

## ALGUNOS PROBLEMAS Y CUESTIONES TEÓRICAS DEL TEMA 5. FENÓMENOS ONDULATORIOS

### PROBLEMAS RESUELTOS DEL TEMA 5: FENÓMENOS ONDULATORIOS.

#### Ondas armónicas:

5. La ecuación de una onda es  $y = 2 \text{ sen } [2\pi(5t + 0,1x)]$ , en unidades S.I.

a) Calcular:  $\lambda$ ,  $T$ ,  $f$ , y velocidad de propagación de la onda.

b) ¿Cuál es la velocidad máxima que adquirirán los puntos afectados por la onda? ¿En qué instantes adquirirá dicha velocidad un punto situado a 10 cm de la fuente de perturbación?

a) Nos encontramos ante una onda armónica (un m.a.s. que se propaga a través de un medio) que se transmite por una cuerda. La expresión general de la ecuación es:  $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$

La expresión que nos dan es  $y(x,t) = 2 \text{ sen } [2\pi(5t + 0,1x)] = 2 \text{ sen } (10\pi t + 0,2\pi x)$  (S.I)

Comparando ambas expresiones obtenemos

Amplitud:  $A = 2 \text{ m}$

$$\text{Frecuencia angular: } \omega = 10\pi \text{ rad/s} \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2 \text{ s} \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2 \text{ s}} = 5 \text{ Hz}$$

$$\text{Número de onda: } k = 0,2\pi \text{ rad/m} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,2\pi} = 10 \text{ m}$$

Fase inicial:  $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$

La velocidad de propagación ( $v$ ) es la velocidad a la que se transmite la energía por la cuerda. Es una magnitud constante, e igual a  $v = \frac{\omega}{k} = \frac{10\pi \text{ rad s}^{-1}}{0,2\pi \text{ rad m}^{-1}} = 50 \text{ m s}^{-1}$

b) La velocidad de un punto de la cuerda, o velocidad de vibración ( $v_y$ ), varía con el tiempo y el punto, ya que cada punto describe un movimiento armónico simple.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d[2 \text{ sen } (10\pi t + 0,2\pi x)]}{dt} = 20\pi \cos(10\pi t + 0,2\pi x) \text{ m/s}$$

El valor máximo de la velocidad de vibración es de  $20\pi \text{ m s}^{-1}$  ( $62,8 \text{ m s}^{-1}$ ). Un punto de la cuerda con  $x = 0,1 \text{ m}$  alcanza esta velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio, es decir, cuando  $\cos(10\pi t + 0,2\pi \cdot 0,1) = \pm 1$

$$\text{Por tanto, } 10\pi t + 0,02\pi = n\pi \quad \rightarrow \quad t = \frac{n-0,02}{10} \text{ s} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

6. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es:  $y(x,t) = 0,5 \text{ sen } \pi(8t - 4x)$  (S.I.)

a) Determine la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda y explique el significado de cada una de ellas.

b) Represente gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante  $t = 0$ , y la elongación en  $x = 0$  en función del tiempo.

a) Nos encontramos ante una onda armónica (un m.a.s. que se propaga a través de un medio) que se transmite por una cuerda. La expresión general de la ecuación es:  $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$

Comparando con la ecuación del problema  $y(x,t) = 0,5 \text{ sen } (8\pi t - 4\pi x)$  (S.I) obtenemos

Amplitud:  $A = 0,5 \text{ m}$

Frecuencia angular:  $\omega = 8\pi \text{ rad/s}$

Número de onda:  $k = 4\pi \text{ rad/m}$

Fase inicial:  $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$

La velocidad de propagación (v) es la velocidad a la que se transmite la energía por la cuerda. Es una magnitud constante,

$$e \text{ igual a } v = \frac{\omega}{k} = \frac{8\pi \text{ rad/s}}{4\pi \text{ rad/m}} = 2 \text{ m/s}$$

La velocidad de un punto de la cuerda, o velocidad de vibración (v<sub>y</sub>), varía con el tiempo y el punto, ya que cada punto describe transversalmente un movimiento armónico simple.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 0,5 \cdot 8\pi \cdot \cos(8\pi \cdot t - 4\pi \cdot x) \text{ m/s} = 4\pi \cdot \cos(8\pi \cdot t - 4\pi \cdot x) \text{ m/s}$$

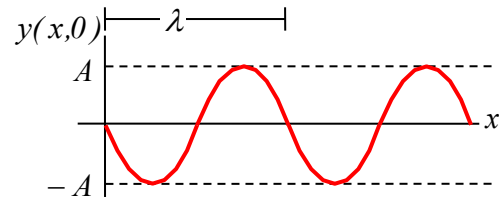
b) Una onda armónica presenta una doble periodicidad: espacial y temporal.

