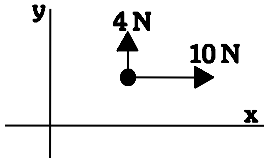
ALGUNOS EJERCICIOS RESUELTOS DEL TEMA 1. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA
(Del boletín de problemas)

Dinámica de la partícula. Leyes de Newton:



1. La partícula de la figura, de 2 kg, se encuentra inicialmente en reposo en el punto (4,3) m, y sufre únicamente las fuerzas indicadas. Calcular la aceleración que sufre dicha partícula, así como la velocidad que tendrá al cabo de 5 s.

Sol: ($\vec{a} = 5\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ m/s^2 ; $\vec{v} = 25\,\vec{i} + 10\,\vec{j}$ m/s)

Para calcular la aceleración, aplicamos la 2ª ley de Newton: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \;\rightarrow\; \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$

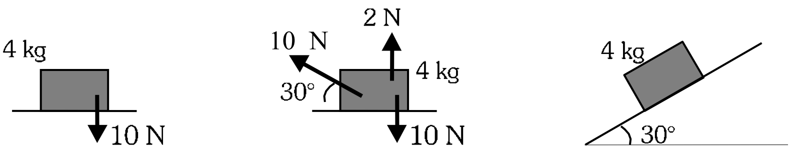
$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 10\,\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}\;N$ $\qquad$ $\vec{a} = \frac{10\,\vec{\imath}+4\vec{\jmath}\;N}{2\;kg} = 5\,\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\;m\,s^{-2}$

La aceleración es constante, por lo que el movimiento será uniformemente acelerado (MUA)
Parte del reposo ($\vec{v}_0 = 0$)
La ecuación de la velocidad $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t = 0 + (5\,\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}) \cdot t \;\rightarrow\; \vec{v} = 5 \cdot t\;\vec{\imath} + 2 \cdot t\,\vec{\jmath}\;m$
Para t = 5 s $\quad \vec{v} = 25\;\vec{\imath} + 10\,\vec{\jmath}\;m$

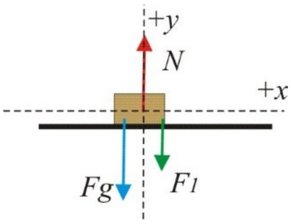
(Nota: La posición del móvil es irrelevante para calcular la velocidad o la aceleración)

3. Calcular la reacción normal del plano en las siguientes situaciones.

Sol: (*49,2 N , 42,2 N , 33,95 N*)

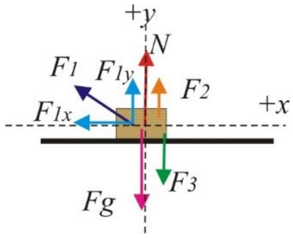


La fuerza normal compensa todas las fuerzas perpendiculares al plano (siempre que exista contacto)



$F_g = m \cdot g = 39{,}2$ N , $F_1 = 10$ N

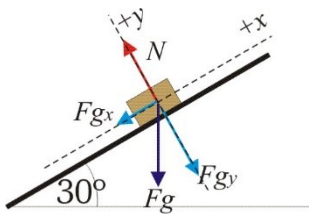
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - F_g - F_1 = 0 \rightarrow N = F_g + F_1 = 49{,}2$ N



$F_g = m \cdot g = 39{,}2$ N , $F_1 = 10$ N ($F_{1x} = F_1 \cdot \cos 30º = 8{,}66$ N , $F_{1y} = F_1 \cdot \text{sen}30º = 5$ N)

$F_2 = 2$ N , $F_3 = 10$ N

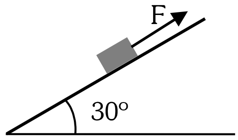
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N + F_{1y} + F_2 - F_g - F_3 = 0 \rightarrow N = F_g + F_3 - F_{1y} - F_2 = 42{,}2$, N



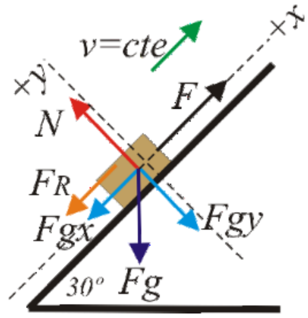
$F_g = m \cdot g = 39{,}2$ N $\qquad F_{gx} = m \cdot g \cdot \text{sen}30º = 19{,}6$ N
$\qquad F_{gy} = m \cdot g \cdot \cos 30º = 33{,}95$ N

