

- Debe responder a las 3 cuestiones, que constan de dos apartados cada una.
- Puntuación: 2,5 pts cada cuestión. (1 punto el apartado a) de cada cuestión, 1,5 pts el apartado b) de cada cuestión). Se puntúa sobre un total de 7,5 pts, calculándose luego la proporción sobre 10 pts. (Calificación = $10 \cdot \text{Puntuación} / 7,5$)
- Puede responder las cuestiones en el orden que desee, siempre que los apartados a y b de la misma cuestión estén juntos y ordenados.
- Escriba el nombre en todo los folios y numérelas.
- Duración de la prueba: 1 hora.

1.

- a) Explique qué se entiende por fuerza conservativa y por energía potencial. ¿Qué relación existe entre ambos conceptos?
- b) Un resorte de $K = 500 \text{ N/m}$, horizontal y fijo por un extremo, está comprimido 40 cm. En contacto con el otro extremo se encuentra un cuerpo de 2 kg. Al soltar el resorte, el cuerpo sale despedido y a continuación sube por una rampa inclinada 30° con la horizontal. Despreciando el rozamiento, calcule razonadamente: i) El trabajo realizado por la fuerza elástica. ii) La distancia que el bloque sube por la rampa.

2.

- a) Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas, una conservativa, y otra no conservativa. La primera realiza un trabajo de -30 J, y la segunda un trabajo de 20 J. Razone qué conclusiones podemos extraer sobre los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.
- b) Un bloque de 10 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal cuyo coeficiente de rozamiento es 0,3. Se tira del cuerpo aplicando una fuerza de 50 N que forma 30° con la horizontal, durante un desplazamiento de 2 m. Calcule razonadamente, usando conceptos energéticos: i) Velocidad que adquiere el bloque, ii) Energía disipada durante el desplazamiento.

3.

- a) i) ¿Qué establece el principio de conservación del momento angular?
ii) ¿Puede aplicarse dicho principio en el caso del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra? ¿Por qué?
- b) Una partícula de 3 kg de masa que se encuentra en el punto (2, -2) m, moviéndose con una velocidad de $4 \vec{j} \text{ ms}^{-1}$, sufre una fuerza de $-5 \vec{i} \text{ N}$. Calcule:
i) Momento angular de la partícula respecto al origen O.
ii) Momento de fuerzas ejercido sobre la partícula respecto al origen O.

1.

a) Explique qué se entiende por fuerza conservativa y por energía potencial. ¿Qué relación existe entre ambos conceptos?

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza en un desplazamiento entre dos puntos no depende del camino seguido, sólo de los puntos inicial y final.

También puede definirse como aquella fuerza tal que el trabajo realizado a lo largo de cualquier camino cerrado es nulo.

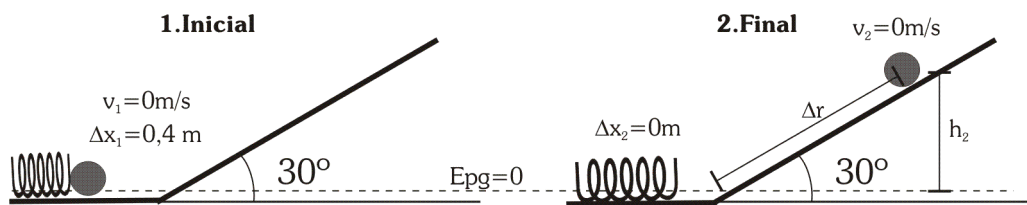
La energía potencial es la energía almacenada debido a la acción de una fuerza conservativa (energía asociada a una fuerza conservativa).

Relación entre ambos conceptos. El trabajo realizado por una fuerza conservativa hace variar la energía potencial $W_{FC} = -\Delta E_p$

Si la fuerza realiza un trabajo positivo, es a costa de una disminución en la E_p almacenada.

