} \quad F_m = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen} \alpha \quad \text{donde } \alpha \text{ es el ángulo que forma el conductor con el campo magnético.}$$

Supondremos, ya que no nos lo dicen, que la dirección del campo magnético es la de la línea Norte-Sur (eje y) y que por tanto \vec{B} forma 90° con el conductor (no es un asunto menor este, ya que la declinación magnética, incluso en el Ecuador, puede oscilar hasta 20° hacia el Este o el Oeste, dependiendo del punto del Ecuador en donde estemos, y

del tiempo). El sentido de \vec{B} es Sur-Norte (eje +OY), recordemos que el Polo Norte geográfico es un polo Sur magnético, y viceversa. $\vec{B} = 5 \cdot 10^{-5} \vec{j} T$

Igualando los módulos de las fuerzas:

$$F_g = F_m \rightarrow d \cdot g \cdot L = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ \rightarrow I = \frac{d \cdot g}{B \cdot \text{sen}90^\circ} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \cdot 10^{-5} T} = 0,784 A$$

El sentido de la corriente debe ser de Oeste a Este (+OX). De este modo, aplicando la regla del sacacorchos, la fuerza magnética estará orientada en el sentido positivo del eje z, contrarrestando a la fuerza gravitatoria, dirigida en sentido negativo del eje z.

Junio 2018. B. 2.

2. a) Un electrón se mueve con un movimiento rectilíneo uniforme por una región del espacio en la que existen un campo eléctrico y un campo magnético. Justifique cual deberá ser la dirección y sentido de ambos campos y deduzca la relación entre sus módulos. ¿Qué cambiaría si la partícula fuese un protón?
 b) Un conductor rectilíneo transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z. Un protón situado a 50 cm del conductor se dirige perpendicularmente hacia el conductor con una velocidad de $2 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$. Realice una representación gráfica indicando todas las magnitudes vectoriales implicadas y determine el módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre el protón.
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

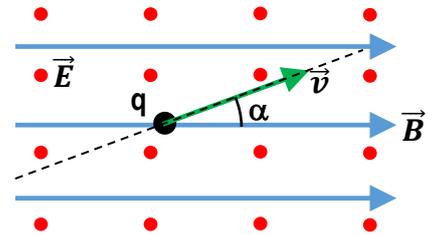
- a) Si el electrón se mueve con MRU, aplicando la primera ley de Newton, deducimos que la fuerza resultante que actúa sobre el electrón es nula, es decir, que las fuerzas eléctrica y magnética se anulan mutuamente

$$\vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = 0 \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

La dirección del campo eléctrico es la del producto $\vec{v} \wedge \vec{B}$, y tiene sentido opuesto (dibujado)

La relación entre los módulos es $E = v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha$, siendo α el ángulo que forma la velocidad con el campo magnético.

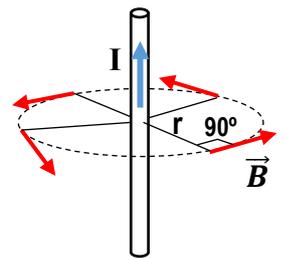
Esta relación es independiente de la carga de la partícula (siempre que esté cargada), por lo que nada cambiaría en el caso de un protón.



- b) Según la ley de Biot-Savart, el conductor rectilíneo crea un campo magnético a su alrededor, que es perpendicular al conductor y a la distancia desde el punto hasta el cable, y cuyo sentido viene dado por la regla de la mano derecha.

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} \quad \text{En un punto situado a } x = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

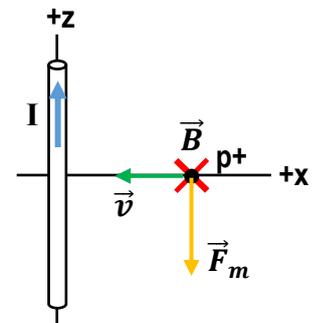
$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 10 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,5 \text{ m}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ T} \quad \vec{B} = 4 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ T}$$



La fuerza magnética que actúa sobre el protón viene dada por la ley de Lorentz

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 \cdot 10^{-6} & 0 \end{vmatrix} N = -1,28 \cdot 10^{-19} \vec{k} N$$

Módulo: $1,28 \cdot 10^{-19} \text{ N}$ Dirección: eje z Sentido: negativo



(El semieje y+ va hacia dentro del papel)

Junio 2017. A.2

2. a) Un haz de electrones atraviesa una región del espacio siguiendo una trayectoria rectilínea. En dicha región hay aplicado un campo electrostático uniforme. ¿Es posible deducir algo acerca de la orientación del campo? Repita el razonamiento para un campo magnético uniforme.

b) Una bobina, de 10 espiras circulares de 15 cm de radio, está situada en una región en la que existe un campo magnético uniforme cuya intensidad varía con el tiempo según: $B = 2 \cos(2\pi t - \pi/4)$ T y cuya dirección forma un ángulo de 30° con el eje de la bobina. La resistencia de la bobina es $0,2 \Omega$. Calcule el flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo y la intensidad de corriente que circula por ella en el instante $t = 3$ s.

a) (Nota: Supondremos, aunque no lo dice expresamente el enunciado, que sobre los electrones sólo actúa el campo eléctrico en el primer caso, y sólo el campo magnético en el segundo, es decir, no hay ninguna otra fuerza aplicada)

Campo electrostático uniforme:

Una partícula cargada dentro de un campo eléctrico sufrirá una fuerza electrostática dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. En el caso de los electrones q es negativa, por lo que la fuerza eléctrica irá en la misma dirección y sentido contrario que el campo \vec{E} . Lo mismo ocurrirá con la aceleración $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$

Por otra parte, nos dicen que la trayectoria es rectilínea (es un MRUA, ya que forzosamente tiene aceleración). En ese caso, sólo posee aceleración tangencial, que va en la misma dirección de la trayectoria.

Como consecuencia, si la aceleración es paralela a la trayectoria, también el campo electrostático es paralelo a la trayectoria. Su sentido dependerá que los electrones vayan cada vez más rápido (campo en sentido contrario a la velocidad) o cada vez más lento (campo en el mismo sentido que la velocidad).



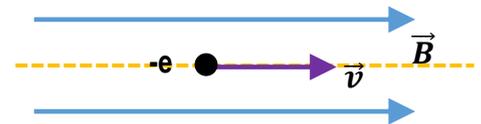
Campo magnético uniforme:

Una partícula cargada dentro de un campo magnético sufre una fuerza magnética dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

La fuerza magnética será perpendicular a la velocidad, por lo que producirá aceleración normal y la trayectoria se curvará. La única posibilidad de que la trayectoria sea rectilínea es que la fuerza magnética sea nula, y esto ocurre cuando la velocidad y el campo son paralelos (forman un ángulo de 0° y el producto vectorial es nulo).

