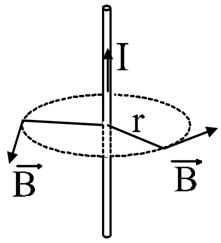
ALGUNOS PROBLEMAS Y CUESTIONES TEÓRICAS DEL TEMA 4. ELECTROMAGNETISMO

1.- Dos conductores paralelos y rectilíneos, recorridos por corrientes del mismo sentido de 10 A y 20 A respectivamente, están separados 10 cm. Calcular:

a) Campo magnético creado en un punto situado a 10 cm del primer conductor y a 20 cm del segundo.

b) Repita los cálculos para el caso de que las corrientes vayan en distinto sentido. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A)



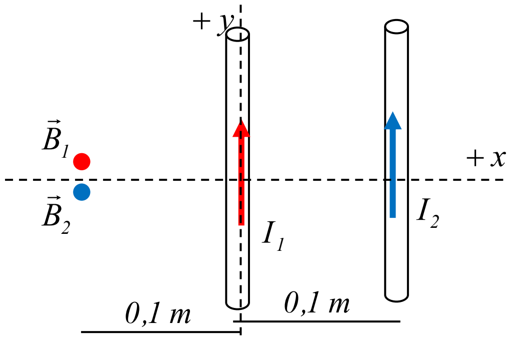
Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Según la ley de Biot-Savart, dicho campo $\vec{B}$ tiene como características:

Su módulo viene dado por $B = \dfrac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)
Perpendicular al vector $\vec{r}$ (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector $\vec{r}$.

a) En la situación que nos propone el problema, la disposición es la que nos indica el esquema. En el punto que nos indican, ambos campos magnéticos van en la misma dirección y sentido (positivo del eje z).

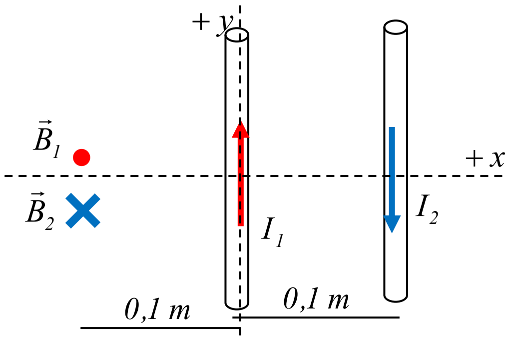


$$B_1 = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0{,}1} = 2 \cdot 10^{-5}\ T \qquad \vec{B}_1 = 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0{,}2} = 2 \cdot 10^{-5}\ T \qquad \vec{B}_2 = 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$$

Aplicando el principio de superposición

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 4 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$$

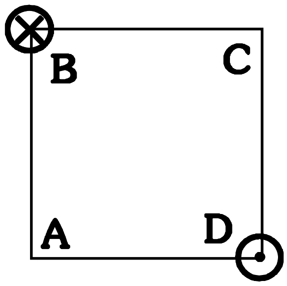


b) Al invertir el sentido de la corriente del conductor 2, el campo que produce tendrá el mismo valor que el calculado en el apartado anterior, pero irá en sentido negativo del eje z. Aplicando el principio de superposición

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T - 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T = 0\ T$$

El campo total se anula en ese punto.

2.- Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 3 A y 4 A, pasan por los vértices B y D de un cuadrado de 2 m de lado, situado en un plano perpendicular, como ilustra la figura. El sentido de las corrientes es el indicado en la figura. Calcule y dibuje en el esquema los campos magnéticos en los vértices A, C y D.

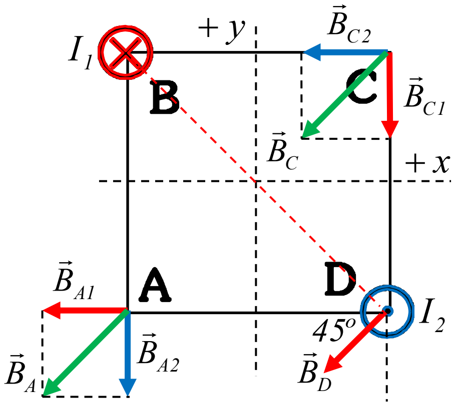


(Ver en el problema anterior la teoría sobre las características del campo magnético producido por una corriente rectilínea)

Sobre los vértices A y C generan campo las corrientes 1 y 2. Sobre el D, sólo la corriente 1 (la corriente 2 no produce campo en el punto ocupado por ella misma)

Aplicando la ley de Ampère, los campos son los indicados en el dibujo.