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - F_{gy} = 0 \rightarrow N = F_{gy} = 33{,}95$ N

7.- Calcular F para que un cuerpo de 4 kg ascienda con velocidad constante, teniendo en cuenta que μ = 0,4. (g = 9,8 N/kg)



b) El cuerpo asciende con velocidad constante. Según la primera ley de Newton, $\sum \vec{F} = 0$
Calculamos las fuerzas que actúan



Fg = m·g = 39,2 N Fgx = m·g·sen30º = 19,6 N
Fgy = m·g·cos30º = 33,95 N

Planteamos la primera ley de Newton: $\sum \vec{F} = 0$ → ΣFx = 0, ΣFy = 0

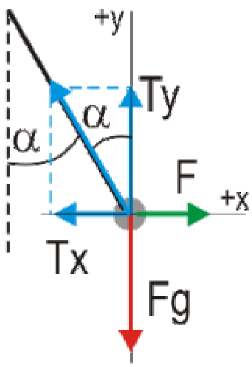
Eje y) N – Fgy = 0 → N = Fgy = 33,95 N

La fuerza de rozamiento será F_R = μ·N = 13,58 N

Eje x) F – Fgx – F_R = 0 → F – 19,6 N – 13,58 N = 0 → F = 33,18 N

8. Una farola de 5 kg cuelga de un cable. Sopla un fuerte viento en dirección horizontal que aplica una fuerza constante de 20 N sobre la farola. Calcule razonadamente el ángulo que forma el cable con la vertical en la situación de equilibrio. (g = 9,8 N/kg) *Sol:(22,2º)*

La farola, bajo la acción de las fuerzas aplicadas, está en equilibrio, por lo que aplicamos la primera ley de Newton, $\sum \vec{F} = 0$. Dibujamos un esquema con las fuerzas que actúan.



Fg = m·g = 49 N F = 20 N

Tx = T·senα Ty = T ·cosα

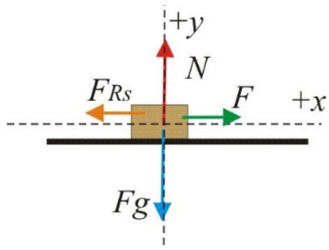
Planteamos la primera ley de Newton: $\sum \vec{F} = 0$ → ΣFx = 0, ΣFy = 0

Eje y) Ty – Fg = 0 → T ·cosα = m·g

Eje x) F – Tx = 0 → T ·senα = F

$$tg\alpha = \frac{F}{mg} = 0{,}408 \rightarrow \alpha = 22{,}2º$$

10. Empujamos horizontalmente un bloque de 50 kg sobre una superficie rugosa. Se observa que, para empujes pequeños, el bloque no se mueve. Si queremos mover el bloque, debemos realizar una fuerza superior a 245 N. Calcular a partir de estos datos el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. *Sol:* (μ_s= 0,5)



El problema nos plantea una situación estática. El cuerpo no desliza a pesar de la fuerza aplicada porque la fuerza de rozamiento estático compensa el valor de F, haciendo que la resultante sea cero.
Comienza a moverse a partir de una fuerza aplicada de 245 N. Esa es la fuerza estática máxima que el suelo puede ejercer sin que deslice.

Valores de las fuerzas: Fg = m·g = 490 N $F_R$smáx = 245 N

Eje y) N – Fg = 0 → N = Fg = 490 N

Eje x) $F - F_R smáx = 0$ → $F_R smáx = F = 245\ N$

Sabemos que la fuerza de rozamiento estática máxima viene dada por $F_R smáx = \mu_S \cdot N$

Así $\mu_S = \frac{F_{Rsmáx}}{N} = \frac{245\ N}{490\ N} = 0{,}5$ Ese es el valor del coeficiente estático de rozamiento

12.- Una persona se encuentra sobre una báscula en el interior de un ascensor. Con el ascensor quieto la báscula marca 686 N. Calcular cuánto marcará si:

a) El ascensor sube con una velocidad constante de 5 m/s.

b) El ascensor sube con una aceleración constante de 2 m/s^2

c) El ascensor baja con una aceleración constante de 2 m/s^2

d) La cuerda del ascensor se parte y éste cae en caída libre.

