

EJERCICIOS DEL TEMA 3: CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

1. Una bobina de 100 espiras, de 20 cm² cada una, gira a 50 r.p.m. en un campo magnético uniforme de 1 T.

a) Escribir la expresión de le f.e.m. inducida e indicar su valor eficaz

b) ¿Cuál sería la intensidad si la resistencia del circuito fuese 20 Ω ?

a) Al girar con MCU, la orientación entre el vector superficie de la espira y el campo cambiará, con lo que el flujo magnético que atraviesa la espira también será variable.

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot N \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$

Por la ley de Faraday-Lenz, se inducirá corriente eléctrica en el circuito, con una fuerza electromotriz

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot N \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Sabiendo que $B = 1 \text{ T}$, $N = 100$ espiras, $S = 20 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $\omega = 50 \text{ rpm} = 50 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 5,24 \text{ rad/s}$

$$\varepsilon = B \cdot N \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega t) = 1,048 \cdot \text{sen}(5,24 \cdot t) \text{ V}$$

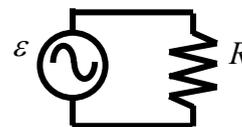
El valor máximo de la fuerza electromotriz, $\varepsilon_0 = 1,047 \text{ V}$

$$\text{El valor eficaz será } \varepsilon_e = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} = 0,741 \text{ V}$$

b) La bobina que gira en el interior del campo magnético es un generador de CA. Si la conectamos a una resistencia, tendremos un circuito puramente resistivo, en el que podremos aplicar la ley de Ohm para los valores instantáneos.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1,048 \cdot \text{sen}(5,24 \cdot t) \text{ V}}{20 \Omega} = 0,052 \cdot \text{sen}(5,24 \cdot t) \text{ A}$$

La intensidad máxima $I_0 = 0,052 \text{ A}$, y la intensidad eficaz $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,037 \text{ A}$



2. En un circuito de CA los valores eficaces son $I_e = 10 \text{ A}$ y $V_e = 300 \text{ V}$ y la intensidad está retrasada 60° respecto a la tensión. Calcular:

a) Impedancia b) Reactancia c) Resistencia d) Factor de potencia.

a) Calculamos la impedancia Z del circuito a partir de los valores eficaces $Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{300 \text{ V}}{10 \text{ A}} = 30 \Omega$

b) c) La intensidad está retrasada respecto a la tensión, o lo que es lo mismo, la tensión está adelantada respecto a la intensidad. El circuito es inductivo y su reactancia X es positiva.

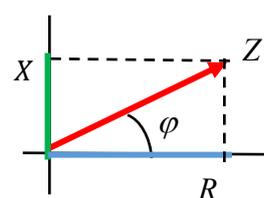
A partir del diagrama de Fresnel de la impedancia, calculamos X y R

El desfase $\varphi = 60^\circ = \pi/3$

$$\text{b) } X = Z \cdot \text{sen}\varphi = 30 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 25,98 \Omega$$

$$\text{c) } R = Z \cdot \text{cos}\varphi = 30 \cdot \text{cos}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 15 \Omega$$

d) El factor de potencia es la cantidad $\text{cos}\varphi = 0,5$ inductivo



3. En un circuito de 50 Hz y 22,5 Ω de resistencia, los aparatos registradores señalan 150 V y 5 A (eficaces). Calcular: factor de potencia, impedancia y reactancia (ya que debe existir una bobina o un condensador)

Calculamos la impedancia Z del circuito a partir de los valores eficaces

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{150 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 30 \Omega$$

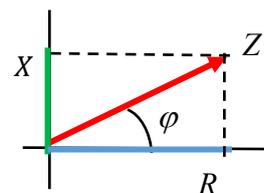
A partir del diagrama de Fresnel de la impedancia, calculamos el factor de potencia.

$$\text{cos}\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{22,5 \Omega}{30 \Omega} = 0,75$$

Y la reactancia X (la obtenemos en valor absoluto, ya que no sabemos si es inductiva o capacitiva)

$$\text{cos}\varphi = 0,75 \rightarrow \text{sen}\varphi = \sqrt{(1 - 0,75^2)} = 0,661$$

$$X = Z \cdot \text{sen}\varphi = 30 \cdot \text{sen}\varphi = 19,83 \Omega$$



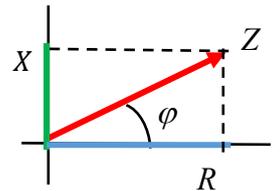
4. Calcular la reactancia de una bobina de $0,002 \text{ H}$ si la corriente alterna que la recorre tiene un periodo de $1/50 \text{ s}$. ¿Cuál será la impedancia de la bobina si su resistencia es de 50Ω ? Si la bobina está intercalada en un circuito de $R = 100 \Omega$. ¿Cuál será la impedancia del circuito?

Datos: $L = 0,002 \text{ H}$, $T = 0,02 \text{ s} \rightarrow \nu = 50 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi \cdot \nu = 100\pi \text{ rad/s}$

La reactancia de una bobina viene dada por $X_L = L \cdot \omega = 0,002 \text{ H} \cdot 100\pi \text{ rad/s} = 0,628 \Omega$

Teniendo en cuenta la resistencia R_L de la bobina, tendremos un circuito RL. El diagrama de impedancias es el de la figura.