Si la fuerza realiza un trabajo negativo, la E_p aumenta.

b) Un resorte de $K = 500 \text{ N/m}$, horizontal y fijo por un extremo, está comprimido 40 cm. En contacto con el otro extremo se encuentra un cuerpo de 2 kg. Al soltar el resorte, el cuerpo sale despedido y a continuación sube por una rampa inclinada 30° con la horizontal. Despreciando el rozamiento, calcule razonadamente: i) El trabajo realizado por la fuerza elástica. ii) La distancia que el bloque sube por la rampa.



i) Al descomprimirse el muelle, la fuerza elástica realiza un trabajo positivo. Como la fuerza elástica es conservativa, calculamos el trabajo realizado mediante la variación de la energía potencial elástica

$$W_{Fel} = -\Delta E_{pel} = -(E_{pel2} - E_{pel1}) = E_{pel1} - E_{pel2} = \frac{1}{2}K\Delta x_1^2 - \frac{1}{2}K\Delta x_2^2$$

Sustituimos: $K = 500 \text{ N/m}$, $\Delta x_1 = 0,4 \text{ m}$, $\Delta x_2 = 0 \text{ m}$ $W_{Fel} = 40 \text{ J}$

IMPORTANTE: La fuerza elástica no es constante. Varía al comprimirse o descomprimirse el muelle. Por lo tanto, NO podemos calcular el trabajo que realiza usando $W_F = F \Delta r \cos \alpha$

ii) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica $\Delta E_M = W_{FNC}$

Fuerzas que actúan: Elástica: Es conservativa. Gravitatoria: Conservativa. Normal: No conservativa.

Al no haber rozamiento, la única fuerza no conservativa que actúa es la normal, que no realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento. Por lo tanto, la energía mecánica se mantiene constante $E_{M2} = E_{M1}$

Situación inicial: muelle comprimido, cuerpo en reposo, altura = 0.

$$E_{M1} = E_{c1} + E_{pel1} + E_{pg1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}K\Delta x_1^2 + m g h_1 = 0 + \frac{1}{2}K\Delta x_1^2 + 0$$

Situación final: muelle descomprimido, cuerpo en reposo, altura máxima.

$$E_{M2} = E_{c2} + E_{pel2} + E_{pg2} = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}K\Delta x_2^2 + m g h_2 = 0 + 0 + m g h_2$$

$$\frac{1}{2}K\Delta x_1^2 = m g h_2 \quad \rightarrow \quad h_2 = \frac{K\Delta x_1^2}{2 m g} = 2,04 \text{ m}$$

La distancia recorrida por la rampa: $\Delta r = \frac{h_2}{\text{sen}30^\circ} = 4,08 \text{ m}$

2.

a) Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas, una conservativa, y otra no conservativa. La primera realiza un trabajo de -30 J , y la segunda un trabajo de 20 J . Razone qué conclusiones podemos extraer sobre los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.

Aplicando las relaciones entre el trabajo realizado por las fuerzas y la variación de las energías:

$$\Delta E_p = -W_{FC} = -(-30 \text{ J}) = 30 \text{ J} \quad \text{La energía potencial aumenta en } 30 \text{ J}$$

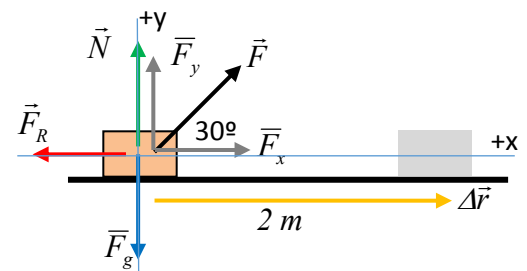
$$\Delta E_M = W_{FNC} = 20 \text{ J} \quad \text{La energía mecánica aumenta en } 20 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = W_{TOT} = -30 \text{ J} + 20 \text{ J} = -10 \text{ J} \quad \text{La energía cinética disminuye en } 10 \text{ J}$$

b) Un bloque de 10 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal cuyo coeficiente de rozamiento es $0,3$. Se tira del cuerpo aplicando una fuerza de 50 N que forma 30° con la horizontal, durante un desplazamiento de 2 m . Calcule razonadamente, usando conceptos energéticos:

i) Velocidad que adquiere el bloque, ii) Energía disipada durante el desplazamiento.

i) En primer lugar, calculamos las fuerzas que actúan y el trabajo que realiza cada una.



$F_g = m g = 98 \text{ N}$ Conservativa. No realiza trabajo, ya que es perpendicular al desplazamiento.

$$F = 50 \text{ N} \quad \begin{cases} F_x = F \cos 30^\circ = 43,3 \text{ N} & \text{No Conservativa} \\ F_y = F \sin 30^\circ = 25 \text{ N} & W_F = F \Delta r \cos 30^\circ = 50 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 86,6 \text{ J} \end{cases}$$

$N = F_g - F_y = 98 \text{ N} - 25 \text{ N} = 73 \text{ N}$ No conservativa. No realiza trabajo (perpendicular a Δr)

$$F_R = \mu N = 21,9 \text{ N} \quad \text{No conservativa. Realiza trabajo negativo} \\ W_{FR} = F_R \Delta r \cos 180^\circ = -21,9 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = -43,8 \text{ J}$$

