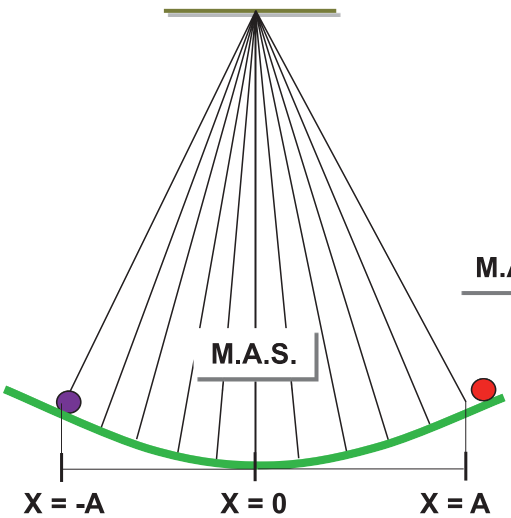
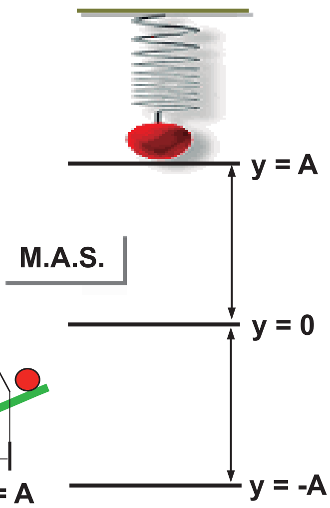
1a. Movimiento vibratorio armónico simple (m.a.s)

- **Es el que posee un péndulo o un muelle al desplazarlo de su posición de equilibrio y dejarlo libre.**
- **Es un movimiento rectilíneo variado no uniformemente, que se obtiene proyectando sobre el diámetro de una circunferencia las distintas posiciones de un punto que describe un movimiento circular uniforme.**

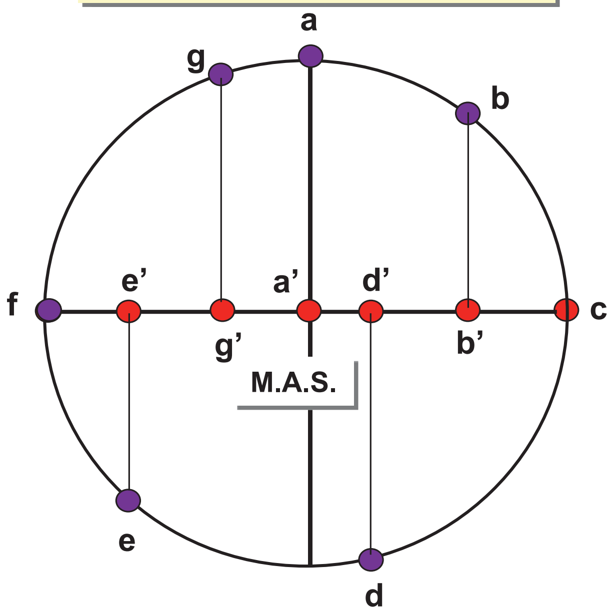
Péndulo Simple



Muelle



Proyección de un MCU sobre el diámetro de su circunferencia



1b. Movimiento armónico simple: magnitudes características

- **El M.A.S es un movimiento periódico, en el que se define:**

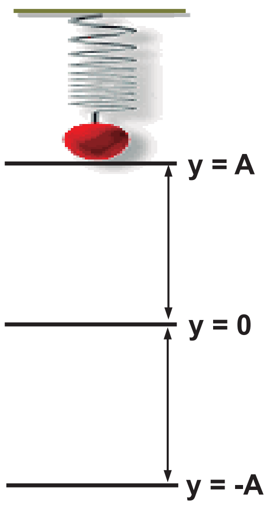
Ciclo: es una oscilación o vibración completa.

Período T(s): tiempo que tarda en una oscilación completa o ciclo.

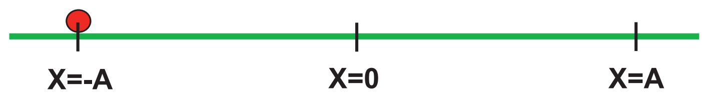
Frecuencia f (ciclos/s = Hz): es el número de oscilaciones realizadas en un segundo. La frecuencia es la inversa del período.

$$f = \frac{1}{T}(s^{-1})$$

Muelle



Oscilador Armónico o Mecánico



Elongación x(m): distancia entre una posición y la de equilibrio.

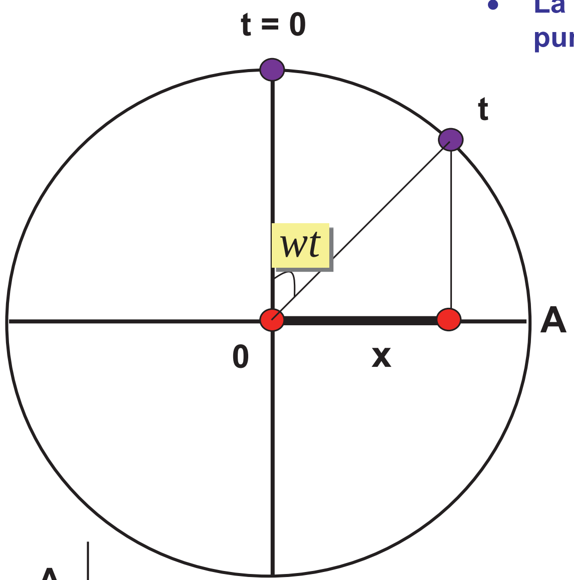
Amplitud A(m): es la máxima elongación.