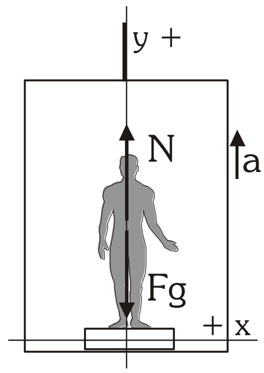


Diagrama de fuerzas. Sobre la persona de la figura, que está sobre la báscula, actúan únicamente dos fuerzas, ya esté en reposo o en movimiento: la fuerza gravitatoria, Fg, y la fuerza normal N debida al contacto con la báscula. Esta fuerza normal, que es igual (por la 3ª ley de Newton) a la que hace la persona sobre la báscula, es el "peso aparente" que marcará la báscula. Dependiendo del valor de estas dos fuerzas, la persona tendrá un tipo de movimiento u otro.

Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento de la persona: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Sólo hay fuerzas en dirección vertical (y) $N - Fg = m \cdot a \rightarrow N - m \cdot g = m \cdot a$

Con lo que la fuerza que indica la báscula será $N = m \cdot g + m \cdot a$

Vemos que el valor que indique la báscula no será sólo el peso. Depende también de la aceleración que lleve el ascensor (el sistema de referencia).

Estudiamos los diferentes casos:

Con el ascensor en reposo (sería un sistema de referencia inercial): $a = 0 \rightarrow N = m \cdot g$

La báscula marca el peso de la persona. De aquí podemos extraer la masa de la persona. Considerando g = 9,8 N/kg

686 N = m · 9,8 N/kg → *m = 70 kg*

a) *v = cte = 5 m/s* $\rightarrow a = 0 \rightarrow N = m \cdot g$ Igualmente, marca el peso de la persona. *N = 686 N*

Es lógico que en ambos casos midamos las mismas fuerzas, ya que los dos sistemas de referencia (en reposo o con movimiento uniforme) son inerciales. No existe forma posible de que la persona que está dentro del ascensor distinga si está en reposo o en movimiento uniforme.

(Nota: Esta equivalencia entre sistemas de referencia inerciales, llevada al extremo a la hora de medir la velocidad de la luz, llevó a Albert Einstein en 1905 a formular su principio de Relatividad Especial)

b) Ahora el movimiento es acelerado, con a = 2 m/s^2. La báscula marcará

$N = m \cdot g + m \cdot a = 686\ N + 70\ kg \cdot 2\ ms^{-2} = 826\ N$

La persona nota como si "pesara más", como si hubiera una "gravedad adicional", que tirara más de él hacia el suelo. En realidad su peso es el mismo. Es el ascensor (sistema no inercial ahora) el que se mueve con aceleración. Esta gravedad adicional es una *fuerza ficticia* o *fuerza de inercia*, que en realidad no existe, pero que el observador que está en el ascensor (que no sabe que se mueve) tiene que inventarse para explicar el aparente "aumento de peso". Esto ocurre en todos los sistema de referencia no inerciales.

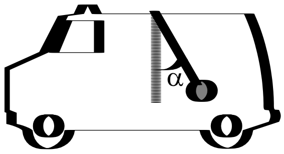
c) Este caso es similar al apartado b), sólo que ahora la aceleración es negativa a = - 2 m/s^2. La báscula marcará

$N = m \cdot g + m \cdot a = 686\ N + 70\ kg \cdot (-2)\ ms^{-2} = 546\ N$

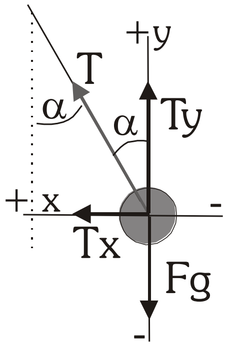
Ahora la persona nota como si "pesara menos", como si hubiera "perdido gravedad", o hubiera una fuerza adicional tirando de ella hacia arriba. Pero no hay nadie que aplique esa fuerza.