Podemos calcular la velocidad final de bloque de varias formas, usando siempre conceptos energéticos:

Aplicando el teorema trabajo-energía cinética: $\Delta E_c = W_{TOT}$

$$\Delta E_c = W_{TOT} \rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = W_F + W_{F_g} + W_N + W_{FR} = 86,6 \text{ J} + 0 + 0 - 43,8 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = 42,8 \text{ J} \quad \rightarrow \quad v_2 = 2,93 \text{ m s}^{-1}$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica: $\Delta E_M = W_{FNC}$

Situación inicial: Bloque en reposo ($v_1 = 0 \text{ m/s}$), $h_1 = 0 \text{ m}$. $E_{M1} = E_{c1} + E_{p_{g1}} = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = 0$

Situación final: Bloque en movimiento ($v_2 = ?$), $h_2 = 0 \text{ m}$. $E_{M2} = E_{c2} + E_{p_{g2}} = \frac{1}{2} m v_2^2 + 0$

$$W_{FNC} = W_F + W_N + W_{FR} = 86,6 \text{ J} + 0 - 43,8 \text{ J} = 42,8 \text{ J}$$

$$\text{Así: } E_{M2} - E_{M1} = W_{FNC} \rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = 42,8 \text{ J} \rightarrow v_2 = 2,93 \text{ m s}^{-1}$$

ii) La energía disipada (energía transferida al medio en forma de calor), es igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

$$W_{FR} = \vec{F}_R \cdot \Delta \vec{r} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -F_R \cdot \Delta r = -21,9 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = -43,8 \text{ J}$$

Se disipan $43,8 \text{ J}$ en forma de calor.

3.

a) i) ¿Qué establece el principio de conservación del momento angular?

ii) ¿Puede aplicarse dicho principio en el caso del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra?
¿Por qué?

i) El principio de conservación del momento angular establece que el momento angular (la tendencia a girar) se mantendrá constante si la suma de los momentos de las fuerzas aplicadas es igual a cero,

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \Sigma \vec{M}_O \quad \text{Si } \Sigma \vec{M}_O = 0 \rightarrow \vec{L}_O = cte$$

ii) El movimiento de la Luna está regido únicamente por la acción de la fuerza gravitatoria. Es una fuerza central, que es paralela al radio de la órbita (vector de posición). Por lo tanto, el momento que ejerce la fuerza gravitatoria es nulo, y el momento angular de la Luna alrededor de la Tierra se mantiene constante. En conclusión, sí puede aplicarse el principio de conservación del momento angular al movimiento orbital de la Luna.

b) Una partícula de 3 kg de masa que se encuentra en el punto (2, -2) m, moviéndose con una velocidad de $4 \vec{j} \text{ ms}^{-1}$, sufre una fuerza de $-5 \vec{i} \text{ N}$. Calcule:

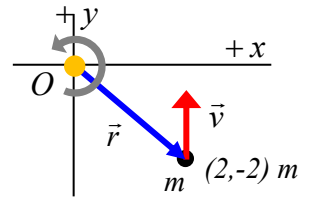
i) Momento angular de la partícula respecto al origen O.

ii) Momento de fuerzas ejercido sobre la partícula respecto al origen O.

i) El momento angular de la partícula viene dado por la expresión $\vec{L}_O = \vec{r} \times \vec{p}$

$$\vec{r} = 2 \vec{i} - 2 \vec{j} \text{ m} \quad \vec{p} = m \cdot \vec{v} = 3 \text{ kg} \cdot 4 \vec{j} \text{ ms}^{-1} = 12 \vec{j} \text{ kg m s}^{-1}$$

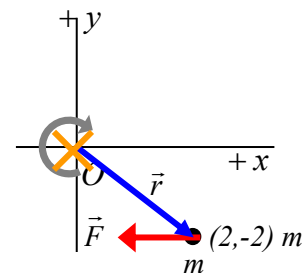
$$\vec{L}_O = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \end{vmatrix} = 24 \vec{k} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$



ii) El momento ejercido por la fuerza se calcula: $\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\vec{r} = 2 \vec{i} - 2 \vec{j} \text{ m} \quad \vec{F} = -5 \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & 0 \\ -5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -10 \vec{k} \text{ N m}$$



(También pueden calcularse módulo, dirección y sentido por separado, mirando los ángulos en el dibujo. En ambos casos el vector de posición forma 45° con la velocidad y con la fuerza, respectivamente)