Velocidad angular, pulsación o frecuencia angular w ($rad.s^{-1}$).

$$w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\,(rad.s^{-1})$$

2a. Ecuación del movimiento armónico simple (m.a.s).

- La ecuación del M.A.S. relaciona la elongación x en un instante determinado con el tiempo t.

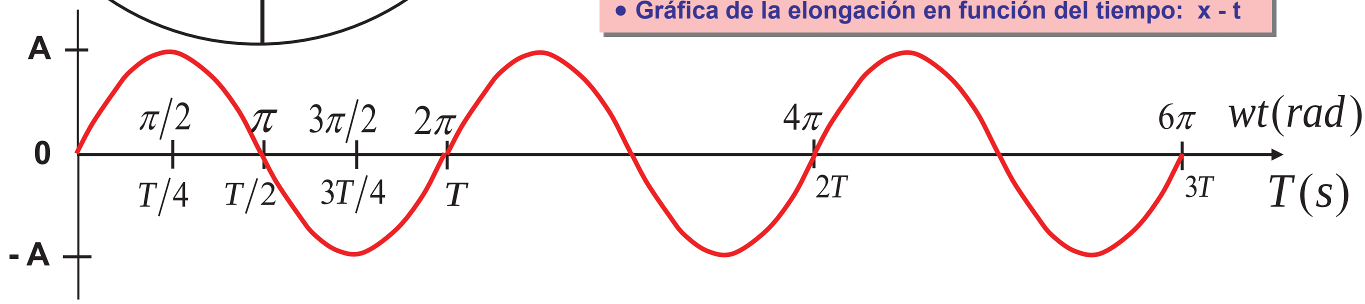


- La elongación x se calcula a partir de la proyección, del punto que describe el M.C.U, sobre el diámetro horizontal:

$$x = A\,sen\,wt = A\,sen(wt + \varphi)$$

- Función senoidal o sinusoidal, se repite cada T(s) o cada 2π (radianes).
- Se llama Fase en cualquier instante a: $(wt + \varphi)\ (rad)$
- Siendo la Fase Inicial: $\varphi\ (rad)$

- Gráfica de la elongación en función del tiempo: x - t



2b. Cálculo de la velocidad en el m.a.s.

- Derivando la elongación respecto del tiempo, obtenemos la ecuación de la velocidad en función del tiempo.

$$v = \frac{dx}{dt} = A\,w\cos wt \quad \Rightarrow$$

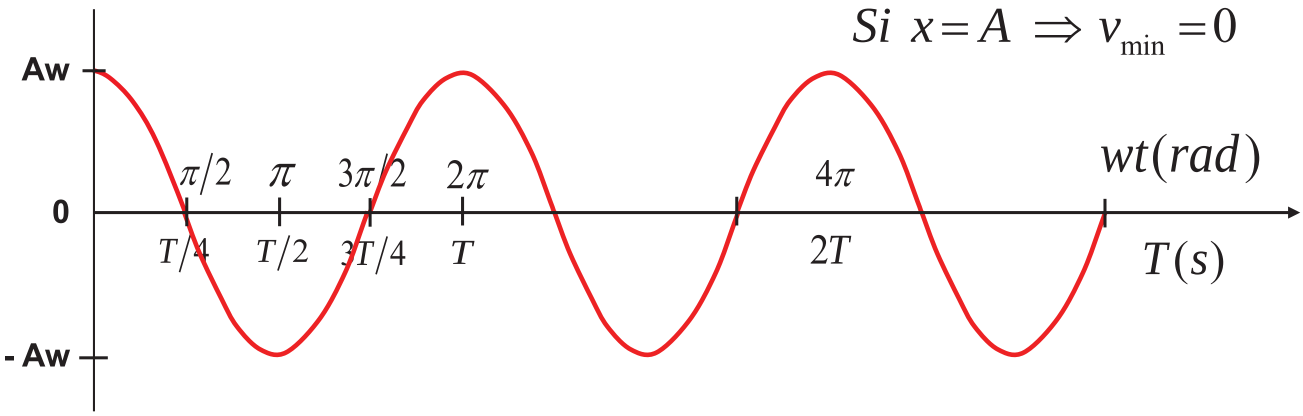
- La velocidad estás desfasada π/2 rad respecto de la elongación.
- La velocidad también se puede expresar en función de la posición o elongación.

$$\Rightarrow \quad Aw\sqrt{1 - sen^2 wt} = w\sqrt{A^2 - A^2 sen^2 wt} = w\sqrt{A^2 - x^2}$$