En el espacio, el estado de vibración se repite cada cierta distancia, llamada longitud de onda

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{4\pi \text{ rad/m}} = 0,5 \text{ m}$$

Para el instante t = 0 s, los puntos de la cuerda cumplen la ecuación

$$y(x, 0) = 0,5 \text{ sen}(-4\pi x) = -0,5 \text{ sen}(4\pi x) \text{ (S.I)}$$

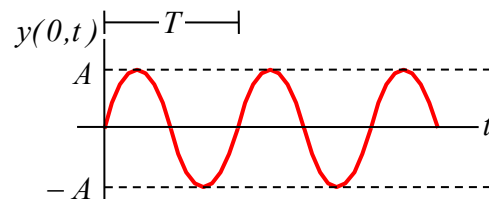


En el tiempo, la vibración de un punto del medio se repite cada cierto tiempo, llamado periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{8\pi \text{ rad/s}} = 0,25 \text{ s}$$

Para el punto x = 0 m, la vibración en función del tiempo es

$$y(0, t) = 0,5 \text{ sen}(8\pi t) \text{ (S.I)}$$



**8. Escribir la expresión de una onda sinusoidal que se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje OX. La amplitud es 0,02 m, la frecuencia 60 Hz y la velocidad de propagación 10 m/s.**

La expresión general de la ecuación de una onda viajera es :  $y(x, t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$

Amplitud:  $A = 0,02 \text{ m}$

Frecuencia:  $\nu = 60 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi \cdot \nu = 120\pi \text{ rad s}^{-1}$

Velocidad de propagación:  $\nu = 10 \text{ m s}^{-1} \rightarrow \nu = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{\nu} = \frac{120\pi \text{ rad s}^{-1}}{10 \text{ m s}^{-1}} = 12\pi \text{ rad m}^{-1}$

No nos dan información acerca del estado inicial del foco, por lo que suponemos que la fase inicial es cero  
 $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$

Sentido de propagación: positivo del eje x. Por lo tanto, dentro de la fase,  $\omega t$  y  $kx$  aparecen restados.

Así, la expresión de la onda será  $y(x, t) = 0,02 \text{ sen}(120\pi t - 12\pi x)$  (S.I)

**13.- Una onda transversal y sinusoidal tiene una frecuencia de 40 Hz y se desplaza en la dirección negativa del eje x con una velocidad de 28,8 cm/s. En el instante inicial, la partícula situada en el origen tiene un desplazamiento de 2 cm y su velocidad es de -377 cm/s. Encontrar la ecuación de la onda. ¿Qué datos pueden obtenerse de ella? Represente gráficamente la elongación en función de la distancia en el instante inicial.**

Tenemos una onda sinusoidal (armónica) que se propaga en el eje x, en sentido negativo. La expresión general de la ecuación de la elongación de los puntos del medio es:  $y(x, t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$

Donde

$v$ : velocidad de propagación de la energía  $v = 0,288 \text{ m/s}$ .

$f$ : Frecuencia de oscilación de los puntos del medio:  $f = 40 \text{ Hz}$

$A$ : amplitud (elongación máxima)

$\omega$ : Frecuencia angular:  $\omega = 2\pi \cdot v = 80\pi \text{ rad/s}$

$k$ : Número de onda:  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{80\pi \text{ rad/s}}{0,288 \text{ m/s}} = 872,66 \text{ rad/m}$

$\varphi_0$ : Fase inicial: Indica el estado inicial de la vibración del foco.

Como el enunciado indica que se propaga en el sentido negativo del eje x, las partes espacial y temporal de la fase aparecen sumadas.