d) Este es el caso extremo. Al ser una caída libre, la aceleración del ascensor, y de la persona, coincide con la gravedad. a = g = - 9,8 m/s^2. Así $N = m \cdot g + m \cdot a = 686\ N + 70\ kg \cdot (-9{,}8)\ ms^{-2} = 0\ N$

La báscula no marca nada. La normal es cero. Esto quiere decir que la persona ha perdido el contacto con la báscula, y queda flotando dentro del ascensor. Esto es natural, ya que cae al mismo ritmo que el suelo, el techo y las paredes del ascensor. Parece que hubiera perdido completamente su peso.
(Nota: Esta equivalencia entre ingravidez y caída libre, puede plantearse a la inversa, como la equivalencia entre sufrir la gravedad o encontrarse dentro de un sistema de referencia acelerado. Fue nuevamente Einstein, en 1916, el que formuló a partir de ahí el Principio de Relatividad General, que revolucionó completamente la Física. La idea estaba ahí, pero hacía falta un genio con pensamiento propio para desarrollarla.)



13.- Una furgoneta transporta en su interior un péndulo que cuelga del techo. Calcular el ángulo que forma el péndulo con la vertical en función de la aceleración de la furgoneta.



La furgoneta, que se mueve con aceleración, constituye un sistema de referencia no inercial. Un observador situado en su interior ve que el péndulo se desvía de la vertical, como si algo estuviera tirando de él hacia atrás. Sabemos que en realidad esto no sucede. Es la furgoneta la que acelera, mientras que la bola del péndulo tiene tendencia a continuar en reposo.

Diagrama de fuerzas: En la figura. Actúan sobre el péndulo la tensión de la cuerda (T) y la fuerza gravitatoria (Fg = m·g)
Descomponemos la Tensión en sus componentes x e y: $Tx = T \cdot sen\alpha \quad Ty = T \cdot cos\,\alpha$

Aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del péndulo: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Sólo hay movimiento (aceleración) en el eje x.

Eje x: $Tx = m \cdot a \quad \rightarrow \quad T \cdot sen\alpha = m \cdot a$
Eje y: $Ty - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad T \cdot cos\,\alpha = m \cdot g$

Dividiendo ambas ecuaciones obtenemos $tg\alpha = \frac{a}{g} \quad \rightarrow \quad \alpha = artg\left(\frac{a}{g}\right)$ Es la expresión que buscábamos.

Estudiamos un poco esta expresión:
- Cuando a = 0 (la furgoneta en reposo o movimiento uniforme, sería un sistema inercial), $\alpha = 0$, el péndulo estaría vertical. Este resultado es totalmente lógico.
- Al aumentar la aceleración, también aumenta el ángulo.
- Si quisiéramos que el péndulo formara 90º con la vertical, esto es, que estuviera horizontal:
  $tg90^o = \frac{a}{g}$ Pero $tg90^o \rightarrow \infty$, con lo que la aceleración necesaria también sería infinita. Es completamente imposible este caso extremo.

15. Una persona de 60 kg corre a 10 m/s, tras una vagoneta de 200 kg que se desplaza a 7 m/s. Cuando alcanza a la vagoneta, salta encima, continuando los dos juntos el movimiento. Calcular con qué velocidad se mueven tras subirse encima. *Sol:* ($\vec{v} = 7{,}7\ \vec{i}$ *m/s*)

Aplicamos la conservación de la cantidad de movimiento al conjunto persona-vagoneta

$$\Sigma\vec{p}_i = \Sigma\vec{p}_f \rightarrow \ m_1 \cdot \vec{v}_{1i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2f}$$

Al final, ambos e mueven a la misma velocidad.
1. persona: m_1 = 60 kg, $\vec{v}_{1i} = 10\,\vec{\imath}\,ms^{-1}$, $\vec{v}_{1f} = \vec{v}_f$
2. vagoneta: m_1 = 200 kg, $\vec{v}_{2i} = 7\,\vec{\imath}\,ms^{-1}$, $\vec{v}_{2f} = \vec{v}_f$

$$60 \cdot 10\,\vec{\imath} + 200 \cdot 7\,\vec{\imath} = 260 \cdot \vec{v}_f \ \rightarrow \ \ \vec{v}_f = 7{,}7\ \vec{\imath}\,ms^{-1}$$