- Gráfica de la velocidad en función del tiempo: v - t

$$Si\ x = 0 \Rightarrow v_{max} = wA$$

$$Si\ x = A \Rightarrow v_{min} = 0$$



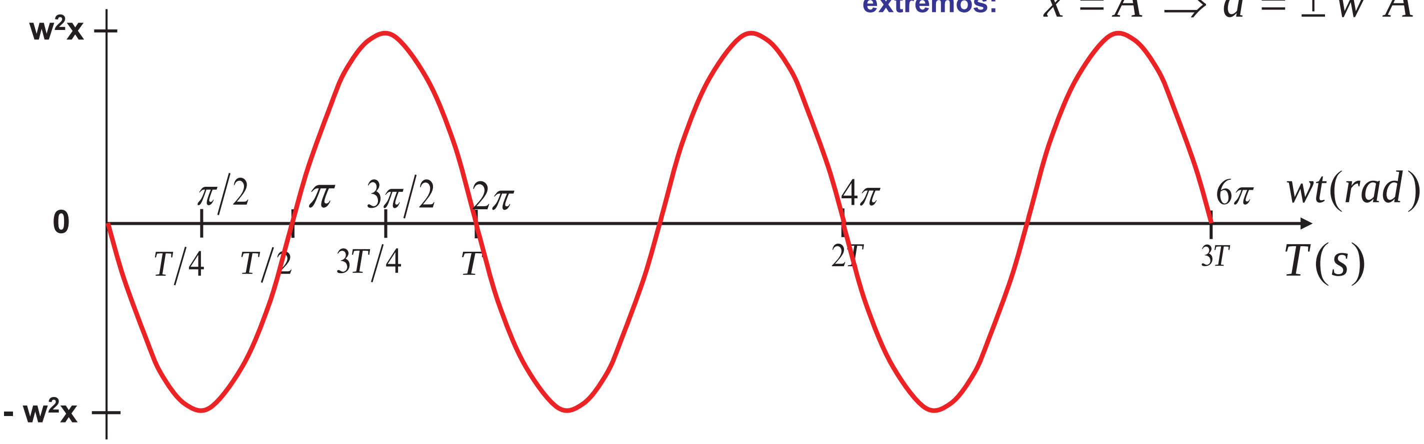
2c. Cálculo de la aceleración en el m.a.s.

- **Derivando, ahora la velocidad, obtenemos la aceleración en función del tiempo y en función de la elongación.**

$$a = \frac{dv}{dt} = -A w^2 sen\, wt = -w^2 x$$

- **También es periódica.**
- **Desfasada π/2 radianes de la velocidad.**
- **La constante de proporcionalidad es el cuadrado de la pulsación.**
- **Su valor es proporcional a la posición, pero de sentido contrario.**
- **Nula en el centro:** $x=0 \Rightarrow a=0$
- **Máxima en los extremos:** $x = A \Rightarrow a = \pm w^2 A$

- **Gráfica de la aceleración en función del tiempo: a - t**



3a. Dinámica del movimiento vibratorio armónico simple

- **El M.A.S. es un movimiento rectilíneo variado no uniformemente.**
- **Es una oscilación que se produce debido a la existencia de una fuerza recuperadora proporcional al desplazamiento que cumple la ley de Hooke (F = - kx).**
- **La fuerza que produce un M.A.S. es una fuerza central, dirigida siempre hacía el centro y proporcional a la distancia a este.**

$$F = ma = -m w^2 x = -kx \quad \Rightarrow \quad siendo \;\; k = m w^2$$

- **Nula en el centro:** $x=0 \Rightarrow F=0$
- **Máxima en los extremos:** $x = A \Rightarrow F = -kA$

- **Siendo k la constante recuperadora del resorte o sistema (muelle) que oscila.**
- **A partir de la que se puede calcular el período de oscilación del resorte mecánico:**

$$k = m w^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

3b. Dinámica del movimiento armónico simple. Péndulo simple

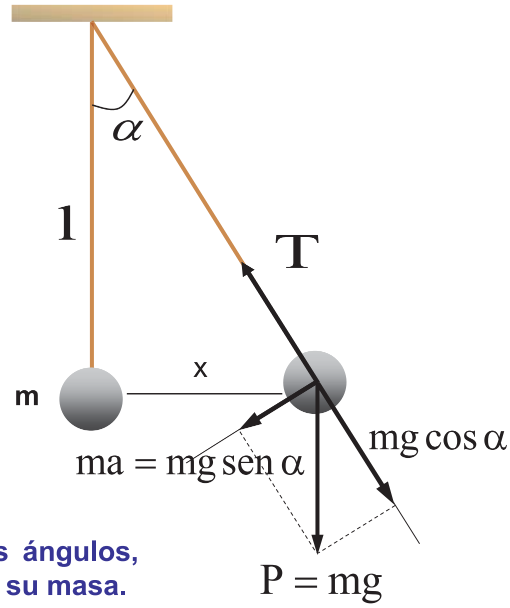
- **Para un PÉNDULO SIMPLE, la fuerza recuperadora es de naturaleza gravitatoria.**
- **Es la componente tangencial del peso la que actúa de fuerza recuperadora.**

$$F_{rec} = -mg\, sen\,\alpha = ma$$

- Para ángulos de oscilación pequeños, el arco de circunferencia descrito por el péndulo es casi una recta horizontal. Por ello, elegimos la coordenada x como representativa del movimiento.
- El valor del seno del ángulo coincide con el valor del propio ángulo (ambos en radianes).