La impedancia $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 50,004 \Omega$



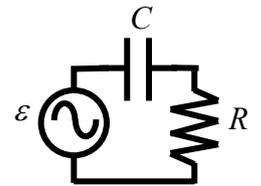
Al conectar una nueva resistencia en serie, el diagrama de impedancias es el mismo, sólo que ahora la resistencia total será $R_L + R = 150 \Omega$

Y la impedancia total $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 100,002 \Omega$

5. Un circuito consta de un condensador de $1\mu\text{F}$ conectado en serie a una resistencia de $1 \text{ k}\Omega$. Calcule la reactancia, la impedancia, el factor de potencia y la intensidad eficaz que circula por el circuito si se conecta a un generador de 24 V de tensión máxima y 100 Hz .

Tenemos un circuito RC de CA.

Datos: $C = 10^{-6} \text{ F}$, $\nu = 100 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 200\pi \text{ rad/s}$, $R = 1000 \Omega$, $\varepsilon_0 = 24 \text{ V}$



Su diagrama de impedancias es el de la figura.

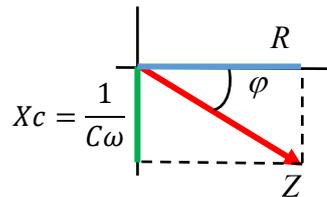
La reactancia (capacitiva) es $X_C = \frac{1}{C\omega} = 1591,55 \Omega$

La impedancia $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 1879,64 \Omega$

El factor de potencia $\cos\phi = \frac{R}{Z} = 0,532$ capacitivo

Calculamos la intensidad eficaz aplicando la ley de Ohm a los valores eficaces. $I_e = \frac{\varepsilon_e}{Z}$

La tensión eficaz $\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} = 16,97 \text{ V}$



Así, la intensidad eficaz $I_e = \frac{\varepsilon_e}{Z} = \frac{16,97 \text{ V}}{1879,64 \Omega} = 0,009 \text{ A} = 9 \text{ mA}$

8. Calcular la Z de un circuito de 20Ω de resistencia en el que hay colocados en serie un condensador de $20 \mu\text{F}$ y una bobina de $0,02 \text{ H}$ cuando se aplica una tensión de 50 ciclos/s de frecuencia.

Tenemos un circuito RLC en serie. Cada elemento contribuye a la impedancia del circuito:

La resistencia $R = 20 \Omega$

La bobina con su reactancia inductiva $X_L = L \cdot \omega = 0,02 \text{ H} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s} = 6,28 \Omega$

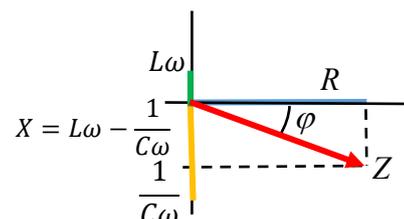
El condensador con su reactancia capacitiva $X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s}} = 159,15 \Omega$

Como $X_C > X_L$, la reactancia total es capacitiva.

La impedancia

$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 154,17 \Omega$

El diagrama de impedancias



13. Un circuito conectado a un generador de 110 V y 60 Hz consume 330 W. El factor de potencia es de 0,6 y la Intensidad está retrasada frente a la tensión.

- a) Determinar qué elemento debe conectarse en serie para que el factor de potencia sea 1.
 b) Calcule las potencias activa, reactiva y aparente en ese caso.

a) Datos: $\varepsilon_e = 110 \text{ V}$, $\nu = 60 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 120\pi \text{ rad/s}$, $\cos\varphi = 0,6$ $\varphi > 0$ (V adelantada respecto a I)

Como nos dicen que I está retrasada respecto a V, V está adelantada respecto a I, con lo que el desfase es positivo, y el circuito es inductivo (posee reactancia inductiva X_L). Por lo tanto, para conseguir que el factor de potencia sea 1 (resonancia) y que por consiguiente el desfase sea nulo, debemos conectar en serie un condensador cuya reactancia capacitiva X_C compense a X_L ($X_C = X_L$)

Para calcular X_L , debemos conocer Z, que calcularemos aplicando la ley de Ohm con valores eficaces $\varepsilon_e = Z \cdot I_e$

La intensidad eficaz la obtenemos a partir de la potencia (activa) consumida

$$P = \varepsilon_e \cdot I_e \cdot \cos\varphi \rightarrow 330 \text{ W} = 110 \text{ V} \cdot I_e \cdot 0,6 \rightarrow I_e = 5 \text{ A}$$

La impedancia $Z = \frac{\varepsilon_e}{I_e} = \frac{110 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 22 \Omega$

Calculamos R $R = Z \cdot \cos\varphi = 22 \Omega \cdot 0,6 = 13,2 \Omega$

Calculamos X_L $X_L = Z \cdot \sin\varphi = 22 \Omega \cdot 0,8 = 17,6 \Omega$ ($\sin\varphi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 0,8$)

