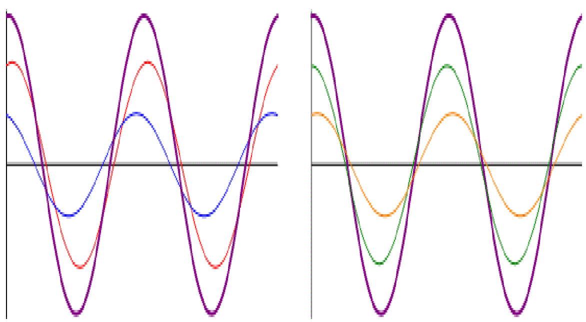
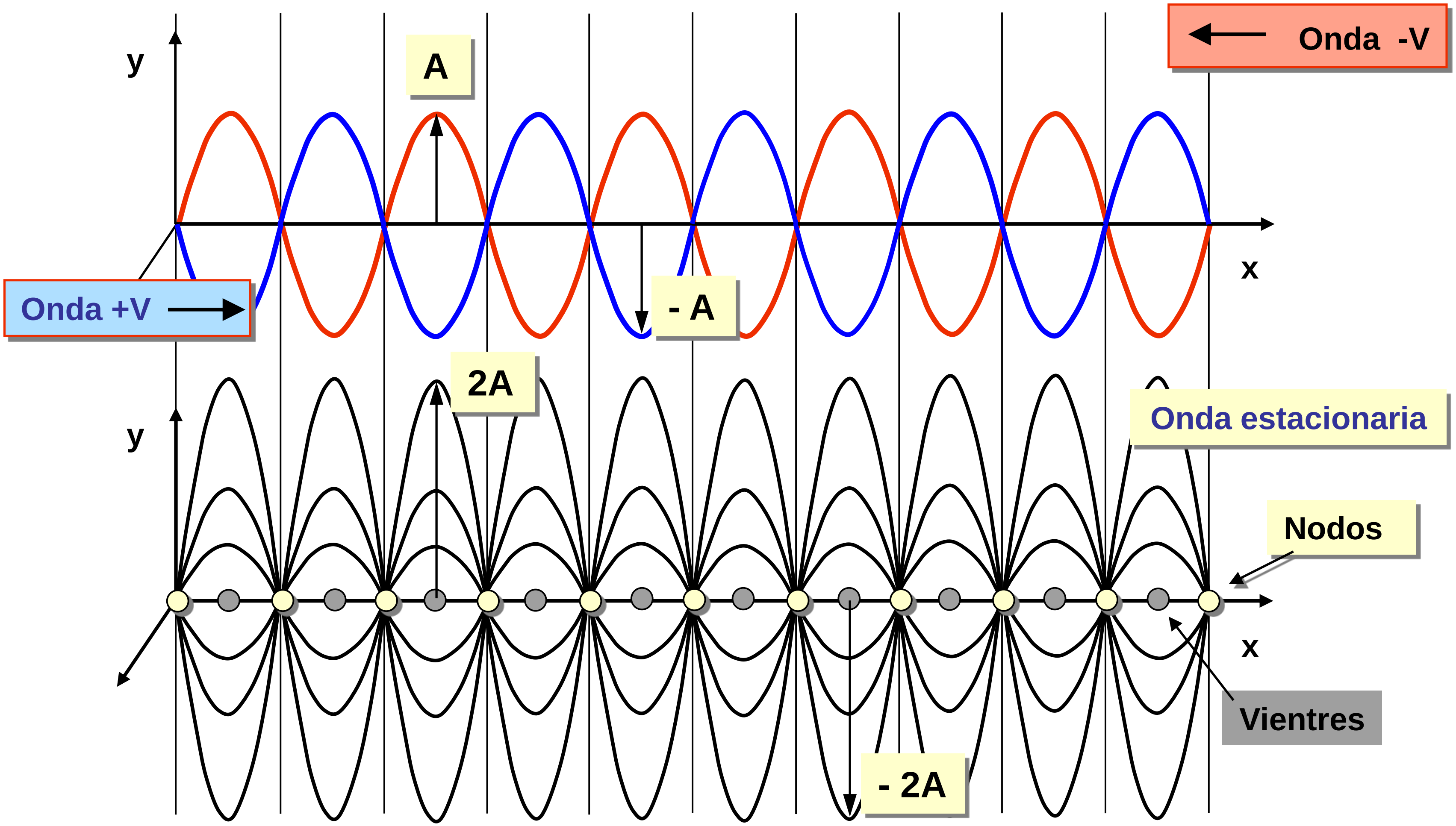
Tema 06 - Anexo
Ondas Estacionarias