Si la trayectoria es rectilínea, el campo magnético es paralelo a la velocidad (en el mismo sentido o en el contrario, es indiferente), y el movimiento es rectilíneo uniforme (MRU)



b) En este segundo apartado estamos ante un caso de inducción electromagnética, de generación de una corriente en un circuito por acción de un campo magnético. Aplicando la ley de Faraday-Lenz, se inducirá corriente eléctrica en un circuito si se produce una variación en el flujo magnético que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El sentido de la corriente inducida es tal que genera un campo magnético inducido que se opone a la variación de flujo magnético.

$$\text{El flujo magnético se calcula } \Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Suponiendo una superficie plana y un campo magnético uniforme

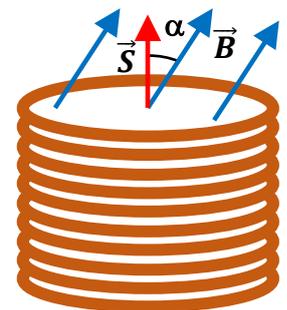
En este caso varía con el tiempo el módulo del campo magnético, por lo que se producirá corriente inducida.

$$B = 2 \cdot \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ T}$$

$$S = N \cdot \pi \cdot r^2 = 10 \cdot \pi \cdot (0,15\text{m})^2 = 0,707 \text{ m}^2$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \cdot 0,707 \cdot \cos 30^\circ \text{ Tm}^2 = 1,2245 \cdot \cos(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ Tm}^2$$



$$\text{La fuerza electromotriz inducida en la bobina } \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 7,694 \cdot \text{sen}(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ V}$$

La intensidad que circula por la bobina la obtenemos aplicando la ley de Ohm

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{7,694 \cdot \text{sen}(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ V}}{0,2 \Omega} = 38,47 \cdot \text{sen}(2\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ A}$$

$$\text{Para } t = 3 \text{ s } \rightarrow I = -27,2 \text{ A}$$

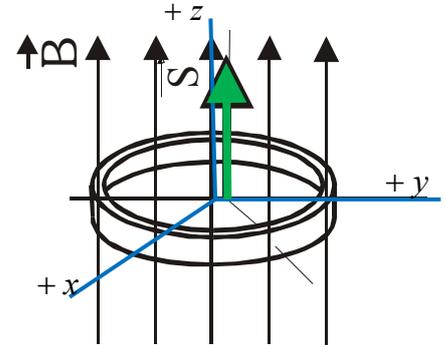
Junio 2016. B. 3

3. Una espira circular de 2,5 cm de radio, que descansa en el plano XY, está situada en una región en la que existe un campo magnético $\vec{B} = 2,5t^2 \vec{k} T$, donde t es el tiempo expresado en segundos.

- a) Determine el valor del flujo magnético en función del tiempo y realice una representación gráfica de dicho flujo magnético frente al tiempo entre 0 y 10 s..
 b) Determine el valor de la f.e.m. inducida y razone el sentido de la corriente inducida en la espira.

a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético). Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión: $\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot S \cdot \cos \alpha$ considerando el campo B uniforme y el circuito plano.

α es el ángulo que forma el vector superficie \vec{S} (perpendicular al plano de la espira) con el campo \vec{B} . Elegimos el sentido del vector superficie de manera que forme un ángulo de 0° con el campo magnético.

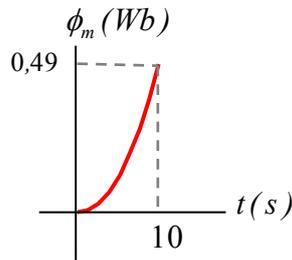


La superficie S de la espira será $S = \pi \cdot R^2 = 1,96 \cdot 10^{-3} m^2$

El flujo magnético que atraviesa la espira será

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = 2,5 \cdot t^2 \cdot 1,96 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 0^\circ Tm^2 = 4,9 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 Wb$$

Representación gráfica (parábola)



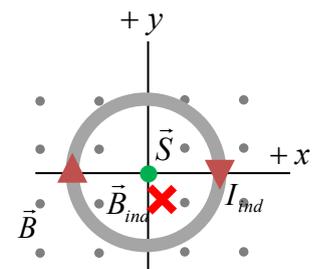
b) La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

$$\text{Así, } \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d[4,9 \cdot 10^{-3} \cdot t^2]}{dt} = -9,8 \cdot 10^{-3} \cdot t (V)$$

Sentido de la corriente: La ley de Faraday-Lenz establece que la corriente inducida crea un campo magnético que se opone a la variación de flujo magnético. En este caso tenemos un flujo magnético en el sentido positivo del eje z, que aumenta en ese sentido. Por lo tanto, la corriente inducida producirá un campo magnético inducido en el sentido negativo del eje z. Según la ley de Biot-Savart, el sentido de la corriente inducida es el horario (visto desde el eje z+), como podemos observar en el dibujo. El sentido se obtiene aplicando la regla de la mano derecha.



Junio 2015. B. 3

3. Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, distan entre sí 10 cm. Por el primero de ellos circula una corriente de 20 A hacia arriba.

a) Calcule la corriente que debe circular por el otro conductor para que el campo magnético en un punto situado a la izquierda de ambos conductores y a 5 cm de uno de ellos sea nulo.

b) Razone cuál sería el valor del campo magnético en el punto medio del segmento que separa los dos conductores si por el segundo circulara una corriente del mismo valor y sentido contrario que por el primero.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$$

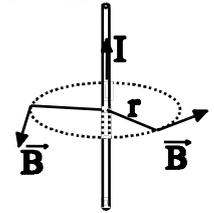
a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Según la ley de Biot-Savart, dicho campo \vec{B} tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector \vec{r} (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector \vec{r} .



