

Algunos ejercicios resueltos del tema 6: La luz y las ondas electromagnéticas.

(I). Ondas electromagnéticas. Índice de refracción.

2. Una o.e.m. plana (polarizada) tiene un campo eléctrico de amplitud 3 N/C y una frecuencia de 1 MHz. Determinar la ecuación de onda que representa al campo eléctrico si la onda avanza en el eje Y, y el campo está polarizado en el eje Z. Calcula asimismo la dirección de polarización del campo magnético.

Una onda electromagnética (o.e.m) consiste en la propagación de perturbaciones eléctrica y magnética a través de un medio.

Teniendo en cuenta que se trata de una onda armónica, la expresión de la ecuación de onda de la perturbación eléctrica vendrá dada por $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot y)$, donde

Amplitud: $\vec{E}_0 = 3 \vec{k}$ N/C. (nos dicen que la dirección de perturbación está polarizada en el eje Z) **(no olvidemos que el campo eléctrico es un vector, debe tener un vector unitario en la dirección en la que nos dicen que está polarizado)**

La frecuencia (f) es de 1 MHz (10^6 Hz), por lo que la frecuencia angular (ω) será $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 6,28 \cdot 10^6$ rad/s
Calculamos k (número de onda) a partir de la frecuencia angular y la velocidad de propagación de la onda que, suponiendo que se propaga en el vacío, será igual a $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

$$v = c = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{c} = \frac{6,28 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 0,0314 \text{ rad/m}$$

Ya que la energía de la onda se propaga en el eje Y, debe aparecer la coordenada y en la ecuación.

Suponiendo que se propaga en el sentido positivo del eje Y, las partes temporal y espacial de la ecuación aparecen restadas. Así, la ecuación del campo eléctrico será

$$\vec{E} = 3 \vec{k} \cdot \sin(6,28 \cdot 10^6 \cdot t - 0,0314 \cdot y) \text{ N/C.}$$

La dirección del campo magnético la deducimos teniendo en cuenta que en cada punto y cada instante, las direcciones de los campos eléctrico y magnético y la dirección de propagación de la onda, son perpendiculares entre sí. De este modo, Si la onda se propaga en el eje Y, y el campo eléctrico está polarizado en el eje Z, el campo magnético debe estar polarizado en el eje X.

3. Una antena emite una onda electromagnética de frecuencia 50 kHz. a) Calcule su longitud de onda.

b) Determine la frecuencia de una onda sonora de la misma longitud de onda.

($c = 3 \cdot 10^8$ m/s ; $v_{\text{Sonido}} = 340$ m/s)

a) Una onda electromagnética (o.e.m) consiste en la propagación de perturbaciones eléctrica y magnética a través de un medio.

En este caso, la frecuencia (f , nº de oscilaciones por segundo) es de 50 kHz = 50000 Hz.

La longitud de onda (λ , distancia más corta entre dos puntos en fase) está relacionada con la frecuencia mediante la relación $\lambda = \frac{c}{f}$, donde c es la velocidad de propagación de la o.e.m. en el vacío (suponemos ese medio, ya que no nos dicen otro).

$$\text{De este modo } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}} = 6000 \text{ m}$$

b) En este apartado, al tratarse de una onda de características totalmente diferentes, la velocidad de propagación también será distinta. Debemos suponer ahora que el sonido se transmite por el aire, ya que nos dan la velocidad de propagación en ese medio (en el vacío no podría propagarse).

Aplicando la misma expresión que en el apartado anterior, pero colocando ahora la velocidad del sonido en el aire

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

4. El espectro visible en el aire está comprendido entre las longitudes de onda 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo).
a) Calcule las frecuencias de estas radiaciones extremas. ¿Cuál de ellas se propaga a mayor velocidad?
b) Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

a) La luz visible, al igual que otras radiaciones, consiste en la propagación de ondas electromagnéticas (o.e.m) de distintas frecuencias. Según la frecuencia, la luz será de uno u otro color.

 El problema nos da los datos sobre las longitudes de onda de dos radiaciones. La relación entre la frecuencia de la radiación (f) y la longitud de onda en un medio determinado (λ) viene dada por

 $f = \frac{v}{\lambda}$, donde v es la velocidad de propagación de la luz en el medio. En el aire, podemos considerar que dicha velocidad es igual a la del vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Así, para la luz violeta $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{380 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 7,89 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Y para la luz roja $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{780 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

 En primera aproximación hemos tenido en cuenta que, considerando el aire como un medio homogéneo (no dispersivo) la velocidad de propagación no depende de la frecuencia (si no, sería imposible resolver el problema sin más datos), así que todas las radiaciones se transmiten por el aire a la misma velocidad, c

b) La velocidad de propagación de una onda depende del medio por el que ésta se propague. Esto hace que varíe la longitud de onda correspondiente a una determinada frecuencia. La frecuencia, como depende exclusivamente del foco emisor de ondas, no varía al cambiar de medio.

 El índice de refracción de un medio (n) nos indica cuántas veces es mayor la velocidad de la luz en el vacío (c) que

 en dicho medio (v). $n = \frac{c}{v}$. Esto nos permite calcular la velocidad de propagación de la luz en el agua.

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4/3} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Calculamos ahora las longitudes de onda en el agua aplicando la misma expresión y las frecuencias obtenidas en el apartado anterior.

Luz violeta $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,25 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{7,89 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 2,85 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 285 \text{ nm}$

Luz roja $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,25 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{3,85 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 5,84 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 584 \text{ nm}$

Como vemos, al pasar a un medio en que la luz se propaga a menor velocidad, la longitud de onda disminuye.

5. Una onda electromagnética tiene, en el vacío, una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.
a) Determine la frecuencia y el número de onda.
b) Si dicha onda entra en un determinado medio, su velocidad se reduce a $3c/4$. Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en dicho medio. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

a) Una onda electromagnética (o.e.m) consiste en la propagación de perturbaciones eléctrica y magnética a través de un medio.

 La frecuencia (f , nº de oscilaciones por segundo) y la longitud de onda (λ , distancia más corta entre dos puntos en fase) están relacionadas mediante la expresión $\lambda = \frac{v}{f}$, donde v es la velocidad de propagación de la o.e.m. en el medio. En este caso, al propagarse en el vacío, dicha velocidad es igual a $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Así, podemos calcular la frecuencia $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

El número de onda se obtiene a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,257 \cdot 10^7 \text{ rad/m}$$

b) Al pasar la onda a propagarse por un nuevo medio, se produce el fenómeno de refracción. En la nueva onda que se propaga por el segundo medio, se mantienen aquellas características que dependen exclusivamente del foco emisor

(frecuencia, frecuencia angular, periodo) y cambian aquellas que dependen del medio, como la velocidad de propagación, la longitud de onda o el número de onda. La dirección de propagación también cambia, cumpliéndose la ley de Snell.

El índice de refracción de un medio (n) nos indica cuántas veces es mayor la velocidad de la luz en el vacío (c) que

en dicho medio (v). $n = \frac{c}{v}$. Así $n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\frac{3}{4}c} = \frac{4}{3} = 1,333$

Como se ha dicho, la frecuencia de la onda no cambia al cambiar de medio, por lo que $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Hz

La longitud de onda en el segundo medio la calculamos teniendo en cuenta que la velocidad ahora es $3c/4 = 2,25 \cdot 10^8$ m/s

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,25 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 375 \text{ nm}$$