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

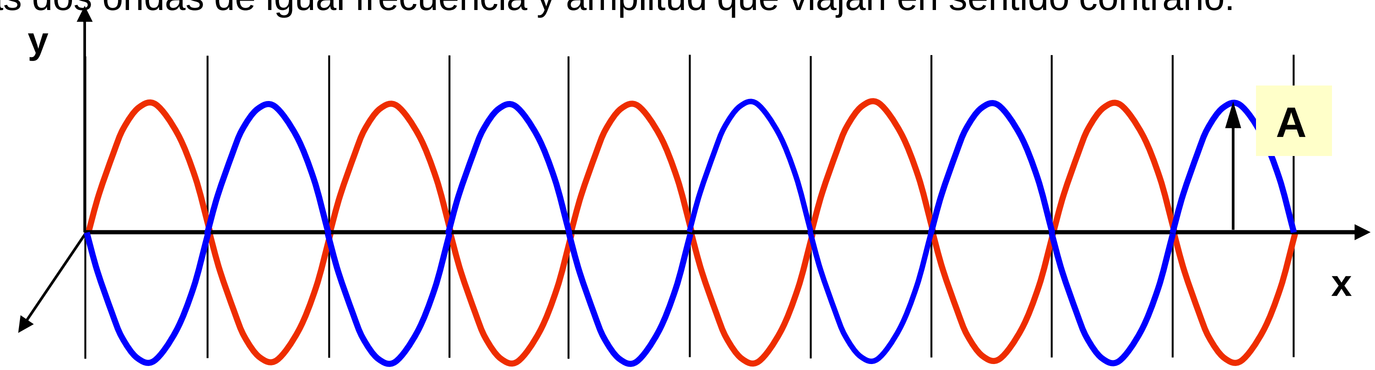
5.8 Interferencias: Ondas estacionarias.

- Un caso particular de interferencias son las **ONDAS ESTACIONARIAS.**
- **Cuando dos ondas de IGUAL FRECUENCIA Y AMPLITUD SE DESPLAZAN EN SENTIDOS CONTRARIOS DESFASADAS MEDIA ONDA, se produce una onda estacionaria.**



5.8 Ecuación de una onda estacionaria.

- **La ecuación de una ONDA ESTACIONARIA** se obtiene a partir de las ecuaciones de las dos ondas de igual frecuencia y amplitud que viajan en sentido contrario:



$$y_2 = A\,sen(wt - kx + \pi) = -A\,sen(wt - kx)$$

$$y_1 = A\,sen(wt + kx)$$

- La ecuación de la onda resultante, onda estacionaria, se obtiene sumando ambas ondas:

$$y = A\left[\,sen(wt + kx) - sen(wt - kx)\,\right] = \boxed{2A\,sen\,kx\cos wt}$$