Descomponiendo y aplicando el principio de superposición, obtenemos:



$$\vec{B}_A = \vec{B}_{A1} + \vec{B}_{A2} = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1}(-\vec{i}\,) + \frac{\mu \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2}(-\vec{j}\,) = -3 \cdot 10^{-7}\vec{i} - 4 \cdot 10^{-7}\vec{j}\ T$$

$$\vec{B}_C = \vec{B}_{A1} + \vec{B}_{A2} = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1}(-\vec{j}\,) + \frac{\mu \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2}(-\vec{i}\,) = -4 \cdot 10^{-7}\vec{i} - 3 \cdot 10^{-7}\vec{j}\ T$$

$$B_D = B_{D1} = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot \sqrt{8}} = 2{,}12 \cdot 10^{-7}\,T$$

Descomponiendo $\vec{B}_D = -2{,}12 \cdot 10^{-7} \cdot \cos 45^o\,\vec{i} - 2{,}12 \cdot 10^{-7} \cdot sen 45^o\,\vec{j}\ T = -1{,}5 \cdot 10^{-7}\,\vec{i} - 1{,}5 \cdot 10^{-7}\,\vec{j}\ T$

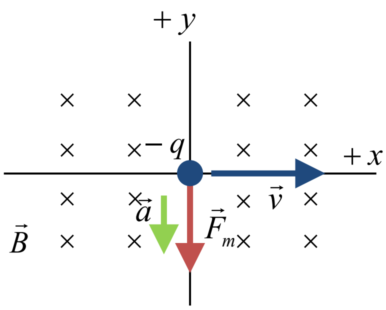
3.- Un electrón que se mueve en el sentido positivo del eje OX con una velocidad de 5 · 10^4 m/s penetra en una región donde existe un campo de 0,05 T dirigido en el sentido negativo del eje OZ. Calcular:

a) Aceleración del electrón

b) Radio de la órbita descrita y periodo orbital (m_e = 9,1 · 10^{-31} kg ; e = 1,6 · 10^{-19} C)

a) Tenemos una partícula cargada que se mueve en el interior de un campo magnético constante. El campo magnético ejerce una fuerza sobre la partícula que viene dada por la ley de Lorentz.

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$



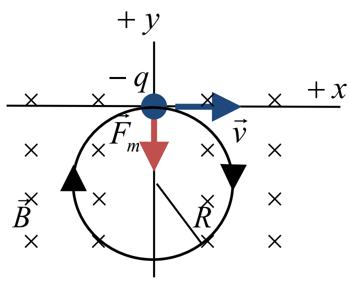
Sustituyendo los datos: q = -1,6·10^{-19} C; $\vec{v}$ = 5 ·10^4 $\vec{i}$ ms^{-1} ; $\vec{B}$ = -0,05 $\vec{k}$ T.

$$\vec{F}_m = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}05 \end{vmatrix} = -4 \cdot 10^{-16}\ \vec{j}\ N$$

Aplicando la 2ª ley de Newton, calculamos la aceleración.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m} = \frac{-4 \cdot 10^{-16}\ \vec{j}\ N}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg} = -4{,}39 \cdot 10^{15}\,\vec{j}\ ms^{-2}$$

b) Como la fuerza magnética que actúa sobre la partícula es perpendicular a la velocidad, el electrón seguirá un movimiento circular uniforme, que sólo posee aceleración normal.



$$F_m = m \cdot a_n \rightarrow |q| \cdot v \cdot B \cdot sen 90^o = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = 5{,}69 \cdot 10^{-6}\ m$$