$$sen\,\alpha = \alpha = \frac{x}{l}$$

$$F_{rec} = -mg\, sen\,\alpha = ma \Rightarrow -mg\frac{x}{l} = -m\,w^2 x$$



- Simplificamos y sustituimos la pulsación por el período:

$$\frac{g}{l} = w^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

- Ahora se despeja el período:

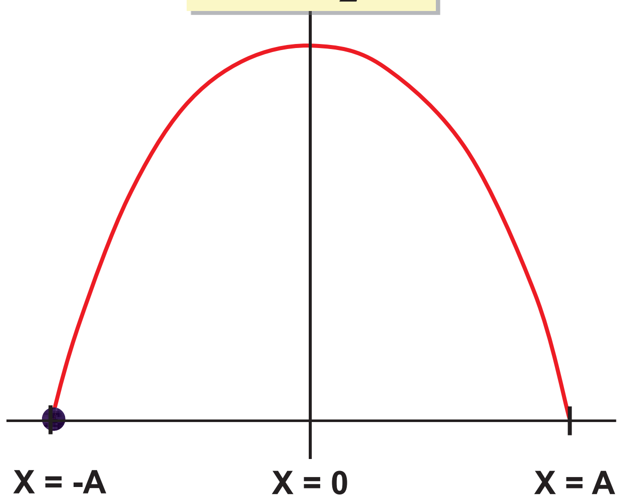
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

- **El período de un péndulo simple que oscila bajo pequeños ángulos, depende de la longitud del péndulo, pero es independiente de su masa.**

4a. Energía de un oscilador armónico (mecánico)

- **Una partícula que esté animada de un Movimiento Armónico Simple (MAS) recibe el nombre de OSCILADOR MECÁNICO O ARMÓNICO.**
- **Se llama así porque posee energía mecánica: cinética y potencial.**

$$E_{c\max} = \frac{1}{2}kA^2$$



$E_c = 0$ $E_c = 0$

- **La Energía Cinética de un oscilador mecánico se calcula a partir de la velocidad:**

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\,A^2 w^2 \cos^2 wt}{2} = \frac{m\,w^2\left[A^2 - x^2\right]}{2} = \frac{k\left[A^2 - x^2\right]}{2}$$

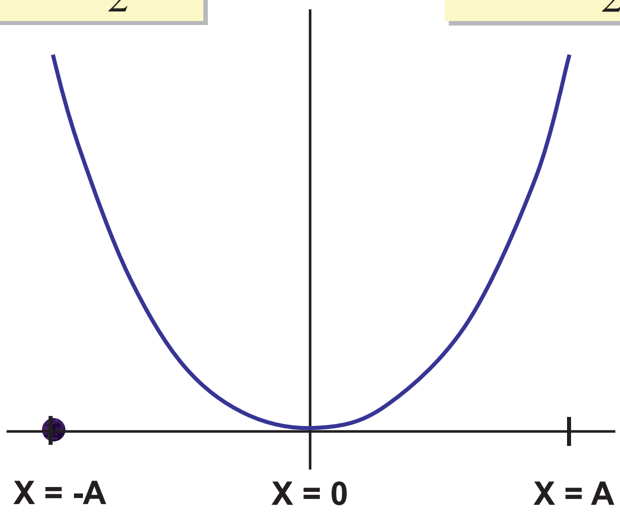
- **La Energía Cinética de un oscilador mecánico para cualquier elongación vale:**

$$E_c = \frac{1}{2}k\left[A^2 - x^2\right]$$

4b. Energía de un oscilador armónico (mecánico)

- La **Energía Potencial** de un oscilador mecánico se calcula a partir del trabajo que debemos hacer para deformar el resorte una distancia x venciendo la fuerza recuperadora elástica:

$$E_{p\max} = \frac{1}{2} kA^2 \qquad E_{p\max} = \frac{1}{2} kA^2$$



$$E_p = 0$$

$$E_{p.elástica} = \int_0^x F\,dx = \int_0^x k\,x\,dx = \frac{1}{2} k\,x^2 = \frac{1}{2} k\,A^2\,sen^2\,w$$

- La **Energía Potencial** de un oscilador mecánico para cualquier elongación vale:

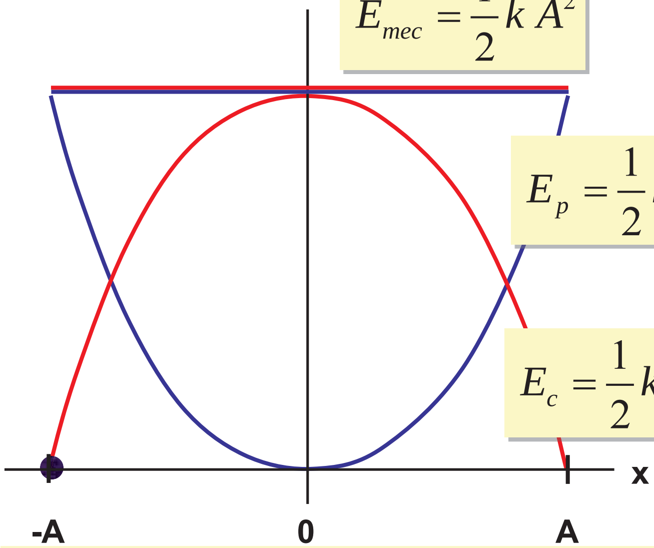
$$E_p = \frac{1}{2} k\,x^2$$

4c. Principio de conservación de la energía mecánica

- En un oscilador armónico hay un intercambio continuo de energía cinética en energía potencial y viceversa:

$$E_{mec} = E_c + E_p = \frac{1}{2} k\,A^2 \cos^2 wt + \frac{1}{2} k\,A^2\,sen^2\,wt = \frac{1}{2} k\,A^2 \left[\cos^2 wt + sen^2\,wt\right] = \frac{1}{2} k\,A^2$$

$$E_{mec} = \frac{1}{2} k\,A^2$$



$$E_p = \frac{1}{2} k\,x^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} k\left[A^2 - x^2\right]$$

- En la gráfica se representa la variación de la energía cinética y de la energía potencial en función de la elongación.
- Cuando aumenta una, la otra disminuye .
- La suma de ambas es la energía mecánica, que para cualquier elongación, es la misma.

- En el movimiento armónico simple la **Energía Mecánica permanece constante,** no depende de la posición x.

$$E_{mec} = \frac{1}{2} k\,A^2$$

- 1. Un movimiento armónico tiene una amplitud de 20 cm y un período de 0,2 s. Calcular: a) su frecuencia; b) ecuaciones de la elongación, velocidad y aceleración; c) velocidad máxima; d) aceleración a los 0,15s de iniciado el movimiento. Representar la aceleración en función del tiempo.
- Sol: a) f = 5 Hz; b) x = 0,2.sen10πt (m); v = 2π.cos10πt (m/s); a = -40π sen10πt (m/s^2); c) 2π (m/s); d) 197,4 (m/s^2) .

Frecuencia

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0,2s}=5\,s^{-1}\ (Hz)$$

Pulsación

$$w=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0,2s}=10\pi\, rad.s^{-1}(Hz)$$

Elongación

$$x=A\,sen\,wt=0,2\,sen10\pi\,t\,(m)$$

Velocidad

$$v=\frac{dx}{dt}=Aw\cos wt\ =\ 0,2.10\pi\cos10\pi\,t=2\pi\cos10\pi\,t\,(m.s^{-1})$$

$$v_{máx}=2\pi\,(m.s^{-1})$$

- Continuación……………………1. Un movimiento armónico tiene una amplitud de 20 cm y un período de 0,2 s. Calcular: a) su frecuencia; b) ecuaciones de la elongación, velocidad y aceleración; c) velocidad máxima; d) aceleración a los 0,15s de iniciado el movimiento. Representar la aceleración en función del tiempo.

Aceleración

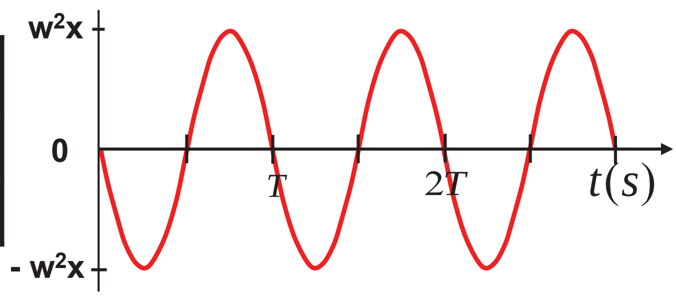
$$a=\frac{dv}{dt}=-Aw^2sen\,wt=\ -(10\pi)^2 0,2\,sen10\pi\,t=-20\pi^2sen10\pi\,t\,(m.s^{-2})$$

Aceleración a los 0,15 s

$$a_{t=0,15s}=-20\pi^2sen10\pi.0,15=197,4\ (m.s^{-2})$$

- Para representar la aceleración en función del tiempo, hacemos, la correspondiente tabla de valores:
- A partir de esta tabla representamos a – t. Se obtiene una gráfica senoidal o sinusoidal.

T (s)	0	T/4	T/2	3T/4	T
t (s)	0	0,05	0,10	0,15	0,20
a (m/s^2)	0	-197,4	0	197,4	0



- 2. Un MAS tiene de ecuación x = 0,1.sen 4πt (m). Calcular: a) su período; b) su amplitud; c) ecuación de la velocidad, velocidad máxima y velocidad a los 0,3s de iniciado el movimiento.
- Sol: a) T = 0,5s; b) A = 0,1m; c) v = 0,4π cos 4πt (m/s); $v_{máx}$ = 0,4π (m/s); $v_{t=0,3s}$ = -1,016(m/s).