Para calcular la amplitud y la fase inicial, debemos tener en cuenta los valores que nos dan de la posición y velocidad del foco en el instante inicial (siempre que nos den algún valor de este tipo, es indicio de que debemos calcular la fase inicial).

$$y(x, t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x + \varphi_0) \rightarrow y(0, 0) = A \cdot \text{sen}\varphi_0 \rightarrow 0,02 = A \cdot \text{sen}\varphi_0$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot x + \varphi_0) \rightarrow v_y(0, 0) = A \cdot \omega \cdot \cos\varphi_0 \rightarrow -3,77 = A \cdot 80\pi \cdot \cos\varphi_0$$

Resolviendo el sistema:  $A = 0,024 \text{ m}$ ,  $\varphi_0 = -0,95 \text{ rad}$

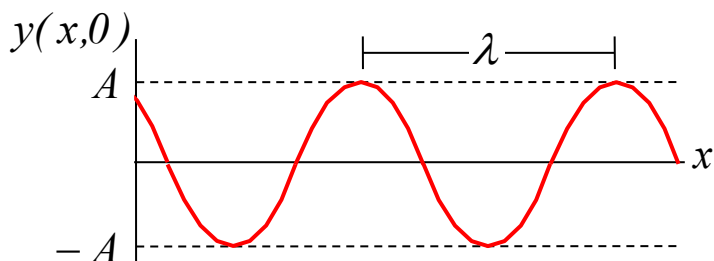
Y la ecuación de movimiento  $y(x, t) = 0,024 \cdot \text{sen}(80\pi \cdot t + 872,66 \cdot x - 0,95) \text{ m}$

Además de los datos puestos arriba, podemos calcular el periodo de oscilación y la longitud de onda:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40 \text{ s}^{-1}} = 0,025 \text{ s} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{872,66 \text{ rad m}^{-1}} = 0,0072 \text{ m}$$

Representación gráfica para  $t = 0 \text{ s}$ .

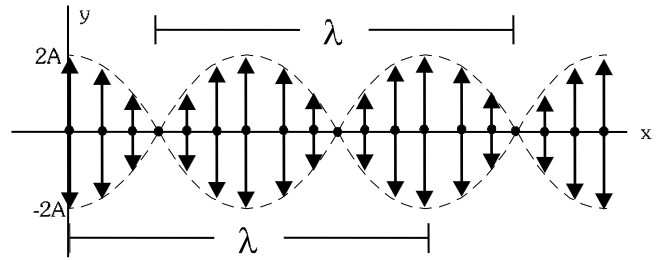
La gráfica será una función seno. Debemos prestar atención a la ordenada en el origen, fijándonos en los datos iniciales que nos dan: posición inicial de 0,02 m (positiva) y velocidad inicial de -3,77 m/s (negativa, por lo que la gráfica es decreciente en el instante inicial)



**Ondas estacionarias:**

**17.- Una onda viene dada por  $y = 0,4 \cos(\pi/6 x) \cos 10t$  (S.I.). Explique sus características y calcule la A de las ondas viajeras y su velocidad de propagación, posición y distancia entre nodos, entre vientres y entre un nodo y un vientre.**

Nos encontramos ante la ecuación de una onda estacionaria (O.E.) (las partes espacial y temporal están separadas en dos funciones trigonométricas multiplicadas). Concretamente, una O.E. de extremo libre (la parte espacial aparece con la función coseno). Se origina por la superposición de dos ondas viajeras (O.V.) idénticas que se propagan en la misma dirección pero en sentido contrario.



La expresión general para una O.E. de este tipo es

$y(x, t) = 2A \cos kx \cos \omega t$  (S.I.) donde A, k y  $\omega$  son magnitudes correspondientes a las ondas viajeras cuya superposición da lugar a la onda estacionaria.

La amplitud de la onda depende del punto x  $\rightarrow A(x) = 2A \cdot \cos kx = 0,4 \cos(\pi/6 x)$

Para x = 0 tendremos un vientre, un punto con amplitud máxima = 2·A (de ahí el nombre de “extremo libre”)

Existen puntos con amplitud máxima (vientres), punto con amplitud nula (nodos) y puntos con amplitud intermedia, como se observa en el dibujo.

Todos los puntos vibran en fase, con un periodo de vibración que coincide con el de las ondas viajeras. Así

$$\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,628 \text{ s}$$

La longitud de onda también coincide con la de las O.V.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\frac{\pi}{6} \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}} = 12 \text{ m}$$

La amplitud de las ondas viajeras superpuestas será la mitad del valor de la amplitud de los vientres:

$$A = 0,2 \text{ m}$$

Velocidad de propagación:

La velocidad de propagación de una onda estacionaria es nula, ya que no hay una propagación neta de energía. Las O.V. que se superponen tienen velocidades de propagación idénticas, en sentido contrario.