Y el periodo de revolución:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot m \cdot \cancel{v}}{\cancel{v} \cdot |q| \cdot B} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B} = 7{,}15 \cdot 10^{-10}\ s$$

4.- Un electrón penetra con una velocidad de $4 \cdot 10^4$ m/s en el sentido positivo del eje OX, en una región en la que existe un campo magnético B de 0,5 T en el sentido positivo del eje OZ. Calcular:
a) Diferencia de potencial necesaria para que el electrón adquiera la energía cinética inicial.
b) Campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón mantuviera su trayectoria rectilínea.
($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ; e = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C)

a) Para acelerar a un electrón desde el reposo, debemos aplicar un campo eléctrico en la dirección en la que queramos acelerarlo. La fuerza eléctrica viene dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Como la carga del electrón es negativa, el campo eléctrico irá en sentido contrario al de la fuerza aplicada (ver dibujo).
La diferencia de potencial podemos calcularla a partir de la conservación de la energía mecánica. Como la fuerza eléctrica es conservativa, la energía mecánica se mantendrá constante durante la aceleración.

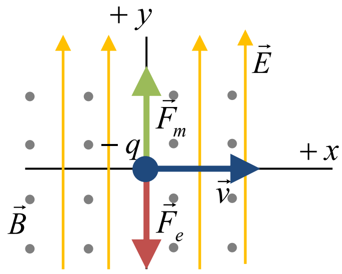
La energía mecánica inicial : $E_{M1} = Ec_1 + Ep_{e1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + q \cdot V_1$

Y la final: $E_{M2} = Ec_2 + Ep_{e2} = \frac{1}{2} m v_2^2 + q \cdot V_2$

Igualando: $\frac{1}{2} m v_1^2 + q \cdot V_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + q \cdot V_2 \rightarrow q \cdot (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

Sustituyendo los valores ($v_1 = 0$, $v_2 = 4 \cdot 10^4$ m/s , $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C , $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg)

$V_2 - V_1 = 4,55 \cdot 10^{-3}$ V

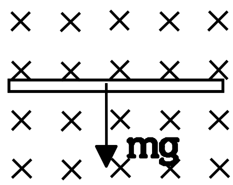


b) Cuando el electrón penetra en el campo magnético, sufre una fuerza magnética perpendicular a su velocidad que viene dada por la ley de Lorentz. $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$, con lo que el electrón describiría una trayectoria circular.
Si queremos que mantenga su velocidad constante, siguiendo una trayectoria rectilínea, debemos aplicar un campo eléctrico de forma que la partícula se mantenga en equilibrio (la fuerza eléctrica debe compensar a la magnética.

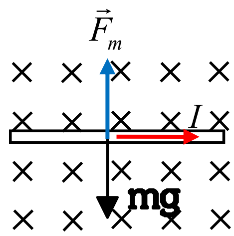
$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 \rightarrow q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = 0 \rightarrow q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = 0 \rightarrow \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{E} = - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 10^4 \, \vec{j} \; N \cdot C^{-1}$$

8.- Un alambre homogéneo de 50 cm de longitud y 10 g de masa se encuentra "sumergido" en un campo magnético de 0,2 T, como indica la figura. Determinar la magnitud y dirección de la intensidad de corriente que deberá circular para que se mantenga en equilibrio y no caiga por acción de su propio peso.
(considere g = 10 m s^{-2})



El alambre sufre la acción de la gravedad. Para que se mantenga en equilibrio, debe actuar otra fuerza sobre el cable del mismo valor y dirección, pero en sentido contrario, de forma que la fuerza total sea nula (1ª ley de Newton).



Esta fuerza la aplica el campo magnético si por el cable circula corriente eléctrica (el campo magnético actúa sobre cargas eléctricas en movimiento). La fuerza magnética que actúa sobre una corriente rectilínea viene dada por la ley de Laplace:

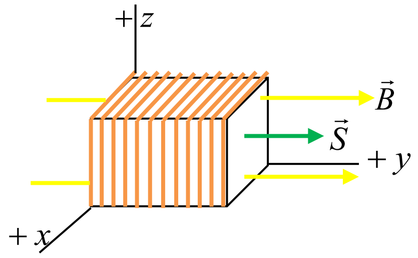
$\vec{F}_m = I \cdot \vec{L} \wedge \vec{B}$ donde el sentido de $\vec{L}$ viene dado por el de la intensidad de corriente I.