- Comparando la ecuación: $x = 0{,}1.sen\ 4\pi t\ (m)$
- con la ecuación: $x = A.sen\ wt\ (m)$
- obtenemos: $w = 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0{,}5\,s \qquad A = 0{,}1\,m$
- La velocidad se calcula derivando la elongación respecto del tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} = Aw\cos wt = 0{,}1.4\cos 4\pi t = 0{,}4\pi\cos 4\pi t\ (m.s^{-1})$$

$$v_{máx} = 0{,}4\pi = 1{,}26\ m.s^{-1}$$

$$v_{t=0,3s} = 0{,}4\pi\cos 4\pi.0{,}3 = -1{,}02\ m.s^{-1}$$

- 3. Un muelle de 40 g de masa se estira 5 cm por efecto de una fuerza de 10 N, y a continuación se suelta, iniciando un mas. Calcular: a) la constante recuperadora; b) período del movimiento; c) ecuación de la velocidad y velocidad a los 0,15 s de iniciar el movimiento.
- Sol: a) k = 200 N/m; b) T = 0,09 s; c) v = 3,5 cos 69,8t; v = 3,5 (m/s).

- A partir de la ley de Hooke: $F_{rec.} = -kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{10N}{0{,}05\,cm} = 200\ Nm^{-1}$
- La fuerza recuperadora que actúa sobre el muelle toma la expresión:

$$F_{rec} = ma = -mw^2x = -kx \Rightarrow k = mw^2 \Rightarrow w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

- De la expresión anterior calculamos el período del movimiento:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}04\,kg}{200\,N.m^{-1}}} = 0{,}09\,s$$

- La ecuación de la velocidad y la velocidad a los 15 s:

$$v = \frac{dx}{dt} = Aw\cos wt = 0{,}05.\frac{2\pi}{0{,}09}\cos\frac{2\pi}{0{,}09}t = 3{,}5\cos 69{,}8t\ m.s^{-1}$$

$$v_{t=0,15s} = 3{,}5.\cos 69{,}8.0{,}15 = 3{,}44\ m.s^{-1}$$

- 4. Una masa de 200g describe un mas de ecuación y = 0,3. sen 8πt (m). Calcular: a) la fuerza máxima que actúa sobre ese cuerpo; b) la constante recuperadora; c) la velocidad máxima; d) el período.
- Sol: a) $F_{máx}$ = 37,9N; b) k = 12,8π^2 N/m; c) v = 7,54m/s; d) T = 0,25s.

- A partir de la ecuación fundamental de la dinámica:

$$F_{máx} = ma_{máx} = -mw^2 x_{máx} = -kA = -126,33.0,3 = -37,9\ N$$

- Siendo la constante recuperadora:

$$k = mw^2 = 0,2\,kg.(8\pi)^2 = 126,33\ N.m^{-1}$$

- La velocidad máxima se calcula a partir de la derivada de la elongación respecto del tiempo:

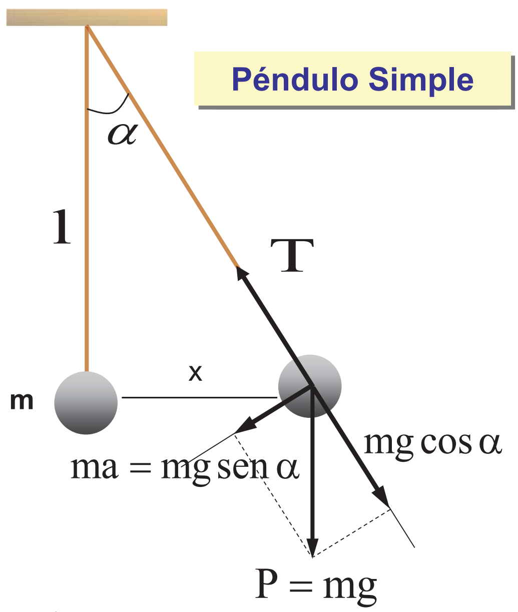
$$V_{máx} = 0,3.8\pi.\cos 8\pi t = 7,54\ m.s^{-1}$$

5. Problemas sobre movimiento vibratorio armónico simple

- 5. Un resorte lleva en su extremo una masa m y oscila con un período de 2s. Si se aumenta la masa en 2kg, el nuevo período es de 3s.
  Calcular m y la longitud de un péndulo simple del mismo período (3s).

- El período de oscilación del resorte es función de la masa y de la constante de recuperación:

$$k = mw^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



- Para la masa "m", el período vale 2 s: $2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

- Para la masa "m+2", el período vale 3 s: $3 = 2\pi\sqrt{\frac{m+2}{k}}$

- Dividiendo miembro a miembro, las dos ecuaciones anteriores, calculamos la masa m:

$$\frac{2}{3} = \sqrt{\frac{m}{m+2}} \Rightarrow m = 1.6\,kg$$

- A partir del período de un péndulo simple, se calcula la longitud que nos piden:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