- **La amplitud de una onda estacionaria es función armónica de la distancia:**

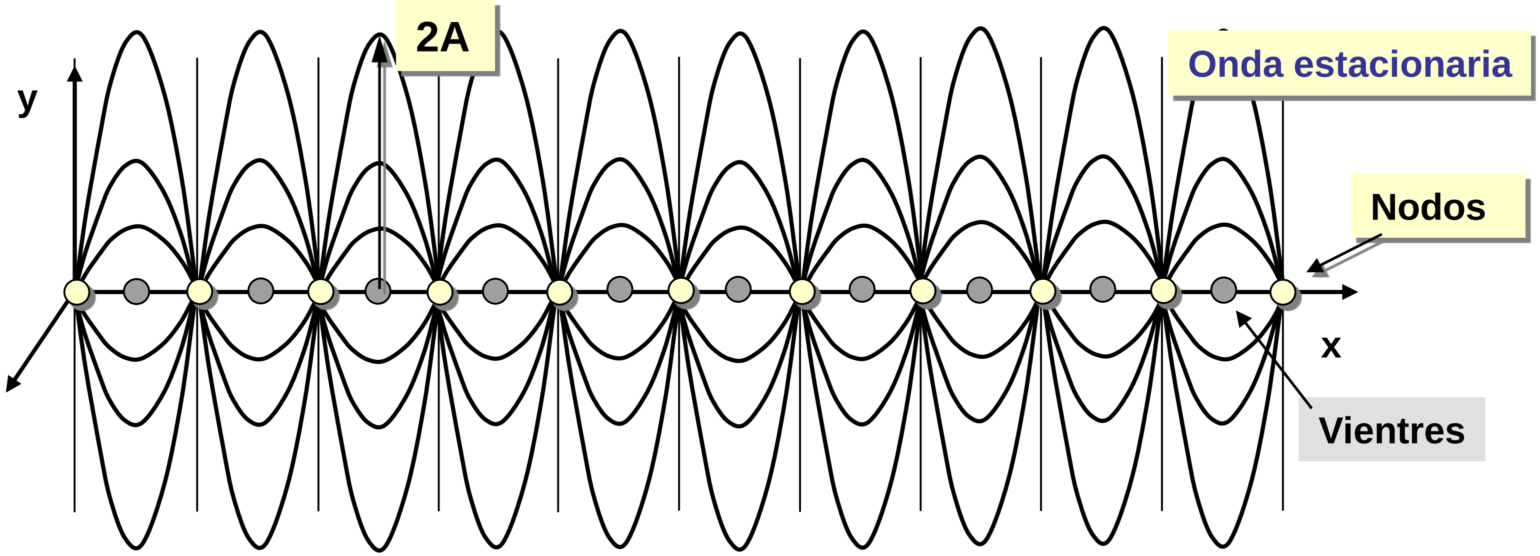
$$A_{O.E} = 2A\,sen\,kx = 2A\,sen\frac{2\pi}{\lambda}x$$

- Cada uno de los puntos alcanzados por la onda, vibra con una amplitud, que depende de su posición.

- Recordar que: $sen\,\alpha - sen\,\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\,sen\frac{\alpha-\beta}{2}$ y $sen\,\alpha + sen\,\beta = 2\,sen\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

5.8 Ecuación de una onda estacionaria.

- **La amplitud de una ONDA ESTACIONARIA es función armónica de la distancia:**



$$A_{O.E} = 2A\,sen\,kx = 2A\,sen\frac{2\pi}{\lambda}x$$

- **NODOS** son puntos de amplitud nula, no vibran.
- Entre dos nodos consecutivos, la energía permanece estancada.

$$A_{O.E} = 0 \qquad sen\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \qquad x = n\frac{\lambda}{2}$$

- **VIENTRES** son puntos de amplitud máxima, igual a 2A

$$A_{O.E} = \pm\, 2A \qquad sen\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