Aplicando la regla de la mano derecha, vemos que, para que la fuerza magnética vaya hacia arriba, el sentido de la corriente debe ser de izquierda a derecha, como indica el dibujo. Y su valor debe hacer que la fuerza magnética iguale a la gravitatoria.

$$F_m = F_g \rightarrow I \cdot L \cdot B \cdot sen 90^o = m \cdot g \rightarrow I = \frac{m \cdot g}{L \cdot B} = 1 \, A$$

12.- Una bobina de 100 espiras cuadradas de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo:
$B = 2\ t^2$ T.
a) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.
b) Represente gráficamente la f.e.m. inducida en función del tiempo y calcule su valor para t = 4 s.

a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).
Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:
$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = ... = B \cdot S \cdot \cos\alpha$ considerando el campo B uniforme y el circuito plano.



α es el ángulo que forma el vector superficie $\vec{S}$ (perpendicular al plano de la espira) con el campo $\vec{B}$.
La superficie total encerrada por la bobina: $S_T = N \cdot S_1 = N \cdot L^2 = 100 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^2 = 0{,}25\ m^2$
Y el vector superficie será, según el esquema: $\vec{S}_T = 0{,}25\ \vec{j}\ m^2$
El campo magnético varía con el tiempo en la forma $\vec{B} = 2 \cdot t^2\ \vec{j}\ T$
Los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo $\alpha = 0º$.

El flujo magnético que atraviesa la espira será
$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 2 \cdot t^2 \cdot 0{,}25 \cdot \cos 0\ Wb = 0{,}5 \cdot t^2\ Wb$

b) La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

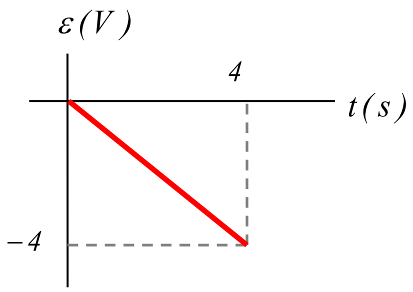
"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}$

En este caso se produce corriente eléctrica inducida en el circuito ya que el campo magnético es variable.

Así, $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt} = -\dfrac{d\left[0{,}5 \cdot t^2\right]}{dt} = -2 \cdot 0{,}5 \cdot t\ = -t\ \ (V)$

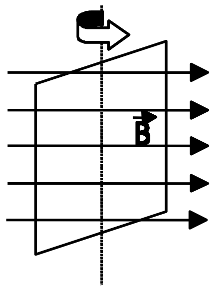
Representación gráfica:



Para t = 0 s → ε = 0 V.

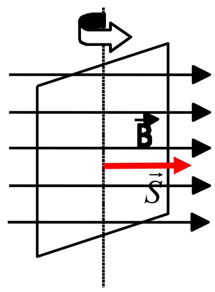
Para t = 4 s → ε = - 4 V.

13.- Hacemos girar una espira cuadrada de 0,5 m de lado con una velocidad angular de 200 rad/s en el interior de un campo magnético uniforme de 0,8 T tal y como se indica en la figura. Calcula la f.e.m. inducida en el circuito y representarla gráficamente. (Considerar que inicialmente el ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{S}$ es cero)



a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).

Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:



$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = ... = B \cdot S \cdot \cos\alpha$ considerando el campo B uniforme y el circuito plano.