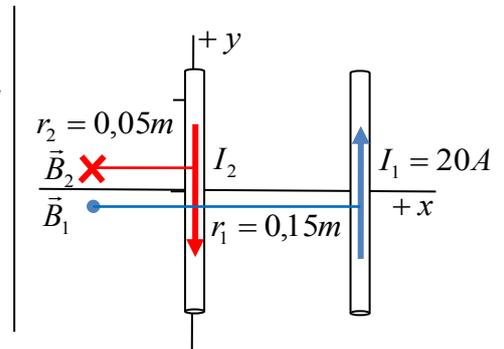
Cuando son varios conductores los que producen campos, aplicaremos el principio de superposición (el campo magnético total es la suma de los campos producidos por cada conductor)

En el caso del problema

$$B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 20\text{A}}{2\pi \cdot 0,15\text{m}} = 2,67 \cdot 10^{-5} \text{ T} \rightarrow \vec{B}_1 = 2,67 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

$$B_2 = \frac{\mu \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot I_2}{2\pi \cdot 0,05\text{m}} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \rightarrow \vec{B}_2 = -4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \vec{k} \text{ T}$$

Dirección y sentido de los vectores en el dibujo.



Para que el campo magnético total sea nulo

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 2,67 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T} - 4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \vec{k} \text{ T} = 0 \rightarrow 2,67 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot I_2 \rightarrow I_2 = 6,675 \text{ A}$$

El sentido de la corriente es el indicado en el dibujo de la derecha, el contrario al del conductor 1.

b) En la situación que nos plantea el apartado b, las direcciones y sentidos de los campos magnéticos son las que indica la figura.

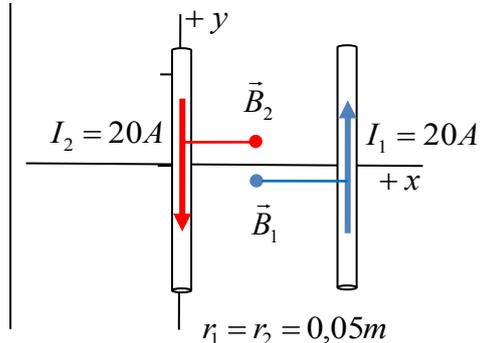
Siendo iguales las corrientes y las distancias, también los campos magnéticos (en módulo) serán iguales.

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 20\text{A}}{2\pi \cdot 0,05\text{m}} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$\vec{B}_1 = 8 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T} \quad \vec{B}_2 = 8 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

y el campo total

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 1,6 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$



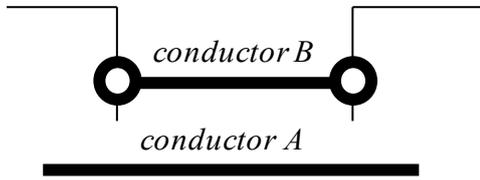
Junio 2014. A. 3

3. Por el conductor A de la figura circula una corriente de intensidad 200 A. El conductor B, de 1 m de longitud y situado a 10 mm del conductor A, es libre de moverse en la dirección vertical.

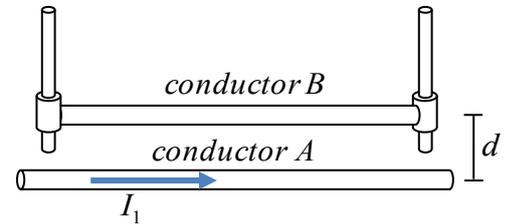
a) Dibuje las líneas de campo magnético y calcule su valor para un punto situado en la vertical del conductor A y a 10 cm de él.

b) Si la masa del conductor B es de 10 g, determine el sentido de la corriente y el valor de la intensidad que debe circular por el conductor B para que permanezca suspendido en equilibrio en esa posición.

$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$;



La verdad es que el dibujo que proponen no está muy claro. Creo que podrían esmerarse un poco más. He rehecho el dibujo a la derecha, donde aparece el conductor móvil, que recibe corriente a través de los raíles



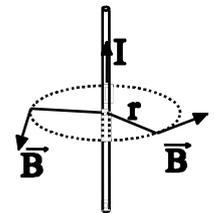
a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Según la ley de Biot-Savart, dicho campo \vec{B} tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector \vec{r} (distancia desde la corriente al punto considerado)

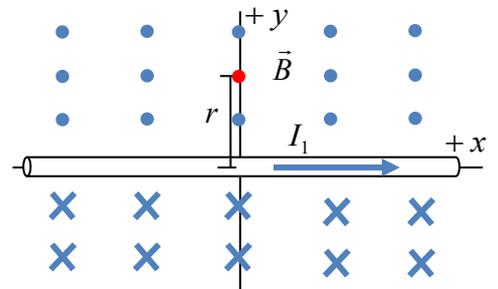
Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector \vec{r} .



En el caso del problema $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1} \cdot 200\text{A}}{2\pi \cdot 0,1\text{m}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$

Dirección y sentido en el dibujo.

Las líneas de campo magnético son circunferencias concéntricas alrededor del conductor. En el papel podemos dibujar aspas y puntos indicando en qué zonas el campo "entra" o "sale" en el plano del papel.



Teniendo en cuenta el sistema de referencia y el sentido escogido para la corriente, el valor del campo para un punto situado en la vertical del conductor y sobre él (lo escogemos así, pero también debería valer si está por debajo, sigue estando en la vertical, lo importante es que el dibujo coincida con lo que escribimos)

$\vec{B} = 4 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$

b) En la situación que nos proponen ahora, interviene el conductor móvil, ya que ahora circula corriente por él, con lo que produce campo magnético y actúa como un imán. Entre ambos conductores paralelos se ejercerán fuerzas magnéticas de atracción o repulsión cuyo valor por unidad de longitud (por cada metro) viene dado por

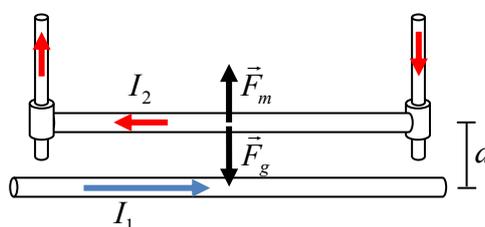
$f_{12} = f_{21} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$ donde $I_1 = 200 \text{ A}$, $d = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$

Como la longitud del conductor es de 1 m, la fuerza total coincide con la fuerza por unidad de longitud.

Para que el conductor esté en equilibrio, la fuerza neta sobre él debe ser nula (1ª ley de Newton), es decir, la fuerza gravitatoria debe ser compensada con la fuerza magnética repulsiva (ver dibujo)

$F_g = F_m \rightarrow mg = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} \rightarrow I_2 = \frac{mg \cdot 2\pi \cdot d}{\mu \cdot I_1} = 24,5 \text{ A}$

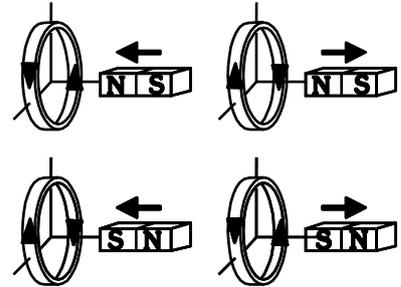
Para que la fuerza magnética sea repulsiva, ambas corrientes deben ir en sentidos opuestos, como indica el dibujo.