La velocidad de propagación de las O.V se calcula  $v = \frac{\omega}{k} = \frac{10 \text{ rad/s}}{\frac{\pi}{6} \text{ rad/m}} = 19,099 \text{ m/s}$

Posición y Distancia entre nodos: Los nodos son puntos de amplitud nula, es decir, que cumplen

$$A(x) = A(x) = A (\cos kx) = 0 \rightarrow$$

$$\cos(kx) = 0 \rightarrow kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} ; n \in \mathbb{N}$$

Dando valores a n, y teniendo en cuenta que  $\lambda = 12 \text{ m}$ ,  $x = 3 \text{ m}, 9 \text{ m}, 15 \text{ m}, 21 \text{ m} \dots$

Dos nodos consecutivos están separados media longitud de onda ( 6 m ).

Posición y Distancia entre vientres: Los vientres son puntos de amplitud máxima, es decir, que cumplen

$$A(x) = A(x) = A (\cos kx) = \pm A \rightarrow$$

$$\cos(kx) = \pm 1 \rightarrow kx = n\pi \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \rightarrow x = n \frac{\lambda}{2} ; n \in \mathbb{N}$$

Dando valores a n, y teniendo en cuenta que  $\lambda = 12 \text{ m}$ ,  $x = 0 \text{ m}, 6 \text{ m}, 12 \text{ m}, 18 \text{ m} \dots$

Al igual que antes, dos vientres consecutivos están separados media longitud de onda ( 6 m ).

Y la distancia entre un nodo y un vientre es un cuarto de longitud de onda ( 3 m ).

**(Selectividad, junio 2010)**

4. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula.

b) Determine la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s.

a) Una onda armónica (u onda viajera) consiste en la propagación de una perturbación (descrita por un movimiento armónico simple) a través de un medio. La ecuación general de la elongación ( $y$ ) de un punto del medio respecto a la posición de equilibrio viene dada por  $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$ , donde

$A$ : Amplitud. Valor máximo de la elongación.  $A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ .

$f$ : Frecuencia. Número de oscilaciones por segundo que realiza un punto del medio.  $f = 20 \text{ Hz}$

$\omega$ : Frecuencia angular. Indica la rapidez de las oscilaciones. La calculamos a partir del periodo

$$\omega = 2\pi\nu = 125,66 \text{ rad s}^{-1}$$

$k$ : Número de onda. Es una magnitud inversa a la longitud de onda (salvo un factor  $2\pi$ ).

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{125,66 \text{ rad s}^{-1}}{2 \text{ m s}^{-1}} = 62,83 \text{ rad m}^{-1}$$

$\varphi_0$ : Fase inicial. Indica el estado de perturbación del foco generador de la onda en el instante inicial. La calculamos a partir de la elongación inicial del foco.

$$y_{(x=0,t=0)} = y_0 = A \cdot \text{sen}(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \text{arsen}\left(\frac{y_0}{A}\right) = \text{arsen}\left(\frac{0}{0,1}\right) = 0 \text{ rad}$$

Como nos dicen que el movimiento es de derecha a izquierda, vemos que se mueve en el sentido negativo del eje  $x$  (suponiendo el criterio de signos positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda). En ese caso, las partes espacial y temporal de la fase aparecen sumadas.

La expresión queda:  $y(x,t) = 0,1 \cdot \text{sen}(125,66 \cdot t + 62,83 \cdot x) \text{ m}$

b) La velocidad de vibración nos indica cómo varía la elongación de las partículas que componen la cuerda respecto al tiempo.

$$v_y(x,t) = \frac{dy}{dt} = 0,1 \cdot 125,66 \cdot \cos(125,66 \cdot t + 62,83 \cdot x) \text{ m s}^{-1} = 12,566 \cdot \cos(125,66 \cdot t + 62,83 \cdot x) \text{ m s}^{-1}$$

Sustituyendo los valores  $x = 1 \text{ m}$  y  $t = 3 \text{ s}$ , obtenemos  $v_y = 12,56 \text{ m s}^{-1}$

*(Este no es el único resultado válido. Si hubiéramos escogido el criterio de signos al contrario (positivo a la izquierda y negativo a la derecha), la ecuación cambiaría  $y(x,t) = 0,1 \cdot \text{sen}(125,66 \cdot t - 62,83 \cdot x) \text{ m}$ .*