α es el ángulo que forma el vector superficie $\vec{S}$ (perpendicular al plano de la espira) con el campo $\vec{B}$. Inicialmente es cero (dibujo), pero cambia con el tiempo, ya que la espira describe un movimiento circular uniforme, con una velocidad angular de 200 rad/s

De este modo $\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t = 0 + 200 \cdot t = 200 \cdot t \ (rad)$

El flujo magnético que atraviesa la espira será

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot L^2 \cdot \cos(200 \cdot t) = 0{,}2 \cdot \cos(200 \cdot t) \ Wb$$

(datos: B = 0,8 T, S = L^2 = 0,25 m^2)

La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}$

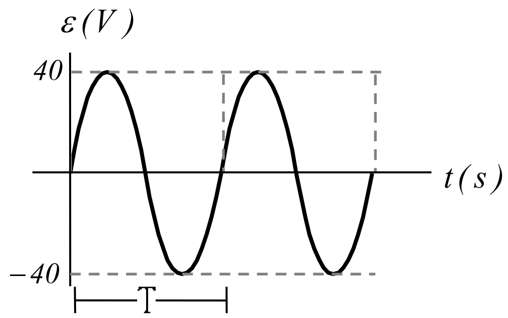
Así, $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt} = -\dfrac{d[0{,}2 \cdot \cos(200 \cdot t)]}{dt} = 0{,}2 \cdot 200 \cdot sen(200 \cdot t) \ V = 40 \cdot sen(200 \cdot t) \ V$

<u>Representación gráfica:</u>

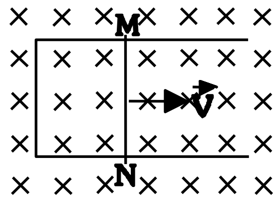
La función es una sinusoide.
Amplitud: *40 V.*
Periodo:

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 3{,}14 \cdot 10^{-2} \ s$

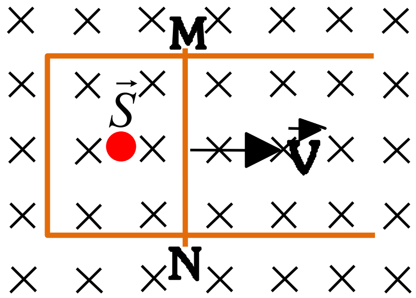
Para t = 0 s → ε = 0 V.



15.- Una espira rectangular está formada por un lado móvil MN que se mueve por dos raíles como se indica en el dibujo con v = 1 m/s. Dicha espira sufre un campo magnético perpendicular a ella B = 5 T.
Si MN = 10 cm. ¿Qué f.e.m. se produce? ¿Qué sentido tiene?
(Nota: la superficie de la espira viene dada por S = b · h, con h=10 cm y b = v · t)



a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).
Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:
$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = ... = B \cdot S \cdot \cos\alpha$ considerando el campo B uniforme y el circuito plano.



α es el ángulo que forma el vector superficie $\vec{S}$ (perpendicular al plano del circuito, ver dibujo) con el campo $\vec{B}$.
La superficie del circuito es un rectángulo cuya área va aumentando con el tiempo, al moverse el lado MN. La superficie será $S = b \cdot h = v \cdot t \cdot h = 0{,}1 \cdot t\ (m^2)$

Y el vector superficie será, según hemos escogido en el esquema: $\vec{S} = 0{,}1 \cdot t\ \vec{k}\ m^2$

El campo magnético es constante $\vec{B} = -5\ \vec{k}\ T$

Los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo $\alpha = 180º$.

El flujo magnético que atraviesa la espira será

$$\phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 5 \cdot 0{,}1 \cdot t \cdot \cos 180º = -0{,}5 \cdot t\ Wb$$

La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz

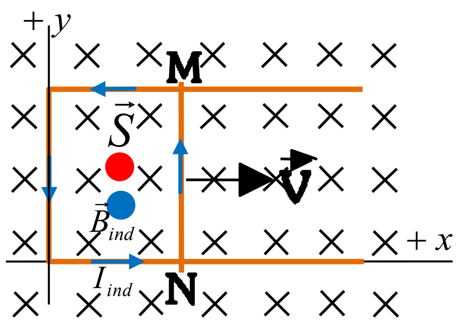
"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda $$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

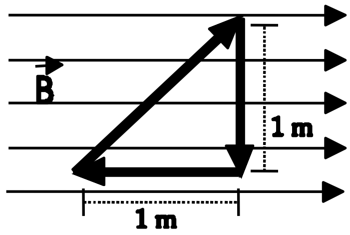
En este caso se produce corriente eléctrica inducida en el circuito ya que varía el área (S) atravesada por el campo magnético.