Junio 2014. B. 1

1. a) **Explique los fenómenos de inducción electromagnética y enuncie la ley de Faraday-Lenz.**
 b) **Dos espiras circulares "a" y "b" se hallan enfrentadas con sus planos paralelos.**
 i) **Por la espira "a" comienza a circular una corriente en sentido horario. Explique con la ayuda de un esquema el sentido de la corriente inducida en la espira "b".**
 ii) **Cuando la corriente en la espira "a" alcance un valor constante, ¿qué ocurrirá en la espira "b"? Justifique la respuesta.**

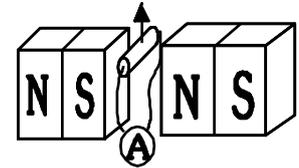
a) Llamamos inducción electromagnética a la generación de corriente eléctrica en un circuito por efecto de un campo magnético. Este fenómeno fue observado en el s. XIX por Faraday, Henry y otros científicos. Describimos a continuación algunas de las experiencias que hicieron.



Experiencias de Faraday: Faraday observa que, colocando un imán frente a una espira conductora, no se observa corriente en la espira mientras mantenemos ambos en reposo, pero sí se mide paso de corriente cuando los acercamos o alejamos. El sentido de la corriente depende de si acercamos o alejamos, y de qué polo enfrentemos a la espira.

Faraday también observa que, situando dos bobinas, una arrollada alrededor de la otra, al circular corriente variable por una de ellas (por ejemplo, al conectar el interruptor), se induce corriente en el otro circuito. La inducción de corriente en el secundario se interrumpe al estabilizarse el paso de corriente en el primer circuito.

Experiencia de Henry: Henry coloca un trozo de material conductor entre dos imanes. Cierra el circuito conectando el conductor a un amperímetro. Observa que al mover el conductor se origina corriente en él.



Tanto Faraday como Lenz explican las características de este fenómeno:

- El origen de la corriente inducida está en la variación del campo magnético que atraviesa la superficie delimitada por la espira. (Lenz)
- Dicho de otra forma, está originada por la variación de flujo magnético que atraviesa la espira (Faraday)
- El sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido \vec{B}_{ind} , que se opone a la variación del campo magnético existente. (Lenz).
- Se opone a la variación del flujo (Faraday)

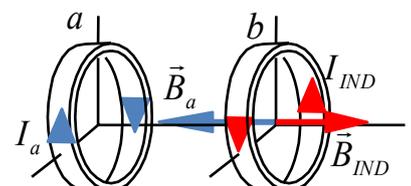
Teniendo en cuenta todo esto, llegamos a la **ley de Faraday-Lenz** sobre la inducción electromagnética:

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda
$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

- b) La situación propuesta es muy semejante a una de las experiencias de Faraday descritas brevemente arriba.
 i) *(Lo del "sentido horario" es tremendamente arbitrario, ya que depende del punto de vista del observador. Puede ser sentido horario mirando desde la otra espira, o sentido horario mirando desde detrás de la espira "a", así que, se dibuje como se dibuje, y siempre que se explique, debería ser válido).*

Cuando comienza a circular corriente por la espira "a", durante breves instantes la intensidad de corriente aumenta desde cero hasta cierto valor I_a . El campo magnético que produce (B_a) también aumenta, en la dirección y sentido que indica el dibujo (aplicando la regla de la mano derecha para las espiras). Por lo tanto, el flujo magnético que atraviesa la espira "b" también aumenta, generándose corriente inducida en esa espira. El sentido de la corriente es tal que genera un campo magnético B_{IND} que se opone a la variación de flujo magnético (es decir, intenta que vuelva a disminuir, se "resta" con el campo magnético generado por "a"). Según la ley de Biot-Savart, y aplicando la regla de la mano derecha, sabemos el sentido de la corriente inducida en "b", como aparece en el dibujo.



- ii) Cuando la corriente en "a" alcanza un valor constante, también se vuelven constantes el campo magnético que produce y el flujo magnético que atraviesa la espira "b". Por lo tanto, aplicando la ley de Faraday-Lenz, ya no se producirá corriente inducida en la espira "b".

Junio 2013. A.1

1. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea e indefinida.
 b) Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de longitud infinita, circulan corrientes de la misma intensidad y sentido. Dibuje un esquema indicando la dirección y sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que une a los dos conductores. Razone cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades y cambiar su sentido.

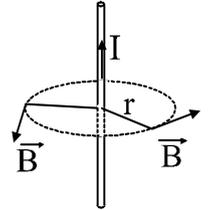
- a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica de intensidad I crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Dicho campo \vec{B} tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$ (aplicando la ley de Ampère o la de Biot-Savart)

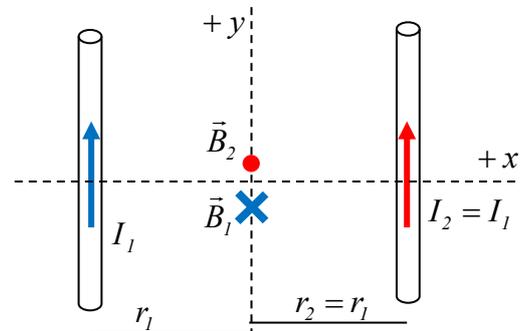
Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector \vec{r} (distancia desde la corriente al punto considerado)

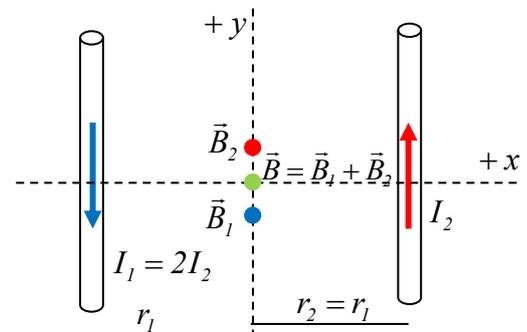
Sentido: Dado por la regla del sacacorchos (o de la mano derecha) al girar el sentido de la corriente sobre el vector \vec{r} .