*Y si hubiéramos escogido usar la función coseno en lugar de la función seno, la ecuación sería*

*$y(x,t) = 0,3 \cdot \cos(125,66 \cdot t + 62,83 \cdot x) \text{ m}$ , y la velocidad de la partícula sería diferente)*

(Selectividad junio 2005)

4. La ecuación de una onda en una cuerda es:  $y(x, t) = 0,4 \text{ sen}12\pi x \text{ cos } 40\pi t$  (S.I.)

- a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.  
 b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

a) Nos encontramos ante la ecuación de una onda estacionaria (O.E.) con extremo fijo (las partes espacial y temporal están separadas en dos funciones trigonométricas multiplicadas). Se origina por la superposición de dos ondas viajeras (O.V.) idénticas que se propagan en la misma dirección pero en sentido contrario.

La expresión general para una O.E. de este tipo es

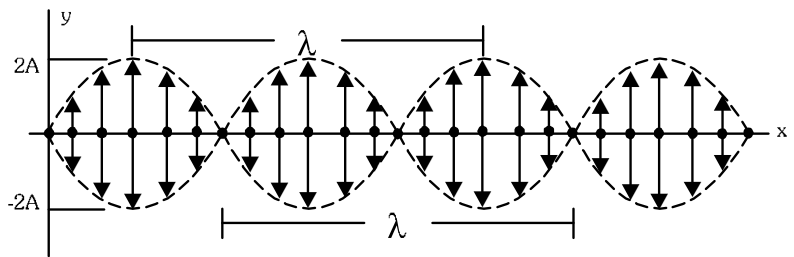
$y(x, t) = 2A \text{ sen } kx \text{ cos } \omega t$  (S.I.) donde A, k y  $\omega$  son magnitudes correspondientes a las ondas viajeras cuya superposición da lugar a la onda estacionaria.

La amplitud de la onda depende del punto x  $\rightarrow A(x) = 2A \cdot \text{sen } kx$

Para x = 0 tendremos amplitud nula (de ahí el nombre de "extremo fijo")

Existen puntos con amplitud máxima (vientres), punto con amplitud nula (nodos) y puntos con amplitud intermedia, como se observa en el dibujo.

Todos los puntos vibran en fase, con un periodo de vibración que coincide con el de las ondas viajeras. Así



$$\omega = 40\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,05 \text{ s}$$

La longitud de onda también coincide con la de las O.V.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{12\pi \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}} = 0,167 \text{ m}$$

La velocidad de propagación de una onda estacionaria es nula, ya que no hay una propagación neta de energía. Las O.V. que se superponen tienen velocidades de propagación idéntica, en sentido contrario.

La velocidad de propagación de las ondas viajeras puede calcularse  $v_{OV} = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}{12\pi \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}} = 3,333 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b) Los puntos con amplitud nula (nodos) están separados por media longitud de onda (0,0835 m). Este cálculo se realiza:

$$A(x) = 2A \cdot \text{sen}(kx) = 0 \rightarrow \text{sen}(kx) = 0 \rightarrow kx = n\pi \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2} ; n \in \mathbb{N}$$

Dos nodos consecutivos (n y n+1), están separados media longitud de onda, como queríamos probar.

**Actividad a distancia (curso 2019-20)**

**1. Una vibración de 50 Hz se transmite en el sentido negativo del eje x. Sabiendo que dos puntos del medio con diferencia de fase  $\pi/4$  rad están separados una distancia de 20 cm, y que en el instante inicial el foco estaba en su valor máximo de perturbación, que es de 3 cm, calcule razonadamente:**

- a) Periodo, velocidad de propagación, longitud de onda.**  
**b) Expresión de la onda en función del tiempo.**  
**c) Velocidad de vibración del punto  $x=2$  m para  $t = 10$  s.**

Se trata de una onda viajera que se transmite en el sentido negativo del eje x.

**a)** Datos: Frecuencia  $f = 50$  Hz  $\rightarrow$  Periodo  $T = \frac{1}{f} = 0,02$  s

La diferencia de fase entre dos puntos del medio para un mismo instante viene dada por  $\Delta\varphi = k \cdot \Delta x$

Calculamos el número de onda  $k$  a partir del desfase:  $\Delta\varphi = k \cdot \Delta x \rightarrow \frac{\pi}{4} = k \cdot 0,2\text{m} \rightarrow k = 3,927 \text{ rad m}^{-1}$

La longitud de onda  $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 1,6$  m

Velocidad de propagación de la energía por el medio  $\lambda = v \cdot T \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1,6 \text{ m}}{0,02 \text{ s}} = 80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  en sentido negativo del eje x.