Así, $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt} = -\dfrac{d[-0{,}5 \cdot t]}{dt} = 0{,}5\ V$

Obtenemos una fem positiva. Esto significa que el sentido de la corriente inducida es tal que coincide con el que nos indica el vector superficie (si aplicamos la regla de la mano derecha girando en el sentido de la corriente, el pulgar coincide con el sentido del vector superficie). Por tanto, se produce una corriente en sentido antihorario.



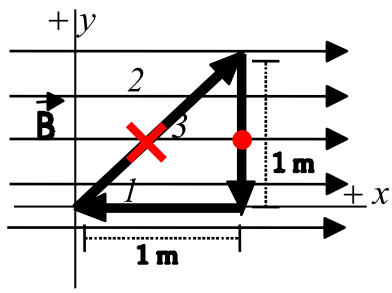
(Explicado de otra forma: La corriente inducida genera un campo magnético inducido que se opone a la variación de flujo en el circuito. En este circuito tenemos un flujo magnético en el sentido negativo del eje z que está aumentando. En oposición a este aumento, la corriente debe generar un campo magnético en el sentido positivo del eje z y, por lo tanto, debe circular en sentido antihorario (dibujo).



18.- En la figura está representado un campo magnético uniforme B = 0,5 T y una espira de forma triangular.
Calcular:
a) Módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre cada uno de los lados del circuito, cuando por él circula una corriente de 10 A, en el sentido indicado por la figura.
b) ¿Cuál es la fuerza total sobre el circuito?

a) consideramos que el circuito está formado por tres conductores rectilíneos.
La fuerza magnética que actúa sobre una corriente rectilínea viene dada por la ley de Laplace:
$\vec{F}_m = I \cdot \vec{L} \wedge \vec{B}$ donde el sentido de $\vec{L}$ viene dado por el de la intensidad de corriente *I*.
Aplicamos esta ley a cada conductor.

1: El cable es paralelo al campo magnético, por lo que el producto vectorial $\vec{L} \wedge \vec{B}$ será nulo. El campo no ejerce fuerza sobre ese tramo del circuito.



2: El cable forma 45º con el campo. El módulo de la fuerza será

$$F_{m2} = I \cdot L_2 \cdot B \cdot sen45^o = 10A \cdot \sqrt{2}m \cdot 0{,}5T \cdot 0{,}707 = 5\ N$$

Su dirección será la del eje z (perpendicular al cable y al campo).
El sentido (negativo del eje z, indicado en el dibujo con un aspa) se obtiene aplicando la regla de la mano derecha al girar el vector $\vec{L}$ sobre el campo.
Por tanto: $\vec{F}_{m2} = -5\,\vec{k}\ N$

3. El cable forma 90º con el campo. El módulo de la fuerza será

$$F_{m3} = I \cdot L_3 \cdot B \cdot sen90^o = 10A \cdot 1m \cdot 0{,}5T \cdot 1 = 5\ N$$

Su dirección será la del eje z (perpendicular al cable y al campo).
El sentido (positivo del eje z, indicado en el dibujo con un punto) se obtiene aplicando la regla de la mano derecha al girar el vector $\vec{L}$ sobre el campo.
Por tanto: $\vec{F}_{m3} = 5\,\vec{k}\ N$

b) La fuerza total que actúa sobre el circuito es nula $\vec{F}_{tot} = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_{m1} + \vec{F}_{m2} + \vec{F}_{m3} = 0 - 5\,\vec{k} + 5\,\vec{k} = 0\ N$

La fuerza total es cero, pero eso no significa que la espira quede en reposo. Ambas fuerza están aplicadas en puntos diferentes, y harán que el momento total de fuerzas no sea nulo (se produce lo que se denomina “un par de fuerzas”), que hace que la espira gire hasta colocarse perpendicular al campo magnético.