- b) Aplicando lo explicado en el apartado anterior, los campos magnéticos producidos por cada cable son los que aparecen en el esquema. El módulo de cada campo es el mismo, ya que tanto las intensidades como las distancias desde el punto a los cables son las mismas. Como ambos campos van en la misma dirección pero en sentido contrario, aplicando el principio de superposición, el campo total en el punto medio es nulo.



Si cambiamos el sentido de una de las corrientes (de la 1, por ejemplo), el sentido del campo producido será el opuesto que anteriormente. Por tanto, ahora el campo total no será nulo, ya que se suman los módulos. Como ahora el valor de la intensidad de corriente 1 se ha duplicado, el módulo del campo total será el triple que el que produce la corriente 2 (dirección y sentido en el dibujo).



Junio 2013. B.3

3. Una partícula α se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de $5 \cdot 10^3$ V y, a continuación, penetra en un campo magnético de 0,25 T perpendicular a su velocidad.

a) Dibuje en un esquema la trayectoria de la partícula y calcule la velocidad con que penetra en el campo magnético.

b) Calcule el radio de la circunferencia que describe tras penetrar en el campo magnético.

$m_\alpha = 6,7 \cdot 10^{-27}$ kg ; $q_\alpha = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C;

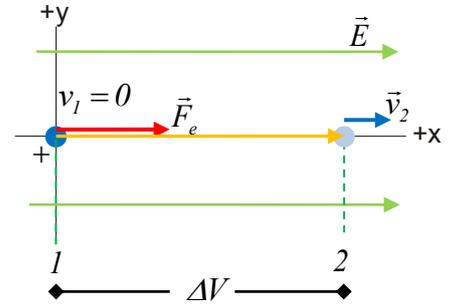
a) La trayectoria que sigue la partícula a consta de dos partes:

1º: La partícula es acelerada desde el reposo por una diferencia de potencial.

Aquí, la única fuerza que actúa es la electrostática $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$, que

consideramos constante, con lo que la aceleración que sufre $a = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$

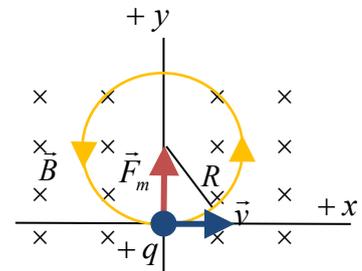
es también constante y el movimiento resultante será uniformemente acelerado. La trayectoria será rectilínea, ya que su velocidad inicial era cero.



Para conseguir esta aceleración, es necesario que $V_1 > V_2$. Al ser la carga positiva, la fuerza eléctrica va en el mismo sentido que el campo electrostático.

2º: Dentro del campo magnético deja de actuar la fuerza electrostática y sólo actúa

la fuerza magnética, que viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ y que es perpendicular a la velocidad. Por lo tanto, sólo produce aceleración normal. El módulo de la velocidad no cambia, sólo su dirección. El movimiento es, por tanto, circular uniforme, en el sentido que indica el dibujo.



Para calcular la velocidad que adquiere la partícula dentro del campo magnético, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, a que la única fuerza que actúa, la electrostática, es conservativa. Por tanto, la suma de energías cinética y potencial se mantendrá constante durante la aceleración. Así

La energía mecánica inicial : $E_{M1} = Ec_1 + Ep_{e1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + q \cdot V_1$

Y la final: $E_{M2} = Ec_2 + Ep_{e2} = \frac{1}{2}mv_2^2 + q \cdot V_2$

Igualando: $\frac{1}{2}mv_1^2 + q \cdot V_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + q \cdot V_2 \rightarrow q \cdot (V_1 - V_2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

Sustituyendo los valores ($v_1 = 0$, $V_1 - V_2 = 5000$ V, $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C, $m_\alpha = 6,7 \cdot 10^{-27}$ kg)

Despejamos y obtenemos $v_2 = 6,91 \cdot 10^5$ m s⁻¹

b) Teniendo en cuenta lo explicado arriba acerca del movimiento circular descrito por la partícula en el interior del campo magnético, el radio de la órbita se calcula a partir de la fuerza magnética y aplicando la segunda ley de Newton. La aceleración es sólo normal

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha = |q| \cdot v \cdot B \quad |q| \cdot v \cdot B = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Sustituyendo los valores dados en el problema

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{6,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 6,91 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}}{3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,25 \text{ T}} = 0,058 \text{ m}$$

Junio 2012. B.2

2. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea e indefinida.

b) Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. Dibuje en un esquema la dirección y sentido de la fuerza sobre cada uno de los conductores.

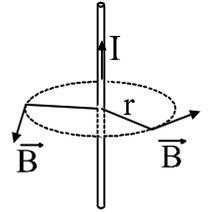
a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica de intensidad I crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Dicho campo \vec{B} tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$ (obtenido aplicando la ley de Ampère o la de Biot-Savart)

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector \vec{r} (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos (o de la mano derecha) al girar el sentido de la corriente sobre el vector \vec{r} .



b) Los dos conductores situados paralelamente y con las corrientes en idéntico sentido ejercen entre sí fuerzas magnéticas de atracción dadas por la ley de Laplace.

Explicación:

La corriente I_1 crea un campo B_{12} en la zona donde está el conductor 2

La corriente I_2 crea un campo B_{21} en la zona donde está el conductor 1.

La fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el 2 $\vec{F}_{12} = I_2 \cdot \vec{L}_2 \wedge \vec{B}_{12}$

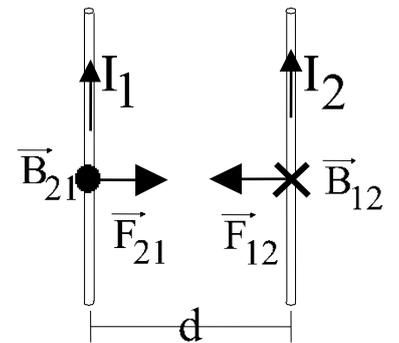
La fuerza que ejerce el conductor 2 sobre el 1 $\vec{F}_{21} = I_1 \cdot \vec{L}_1 \wedge \vec{B}_{21}$

Las direcciones y sentidos vienen dadas por la regla de la mano derecha.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad F_{12} = I_2 \cdot L_2 \cdot B_{12} = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d} = L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = F_{21}$$

$$\text{Calculando fuerza por unidad de longitud} \quad f_{12} = \frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$$

$$\text{Como las dos corrientes son de igual intensidad} \quad f_{12} = \frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$$