**b)** La expresión general de una onda viajera es  $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$

A (amplitud): Valor máximo de la perturbación: 3 cm = 0,03 m

$\omega$  (frecuencia angular)  $\omega = 2\pi \cdot f = 100\pi \text{ rad s}^{-1}$

$k$  (número de onda) =  $3,927 \text{ rad m}^{-1}$

$\varphi_0$  (fase inicial) La calculamos a partir de la posición del foco ( $x = 0$  m) para  $t = 0$  s.

$$y(0,0) = A \cdot \text{sen}\varphi_0 \rightarrow 0,03 = 0,03 \text{ sen}\varphi_0 \rightarrow \text{sen}\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

Se propaga en el sentido negativo del eje x. por tanto,  $\omega \cdot t$  y  $k \cdot x$  aparecen sumados en la ecuación.

$$\text{Así } y(x,t) = 0,03 \cdot \text{sen}(100\pi t + 3,927 \cdot x + \pi/2) \text{ m}$$

**c)** La velocidad de vibración es la velocidad de un punto del medio. Depende del tiempo y del punto.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 0,03 \cdot 100\pi \cdot \cos\left(100\pi \cdot t + 3,927 \cdot x + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Sustituimos } x = 2 \text{ m, } t = 10 \text{ s} \quad v_y = -9,42 \text{ m s}^{-1}$$

**2. Una cuerda tensa vibra según  $y(x,y) = 0,4 \cos(10t) \text{ sen}(5x)$  (SI), Calcule razonadamente:**

- a) Amplitud y velocidad de propagación de este movimiento.**  
**b) Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas cuya superposición da lugar a dicho movimiento.**  
**c) Posición de nodos, y distancia entre dos nodos consecutivos.**

Estamos ante una onda estacionaria, ya que en la función matemática las partes espacial y temporal están en dos funciones trigonométricas separadas.

Una onda estacionaria (O.E) consiste en la superposición de dos ondas viajeras de iguales características, que se propagan en sentido contrario.

La expresión general de una onda estacionaria:  $y(x,t) = 2A \text{ sen}(kx) \cos(\omega t)$

Donde A, k,  $\omega$ , son magnitudes de las ondas que se han superpuesto.

**a)** La amplitud de la O.E. varía con el punto del medio  $A(x) = 2A \text{ sen}(kx) = 0,4 \text{ sen}(5x) \text{ m}$

Es una O.E. de extremo fijo, ya que para  $x = 0$  m, la amplitud es nula (tenemos un nodo).

La velocidad de propagación de la O.E. es nula, ya que no hay una transmisión neta de energía, al superponerse dos ondas idénticas que propagan energía a la misma velocidad, en sentido contrario.

b) Obtenemos  $A$ ,  $k$  y  $\omega$  de las ondas viajeras a partir de la expresión de la O.E.

$$2A = 0,4 \text{ m} \rightarrow A = 0,2 \text{ m (amplitud)}$$

$$k = 5 \text{ rad m}^{-1} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 1,257 \text{ m} \quad \omega = 10 \text{ rad s}^{-1}$$

La velocidad de propagación de las ondas viajeras superpuestas  $v = \frac{\omega}{k} = 2 \text{ m s}^{-1}$

c) Un nodo es un punto con amplitud nula  $A(x) = 0 \rightarrow \sin(5x) = 0 \rightarrow 5x = n \cdot \pi \quad n = 0, 1, 2, \dots$

Por tanto  $x_n = \frac{n \cdot \pi}{5} = 0, 0,628 \text{ m}, 1,257 \text{ m} \dots$  (coincide con  $x = \frac{n \cdot \lambda}{2}$ )

Distancia entre dos nodos consecutivos  $x_n = \frac{n \cdot \pi}{5} \quad x_{n+1} = \frac{(n+1) \cdot \pi}{5} = \frac{n \cdot \pi}{5} + \frac{\pi}{5}$

$x_{n+1} - x_n = \frac{\pi}{5} \text{ m} = 0,628 \text{ m}$  (coincide con la mitad de la longitud de onda)