$X_C = X_L = 17,6 \Omega$

$X_C = \frac{1}{C\omega} \rightarrow C = \frac{1}{X_C \cdot \omega} = \frac{1}{17,6 \Omega \cdot 120\pi \text{ rad/s}} = 1,507 \cdot 10^{-4} \text{ F}$ $C = 150,7 \mu\text{F}$

b) En el caso de resonancia, el factor de potencia es nulo, por lo que $X = 0$, y la impedancia será igual a la resistencia $Z = 13,2 \Omega$

La nueva intensidad que circula por el circuito será $I_e = \frac{\varepsilon_e}{Z} = \frac{110 \text{ V}}{13,2 \Omega} = 8,33 \text{ A}$

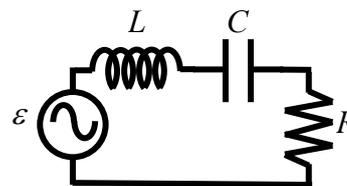
La potencia activa $P = \varepsilon_e \cdot I_e \cdot \cos\varphi = 110 \text{ V} \cdot 8,33 \text{ A} \cdot 1 = 916,67 \text{ W}$

La potencia reactiva $Q = \varepsilon_e \cdot I_e \cdot \sin\varphi = 110 \text{ V} \cdot 8,33 \text{ A} \cdot 0 = 0 \text{ VAR}$

La potencia aparente $S = \varepsilon_e \cdot I_e = 110 \text{ V} \cdot 8,33 \text{ A} = 916,67 \text{ VA}$

14. En un circuito de 25 Ω de resistencia hay instaladas capacidades por valor de 20.000 μF y una bobina de 10 Ω y 0,02 H, todos en serie. Si la tensión eficaz es de 100 V y la frecuencia 50 Hz, calcular:

- a) Z de la bobina y del circuito b) I eficaz y máxima
 c) V eficaz en los bornes de la bobina
 d) Factor de potencia e) Potencias activa, reactiva y aparente.



Tenemos un circuito RLC en serie. Datos:

$C = 20000 \mu\text{F} = 0,02 \text{ F}$

$L = 0,02 \text{ H}$, $R_L = 10 \Omega$

$R_1 = 25 \Omega$

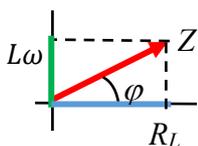
$R_{\text{tot}} = R_1 + R_L = 35 \Omega$

Generador

$\nu = 50 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s} = 314,16 \text{ rad/s}$

$\varepsilon_e = 100 \text{ V}$

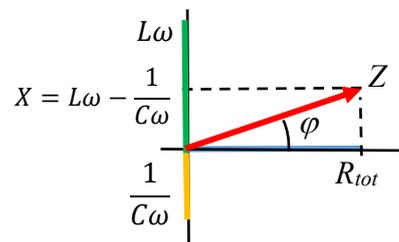
a) Impedancia de la bobina (es un circuito RL)



$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{R_L^2 + (L\omega)^2} = 11,81 \Omega$$

Impedancia de todo el circuito RLC

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R_t^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R_t^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = 35,53 \Omega$$



b) Calculamos la intensidad aplicando la ley de Ohm. $I_e = \frac{\varepsilon_e}{Z} = \frac{100 V}{35,53 \Omega} = 2,81 A$

El valor máximo $I_0 = I_e \cdot \sqrt{2} = 3,97 A$

c) Aplicamos la ley de Ohm a la bobina $V_{Le} = I_e \cdot Z_L = 2,81 A \cdot 11,81 \Omega = 33,19 V$

d) Factor de potencia $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{35 \Omega}{35,53 \Omega} = 0,985$ inductivo

e) Potencias activa, reactiva y aparente:

La potencia activa $P = \varepsilon_e \cdot I_e \cdot \cos\varphi = 100 V \cdot 2,81 A \cdot 0,985 = 276,785 W$

La potencia reactiva $Q = \varepsilon_e \cdot I_e \cdot \sin\varphi = 100 V \cdot 2,81 A \cdot 0,173 = 48,613 \text{ VAR}$

La potencia aparente $S = \varepsilon_e \cdot I_e = 100 V \cdot 2,81 A = 281 \text{ VA}$

15. Un alternador tiene entre sus bornes una $\varepsilon = 392 \cos(314 t)$ (V). Si el alternador se conecta a un electroimán, produciéndose una $I_e = 0,5 A$, calcular la inductancia L del electroimán.

Datos: Generador: $\varepsilon_0 = 392 V \rightarrow \varepsilon_e = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} = 277,19 V$ $\omega = 314 \text{ rad/s}$

Calculamos la impedancia aplicando la ley de Ohm a los valores eficaces. $Z = \frac{\varepsilon_e}{I_e} = \frac{277,19 V}{0,5 A} = 554,38 \Omega$

No nos dan información acerca de la resistencia del electroimán, así que supondremos que $R = 0 \Omega$, el circuito es puramente inductivo, y $Z = X_L = L \cdot \omega \rightarrow L = \frac{Z}{\omega} = \frac{554,38 \Omega}{314 \text{ rad/s}} = 1,77 H$