Junio 2011. B.3

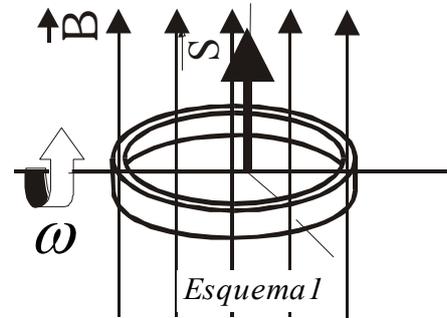
3. Una espira conductora de 40 cm^2 se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de $0,3 \text{ T}$.

a) Calcule el flujo magnético a través de la espira y explique cuál sería el valor del flujo si se girara la espira un ángulo de 60° en torno a un eje perpendicular al campo.

b) Si el tiempo invertido en ese giro es de $3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, ¿cuánto vale la fuerza electromotriz media inducida en la espira? Explique qué habría ocurrido si la espira se hubiese girado en sentido contrario.

a) Nos encontramos ante una espira (un circuito plano cerrado) dentro de un campo magnético. Las líneas de campo magnético atraviesan la superficie encerrada por el circuito.

El flujo magnético (Φ) mide la intensidad de líneas de campo magnético que atraviesan la superficie encerrada por la espira. Se calcula con la expresión $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$. En el caso que nos ocupa, campo magnético uniforme y superficie plana, el flujo nos queda $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$



Donde B es el módulo del campo, S el área encerrada por el circuito y α es el ángulo que forma el vector superficie con el vector campo. En este caso, como nos muestra el esquema 1, si la espira es perpendicular al campo, su vector superficie será paralelo al mismo, con lo que $\alpha = 0^\circ$.

El flujo entonces será $\Phi_{m1} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = 0,3 \text{ T} \cdot 0,004 \text{ m}^2 \cdot \cos 0 = 0,0012 \text{ Wb}$

Si giramos la espira un ángulo de 60° en torno a un eje perpendicular al campo, el vector superficie formará ahora 60° con el vector campo. Las otras dos magnitudes quedan igual. El flujo ahora será

$$\Phi_{m2} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = 0,3 \text{ T} \cdot 0,004 \text{ m}^2 \cdot \cos 60^\circ = 0,0006 \text{ Wb}$$

b) Al girar la espira, se produce una variación del flujo magnético que atraviesa la misma. Estaremos ante un caso de inducción electromagnética, generación de corriente en un circuito por acción de un campo magnético. Aplicando la ley de Faraday-Lenz, se genera corriente inducida en el circuito debido a la variación de flujo magnético que atraviesa el mismo. El sentido de la corriente inducida es tal que genera un campo magnético inducido que se opone a la variación del flujo.

La fuerza electromotriz (ε) generada se calcula con la expresión $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

En este caso nos piden la fuerza electromotriz media, que podemos calcularla directamente calculando la variación de flujo y el tiempo transcurrido

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} = -\frac{\Phi_{m2} - \Phi_{m1}}{\Delta t} = -\frac{0,0006 \text{ Wb} - 0,0012 \text{ Wb}}{3 \cdot 10^{-2} \text{ s}} = 0,02 \text{ V}$$

Si el giro hubiera sido en sentido contrario, pudiera parecer que la corriente inducida tendría sentido contrario a la anterior, pero no es así. En ambos casos partimos de una situación en la que el flujo es máximo (espira perpendicular al campo). Tanto si giramos 60° o -60° , se producirá una disminución del flujo, y el nuevo flujo será de $0,0006 \text{ Wb}$ [tenemos en cuenta que $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = 0,5$]. La fuerza electromotriz media será en ambos casos de $0,02 \text{ V}$ y la corriente irá en el mismo sentido.

Junio 2009. A.3

3. Un electrón con una velocidad $\vec{v} = 10^5 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ penetra en una región del espacio en la que existen un campo eléctrico $\vec{E} = 10^4 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$ y un campo magnético $\vec{B} = -0,1 \vec{k} \text{ T}$.

a) Analice, con ayuda de un esquema, el movimiento que sigue el electrón.

b) En un instante dado se suprime el campo eléctrico. Razone cómo cambia el movimiento del electrón y calcule las características de su trayectoria.

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

a) El electrón, al ser una partícula cargada, al entrar en una región del espacio en la que existen campos eléctrico y magnético, sufrirá dos fuerzas, una eléctrica y otra magnética, dadas por las expresiones

Fuerza eléctrica: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ Fuerza magnética: $\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B})$

La fuerza total que sufre viene dada por la ley general de Lorentz

$$\vec{\Sigma F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

Hacemos los cálculos en el caso que nos proponen.

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^4 \vec{i} \text{ NC}^{-1} = -1,6 \cdot 10^{-15} \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) = (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & -0,1 \end{vmatrix} \text{ N} = (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-10^4 \vec{i}) \text{ N} = 1,6 \cdot 10^{-15} \vec{i} \text{ N}$$

Vemos que ambas fuerzas son iguales en módulo y dirección pero en sentido contrario, por lo que la resultante, la fuerza total que actúa sobre el electrón, es nula ($\vec{\Sigma F} = 0$)

Aplicando la primera ley de Newton, deducimos que el electrón continuará en su estado de movimiento, es decir, continuará con movimiento rectilíneo uniforme (MRU). Su trayectoria será rectilínea.

b) Al suprimir el campo eléctrico, sobre el electrón sólo actúa la fuerza magnética, que es siempre perpendicular a la velocidad de la partícula. La aceleración que sufrirá el electrón será entonces sólo aceleración normal (centrípeta), con lo que el módulo de la velocidad no cambiará y el movimiento será circular uniforme (MCU).

El módulo de la velocidad será de 10^5 m/s

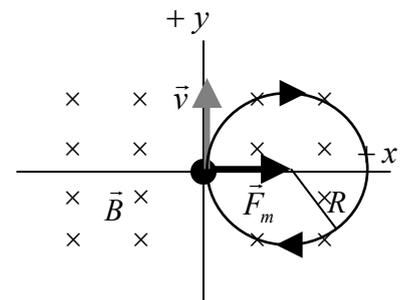
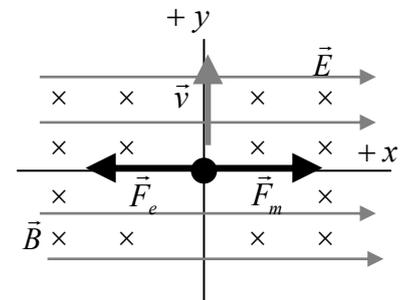
El radio de la curva viene dado por la expresión

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1} = 5,69 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

También podemos calcular la velocidad angular de giro $\omega = \frac{v}{R} = \frac{|q| \cdot B}{m} = 1,76 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$

Y el periodo de revolución $T = \frac{2\pi}{\omega} = 3,57 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

El sentido de giro será horario, como indica el esquema.