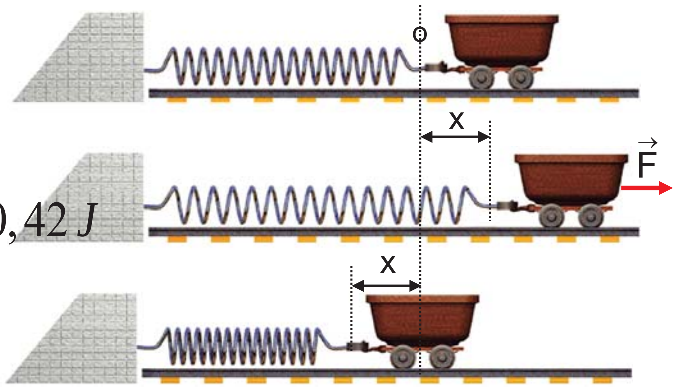
$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 2,23\,m$$

- 6. Un muelle elástico de 10cm tiene unos de sus extremos fijo en la pared vertical y descansa en una superficie horizontal sin rozamiento. Se le aplica una fuerza de 20N para mantenerlo estirado una longitud de 15cm. En esta posición se suelta y oscila libremente con un período de 4s. Calcular: a) constante de recuperación del muelle; b) ecuación del movimiento resultante; c) energías potencial y cinética para x = 2cm y d) velocidad y aceleración máximas.

- A partir de la ley de Hooke: $F=-kx \Rightarrow k=\frac{F}{x}=\frac{20\,N}{(0,15-0,10)\,m}=400\,N.m^{-1}$
- Ecuación del movimiento:

$$x=A\,sen\,wt=0,05\,sen\frac{\pi}{2}t\,(m)$$

- Siendo: $w=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{4\,s}=\frac{\pi}{2}\,rad.s^{-1}$



$$E_{c(x=2cm)}=E_{mec}-E_{p(x=2cm)}=0,5-0,08=0,42\,J$$

$$E_{p(x=2cm)}=\frac{kx^2}{2}\;\frac{400.0,02^2}{2}=0,08\,J$$

$$v_{máx}=Aw\cos wt=Aw=0,05.\frac{\pi}{2}=7,85.10^{-2}\,m.s^{-1}\quad a_{máx}=-Aw^2=-\frac{\pi^2}{2^2}.0,05=-0,12\,m.s^{-2}$$

- 7. Una partícula de 0,5kg que describe un m.a.s. de frecuencia 5/π Hz, tiene inicialmente una energía cinética de 0,2J y una energía potencial de 0,8J. a) Calcule la posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima. b) Haga un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?.

$$E_{po}=\frac{kx^2}{2}\Rightarrow 0,8=\frac{50x^2}{2}\Rightarrow x=0,18\,m$$

$$E_{co}=\frac{mv^2}{2}\Rightarrow 0,2=\frac{0,5v^2}{2}\Rightarrow v=0,89\,m.s^{-1}$$

$$E_{mec}=1\,J=\frac{kA^2}{2}\quad cómo\;k=mw^2=m4\pi^2f^2=50\,N.m^{-1}\Rightarrow A=20\,cm$$

$$E_{c\,máx}=\frac{kA^2}{2}\Rightarrow 1\,J=\frac{0,5v_{máx}^2}{2}\Rightarrow v_{máx}=2\,m.s^{-1}$$

- Ver principio de conservación de la energía mecánica y gráfica.

$$E_c=E_p=\frac{1}{2}\frac{kA^2}{2}\Rightarrow\frac{kx^2}{2}=\frac{kA^2}{4}\Rightarrow x=A\sqrt{\frac{1}{2}}\,cm$$

5. Problemas sobre movimiento vibratorio armónico simple

- 8. Un mas viene descrito por la expresión: x(t) = A sen (ωt + δ). a) Indique el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en ella. b) Escriba la velocidad y aceleración de la partícula en función del tiempo y explique si ambas magnitudes pueden anularse simultáneamente.

- Ver apuntes de teoría
- Las ecuaciones de la velocidad y la aceleración no pueden anularse simultáneamente.

- 9. Una partícula describe un m.a.s , entre dos puntos A y B que distan 20cm, con un período de 2s. a) Escriba la ecuación de dicho mas, sabiendo que para t=0 la partícula se encuentra en el punto medio del segmento AB. b) Explique cómo varían las energías cinética y potencial durante una oscilación completa.

- Ecuación del movimiento: $x = A\,sen\,wt = 0{,}1\,sen\,\pi t\ (cm)$
- Siendo: $w = 2\pi / T = 2\pi / 2 = \pi\ (rad)$
- Ver cuadro resumen del movimiento armónico simple.

5. Cuadro resumen del movimiento vibratorio armónico simple

wt (rad)	**x (m)**	**v (m/s)**	**a (m/s^2)**	**E_p (J)**	**E_c (J)**	**E_{mec} (J)**
0	0	A w	0	0	$kA^2 / 2$	$kA^2 / 2$
π/2	A	0	-A w^2	$KA^2 / 2$	0	$kA^2 / 2$
π	0	-A w	0	0	$kA^2 / 2$	$kA^2 / 2$
3π/2	-A	0	-A w^2	$kA^2 / 2$	0	$kA^2 / 2$
2π	0	A w	0	0	$kA^2 / 2$	$kA^2 / 2$

Cuestiones

- 1. Un bloque de masa m cuelga del extremo inferior de un resorte de masa despreciable, vertical y fijo por su extremo superior. a) Indicar las fuerzas que actúan sobre la partícula explicando si son o no conservativas. b) Se tira del bloque hacia abajo y se suelta, de modo que oscila verticalmente. Analizar las variaciones de energía cinética y potencial del bloque y del resorte en una oscilación completa.

