

ALGUNOS EJERCICIOS RESUELTOS DEL TEMA 1. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

(Del boletín de problemas)

Momento Angular

16.- Una partícula de masa 2 kg, y cuya posición respecto al origen en un determinado instante viene dada por

$\vec{r} = 3\vec{i} + \vec{j}$ (m), se mueve en ese mismo instante con una velocidad $\vec{v} = 2\vec{i}$ (m/s). Calcular:

- Cantidad de movimiento de la partícula.
- Momento angular respecto al origen.
- Repetir el problema si $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ m/s.

a) La cantidad de movimiento de la partícula indica la intensidad con la que un cuerpo se desplaza. Se calcula con la expresión $\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 2 \text{ kg} \cdot 2 \vec{i} \text{ m s}^{-1} = 4 \vec{i} \text{ kg m s}^{-1}$

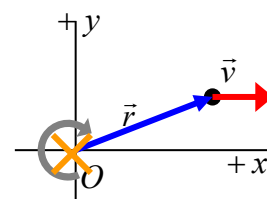
b) El momento angular respecto a un punto (el punto origen O en este caso) indica la tendencia a girar del cuerpo (o de su vector de posición) respecto al punto O. Su expresión es

$$\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v} = (3\vec{i} + \vec{j})m \wedge (2\vec{i})m \text{ s}^{-1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -4 \vec{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

c) En el caso de que la velocidad sea $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ m/s, las operaciones quedarán

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 2 \text{ kg} \cdot (\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \text{ m s}^{-1} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k} \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v} = (3\vec{i} + \vec{j})m \wedge (\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})m \text{ s}^{-1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 6\vec{i} - 18\vec{j} - 14\vec{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$



18.- Un LP de vinilo (de 30 cm de diámetro) gira en sentido horario a 33 rpm. Una mosca se posa en el extremo del disco, y da vueltas al mismo ritmo. Calcular el momento angular de la mosca respecto al centro del disco, suponiendo que su masa es de 0,05 g. ($\vec{L}_O = -3,89 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$)

Datos: $R = D/2 = 0,15 \text{ m}$;

$$\omega = 33 \text{ rpm} = 33 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 3,46 \text{ rad s}^{-1}$$

$$v = \omega \cdot R = 3,46 \text{ rad s}^{-1} \cdot 0,15 \text{ m} = 0,519 \text{ m/s}$$

El momento angular de una partícula nos indica la tendencia a girar de la misma respecto al punto de referencia O que hayamos escogido. Viene dado por la expresión $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v}$.

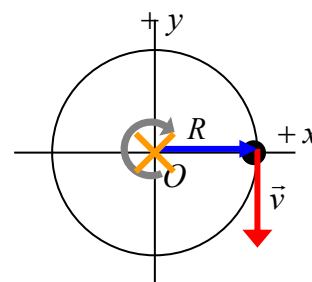
En este problema calcularemos por separado módulo, dirección y sentido del vector.

$$\text{Módulo: } L_O = r \cdot m \cdot v \cdot \sin\alpha = 0,15 \text{ m} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot 0,519 \text{ m s}^{-1} \cdot \sin 90^\circ = 3,89 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

Dirección: $\vec{L}_O$ es perpendicular tanto a $\vec{r}$ como a $\vec{v}$. $\rightarrow$ Va en el eje z (dibujo)

Sentido: Regla de la mano derecha (dibujo) $\rightarrow$ Sentido negativo del eje z.

Por lo tanto, el vector momento angular será $\vec{L}_O = -3,89 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$



CUESTIONES TEÓRICAS

1. Dibuje la dirección y sentido del momento angular respecto al origen en las situaciones siguientes.

(Vector de posición en azul. Vector momento angular en rojo)