Junio 2008. A.1

1. Comente razonadamente la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) La fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos e indefinidos por los que circulan corrientes de diferente sentido es repulsiva.
- b) Si una partícula cargada en movimiento penetra en una región en la que existe un campo magnético siempre actúa sobre ella una fuerza.

a) La afirmación es cierta. Podemos calcular la fuerza que un conductor ejerce sobre el otro calculando en primer lugar el campo magnético que crea el primer conductor en la zona en la que está el segundo

$B_{12} = \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d}$ con dirección perpendicular a al conductor y a la distancia, y sentido dado por la regla de la mano derecha (ley de Biot-Savart)

y posteriormente aplicar la ley de Laplace para obtener la fuerza que sufre el conductor 2.

$$\vec{F}_{12} = I_2 \cdot \vec{L}_2 \wedge \vec{B}_{12}$$

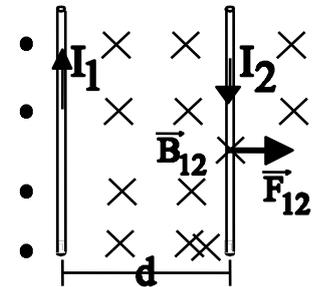
El sentido de esta fuerza hace que el conductor 2 tienda a alejarse del 1, como puede verse en el esquema.

Del mismo modo puede calcularse la fuerza que ejerce el conductor 2 sobre el 1. Cumpliendo la 3ª ley de Newton, va en sentido contrario. Estas fuerzas hacen que ambos conductores sufran repulsión.

b) La fuerza magnética que sufre una partícula cargada q en el interior de un campo magnético viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$, donde \vec{v} es la velocidad de la partícula y \vec{B} el campo magnético.

Si la partícula se mueve en dirección paralela al campo magnético, entonces el producto vectorial será nulo, y no actuará fuerza magnética sobre la partícula.

Por lo tanto, la afirmación es falsa. No siempre actuará una fuerza.



Junio 2007. A.1

1. Por dos conductores rectilíneos y de gran longitud, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido.

- a) Dibuje un esquema, indicando la dirección y el sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que una a los dos conductores y coméntelo.
- b) Razone cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades y cambiar su sentido.

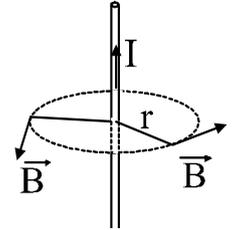
Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Según la ley de Biot-Savart, dicho campo \vec{B} tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

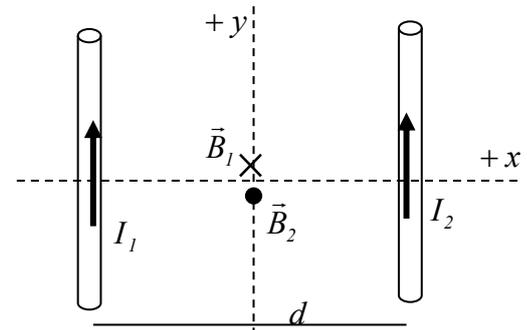
Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector \vec{r} (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector \vec{r} .



a) En la situación que nos propone la cuestión, la disposición es la que nos indica el esquema. En la zona entre ambos conductores, los campos producidos por cada una de las corrientes van en igual dirección (eje z), pero en sentidos opuestos. el punto medio del segmento que une ambos conductores se encuentra a la misma distancia $r = d/2$ de cada cable, por lo que el módulo de ambos campos será el mismo, al ser también iguales las intensidades de corriente I_1 e I_2 .



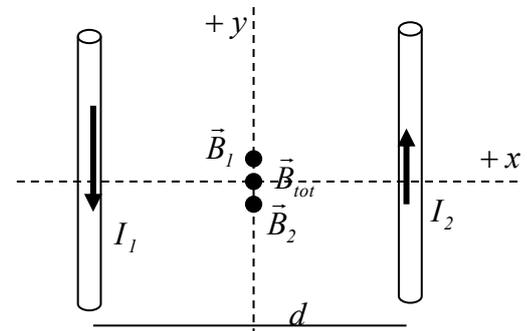
$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu \cdot I}{\pi \cdot d} \vec{k} \text{ (T)} \quad \vec{B}_2 = \frac{\mu \cdot I}{\pi \cdot d} \vec{k} \text{ (T)}$$

Aplicando el principio de superposición $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, con lo que el campo total será nulo en ese punto.

b) Al duplicar I_1 y cambiar su sentido, la situación queda ahora como indica el esquema. Ambos campos van en igual dirección y sentido, con lo que el campo total ya no se anulará.

Como ahora $I_1 = 2 \cdot I_2$, también $\vec{B}_1 = 2 \cdot \vec{B}_2$. Como consecuencia,

$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 3 \cdot \vec{B}_2 = \frac{3\mu \cdot I}{\pi \cdot d} \vec{k} \text{ (T)}$$



Junio 2006. A.1

1. Sean dos conductores rectilíneos paralelos por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido.

a) Explique qué fuerzas ejercen entre sí ambos conductores.

b) Represente gráficamente la situación en la que las fuerzas son repulsivas, dibujando el campo magnético y la fuerza sobre cada conductor.

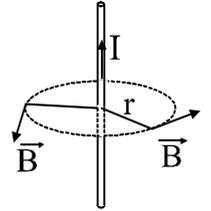
a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Según la ley de Biot-Savart, dicho campo \vec{B} tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)

Perpendicular al vector \vec{r} (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector \vec{r} .



Los dos conductores situados paralelamente y con las corrientes en idéntico sentido ejercen entre sí fuerzas magnéticas de atracción dadas por la ley de Laplace.

La corriente I_1 crea un campo B_{12} en la zona donde está el conductor 2

La corriente I_2 crea un campo B_{21} en la zona donde está el conductor 1.