- 2. Explicar las variaciones energéticas que se dan en un oscilador armónico durante una oscilación. ¿Se conserva la energía del oscilador? Razonar la respuesta. b) Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, ¿cómo varía la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones? Razonar la repuesta.

- 3. a) ¿Qué características debe tener una fuerza para que al actuar sobre un cuerpo le produzca un movimiento armónico simple? b) Represente gráficamente el movimiento armónico simple de una partícula dado por. y otro movimiento armónico que tenga una amplitud doble y una frecuencia mitad que el anterior.

Problemas

- 4. Al suspender un cuerpo de 0,5 kg del extremo libre de un muelle que cuelga verticalmente, se observa un alargamiento de 5 cm. Si a continuación, se tira hacia abajo del cuerpo, hasta alargar el muelle 2 cm más, y se suelta, comienza a oscilar. a) Hacer un análisis energético del problema y escribir la ecuación del movimiento de la masa. b) Si, en lugar de estirar el muelle 2 cm, se estira 3 cm, ¿cómo se modificaría la ecuación del movimiento del cuerpo?

- 5. Un muelle de constante elástica 250 $N.m^{-1}$, horizontal y con un extremo fijo, está comprimido 10 cm. Un cuerpo de 0,5 kg situado en su extremo libre, sale despedido al liberarse del muelle. a) Explicar las variaciones de energía del muelle y del cuerpo, mientras se estira el muelle. b) Calcular la velocidad del cuerpo en el instante de abandonar el muelle.

Problemas

- 6. Sobre una superficie horizontal se dispone un cuerpo de 0,5 kg, unido a uno de los extremos de un muelle que está fijo por el otro. Cuando se tira del cuerpo hasta alargar el muelle 10 cm y se suelta, comienza a oscilar con un período de 2s. a) Hacer un análisis energético del problema y calcular los valores de las energías cinética y potencial en los puntos extremos de la oscilación y en el punto de equilibrio. b) Representar la posición del cuerpo en función del tiempo. ¿Cómo cambiaría dicha representación si la masa del cuerpo fuera de 2 kg?.

- 7. Un bloque de 0,2 kg, inicialmente en reposo, se deja caer por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Tras recorrer 2 m, queda unido al extremo libre de un resorte, de constante elástica 200 $N.m^{-1}$, paralelo al plano y fijo por el otro extremo. El coeficiente de rozamiento del bloque con el plano es 0,2. a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas. ¿Con qué aceleración desciende el bloque?. b) Explique los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte y calcule la máxima compresión de éste.

- 8. Un cuerpo de 10 kg se lanza con velocidad de 30 m.s-1 por una superficie horizontal lisa hacia el extremo libre de un resorte horizontal, de constante elástica 200 $N.m^{-1}$, fijo por el otro extremo. a) Analizar las variaciones de energía que tienen lugar a partir de un instante anterior al impacto con el resorte y calcular la máxima comprensión del resorte. b) Discutir en términos energéticos las modificaciones relativas al apartado a) si la superficie horizontal tuviera rozamiento.

- 9. Un bloque de 8 kg desliza por una superficie horizontal sin rozamiento con una velocidad de 10 $m.s^{-1}$ e incide sobre el extremo libre de un resorte, de masa despreciable y constante elástica k = 400 $N.m^{-1}$, colocado horizontalmente. a) Analizar las transformaciones de energía que tienen lugar desde un instante anterior al contacto del bloque con el resorte hasta que éste, tras comprimirse, recupera la longitud inicial. ¿Cómo se modificaría el balance energético anterior si existiera rozamiento entre el bloque y la superficie?. b) Calcular la comprensión máxima del resorte y la velocidad del bloque en el instante de separarse del resorte, en el supuesto inicial de que no haya rozamiento.

Problemas

- 10. Un cuerpo de 0,5 kg se encuentra inicialmente en reposo a una altura de 1 m por encima del extremo libre de un resorte vertical, cuyo extremo inferior está fijo. Se deja caer el cuerpo sobre el resorte y, después de comprimirlo, vuelve a subir. El resorte tiene una masa despreciable y una constante elástica $k = 200\ N.m^{-1}$. a) Hacer un análisis energético del problema y justifique si el cuerpo llegará de nuevo al punto de partida. b) Calcular la máxima comprensión que experimenta el resorte. $g = 10\ m.s^{-2}$.

- 11. Una partícula de 2 g oscila con movimiento armónico simple de 4 cm de amplitud y 8 Hz de frecuencia y en el instante t = 0 se encuentra en la posición de equilibrio. a) Escribir la ecuación del movimiento y explicar las variaciones de energías cinética y potencial de la partícula cuando la elongación es de 1 cm. b) Calcular las energías cinética y potencial de la partícula cuando la elongación es de 1 cm.