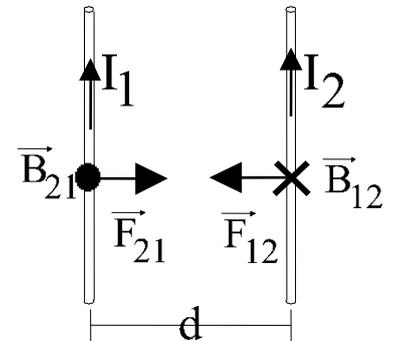
La fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el 2 $\vec{F}_{12} = I_2 \cdot \vec{L}_2 \wedge \vec{B}_{12}$

La fuerza que ejerce el conductor 2 sobre el 1 $\vec{F}_{21} = I_1 \cdot \vec{L}_1 \wedge \vec{B}_{21}$

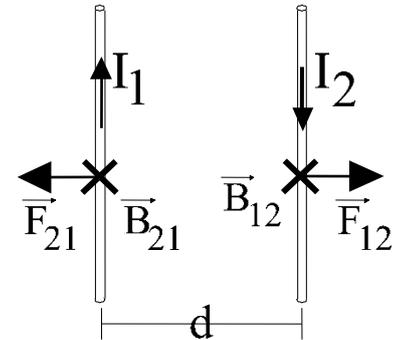
Las direcciones y sentidos vienen dadas por la regla de la mano derecha.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad F_{12} = I_2 \cdot L_2 \cdot B_{12} = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d} = L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = F_{21}$$

Calculando fuerza por unidad de longitud $f_{12} = \frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$



b) Las fuerzas serán repulsivas en el caso de que las corrientes circulen en sentidos contrarios, como indica el dibujo. Se explica análogamente a lo hecho en el apartado anterior. El módulo de las fuerzas es el mismo en ambos casos.



Junio 2005. A.1

1. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.

a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.

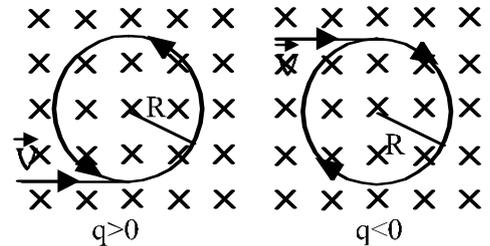
b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2 m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?

a) El movimiento de una partícula cargada en el interior de un campo magnético viene determinado por la fuerza magnética que el campo ejerce sobre la partícula. El valor de esta fuerza viene dado por la ley de Lorentz.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{En módulo: } F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha$$

Dirección: perpendicular a \vec{v} y a \vec{B}

Sentido: dado por la regla de la mano derecha al girar \vec{v} sobre \vec{B} , invirtiéndose si q es negativa.



En este caso, el ángulo que forma la velocidad de ambas partículas con el campo \vec{B} es de 90° , por lo que, teniendo ambas igual valor absoluto de q e igual velocidad, la fuerza que ejercerá el campo sobre ambas será igual en valor absoluto, pero con sentidos opuestos, dado el diferente signo de cada carga.

Las dirección y sentido de cada fuerza queda indicada en el dibujo.

La fuerza magnética ejercida es siempre perpendicular a la velocidad, por lo que la aceleración producida será de tipo normal. El movimiento resultante será un movimiento circular uniforme, cuyo radio se calcula aplicando la 2ª ley de

$$\text{Newton: } \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad |q| \cdot v \cdot B = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

(En el dibujo, para que ambos radios sean iguales, las partículas también deben poseer la misma masa. Si asumimos ya la suposición del apartado b, uno de los radios será el doble del otro).

b) Esta pregunta puede prestarse a cierta confusión. La fuerza magnética hace variar la dirección de la velocidad, pero no su módulo. La rapidez con la que se mueve cada partícula (que en principio era la misma para ambas) se mantiene constante.

Pero la cuestión se refiere a la velocidad angular. Está relacionada con la velocidad lineal mediante

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{|q| \cdot B}{m} \quad \text{Aquí vemos que aquella partícula con mayor masa (el doble) tendrá una menor velocidad angular (la mitad). Girará más lentamente, tardará más tiempo en dar una vuelta completa.}$$

$$\text{También puede razonarse con el periodo de revolución } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B}$$

O también con el valor del radio. La partícula con doble masa describirá órbitas con doble radio y la misma velocidad lineal que la otra partícula. Tardará, por tanto, el doble de tiempo en dar una vuelta (gira más lento)

Consecuencia. Girará más rápidamente la partícula 2, la de menor masa.

Junio 2005. B.3

3. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

- a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida.
 b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?

a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).

Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:

$$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot S \cdot \cos \alpha \text{ considerando el campo } B \text{ uniforme y el circuito plano.}$$

α es el ángulo que forma el vector superficie \vec{S} (perpendicular al plano de la espira) con el campo \vec{B} . Inicialmente es cero (dibujo), pero cambia con el tiempo, ya que la espira describe un movimiento circular uniforme.

$$\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t = 0 + 2\pi\nu \cdot t = 2\pi \cdot t \text{ (rad)}$$

El flujo magnético que atraviesa la espira será $\phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t)$

La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

$$\text{Así, } \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d[B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t)]}{dt} = -8\pi^2 \nu \cdot B \cdot R^2 \cdot \text{sen}(2\pi\nu \cdot t)$$

Sustituyendo valores: $R = 0,1 \text{ m}$, $B = 0,4 \text{ T}$, $\nu = 20 \text{ Hz}$

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t) = 0,05 \cdot \cos(40\pi \cdot t) \text{ Wb}$$

$$\varepsilon = -6,3 \cdot \text{sen}(40\pi \cdot t) \text{ V} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_{\text{Máx}} = 6,3 \text{ V}$$

b) Al duplicar el radio de la espira, la superficie de la misma se cuadruplica, con lo que el valor máximo del flujo magnético y de la f.e.m. también se cuadruplicará. $\phi_m = B \cdot 4\pi R^2 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t) \rightarrow \phi_{m\text{Máx}} = 4\pi \cdot B \cdot R^2$

$$\varepsilon = -8\pi^2 \nu \cdot B \cdot R^2 \cdot \text{sen}(2\pi\nu \cdot t) \rightarrow \varepsilon_{\text{Máx}} = 8\pi^2 \nu \cdot B \cdot R^2$$

Al duplicar la frecuencia de giro, el valor máximo del flujo magnético no se ve afectado, no depende de ν . Lo único que cambia es el ritmo de variación del flujo magnético. Según la ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. debe cambiar. Y el valor máximo cambia (se duplica), ya que depende de ν .

(Nota: habrás observado que en el apartado a) no hemos sustituido los valores hasta el final. Esto ha sido muy útil para poder razonar luego el apartado b) con más facilidad)