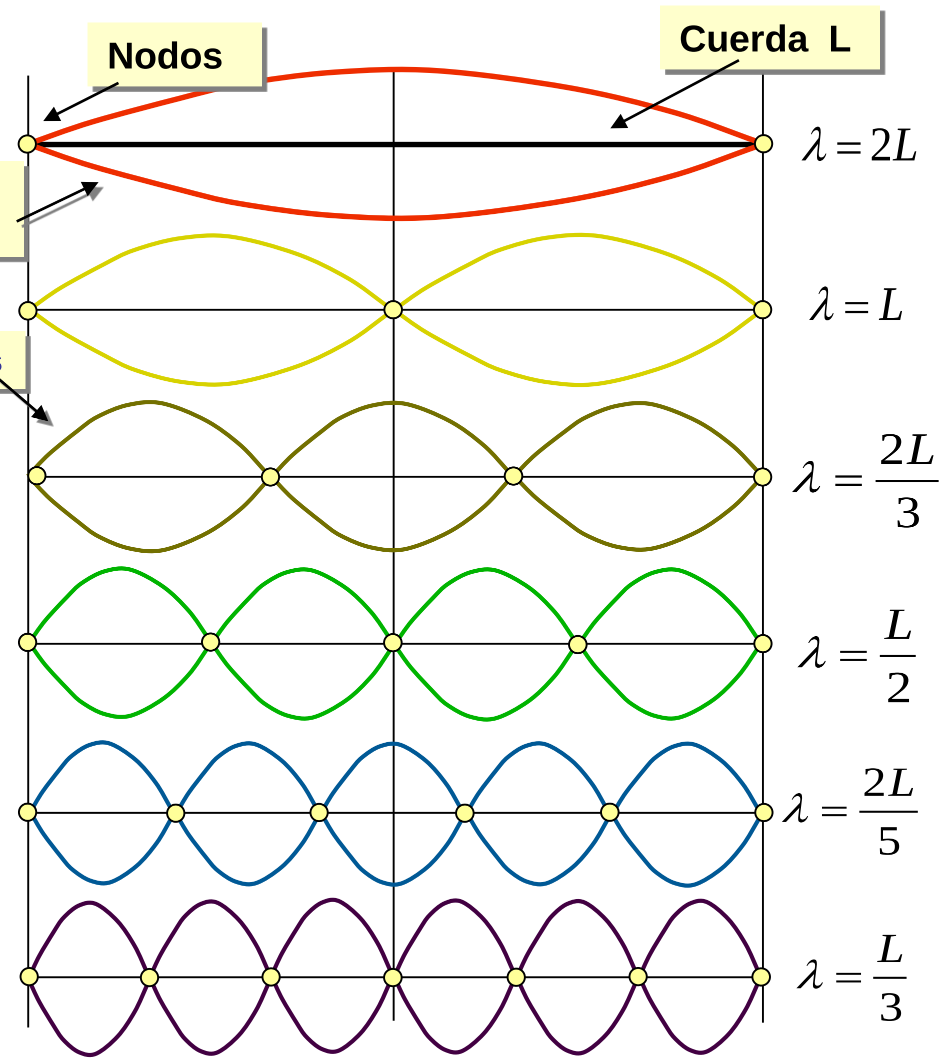
- **La distancia entre dos nodos o dos vientres consecutivos es siempre λ / 2.**

5.8 Instrumentos musicales de cuerdas

- **Los instrumentos de cuerda:** guitarras, violines, etc, funcionan con ondas estacionarias sobre cuerdas sujetas por ambos extremos, que serán nodos.

- **La onda que se propaga en una cuerda de longitud L debe cumplir:**

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}}$$



- **Frecuencia con que vibra la cuerda:**

$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad \boxed{f = n\frac{v}{2L}}$$

- **La frecuencia o armónico fundamental** de vibración se produce cuando n = 1, lo que implica que: f = v/2L.

- **Para n = 2,3… se obtiene el primer, segundo,.. armónico**. Son, múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

12. Dos ondas transversales se propagan por una cuerda tensa, siendo sus ecuaciones: $y_1 = 3 \cos (100\, t - 0{,}5\, x)$, $y_2 = 3 \cos (100\, t + 0{,}5\, x)$, (S.I.). a) Para cada onda, halla la longitud de onda y la velocidad de propagación en la cuerda; b) Describe la interferencia entre ellas, ¿puede hablarse de onda estacionaria?. Calcula, en su caso, la distancia que separa a dos nodos consecutivos.

- a) Longitud de onda y velocidad de propagación de cada una de las ondas:

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = 0{,}5 \;\Rightarrow\; \lambda_1 = 4\pi\ (m) = \lambda_2$$

$$w_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 100 \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{50}(s) = T_2$$

$$v_1 = \frac{\lambda_1}{T_1} = 200\ m.s^{-1} = -v_2$$

- La onda 2 lleva sentido contrario, de ahí el signo – de la ecuación.

- b) Las ondas estacionarias son el resultado de la interferencia de dos ondas de la misma amplitud y frecuencia que se propagan con igual velocidad, en la misma dirección pero con sentidos contrarios:

$$y_{onda\ \ estacionaria} = 3\left[\cos\left[100t + 0{,}5x\right] + \cos\left[100t - 0{,}5x\right]\right] =$$

$$= 3.2\left[\cos 100t . \cos 0{,}5x\right] = 6 \cos 0{,}5x \cos 100t$$

$$A_{onda\ estacionaria} = 6 \cos 0{,}5x = A \cos kx \;\Rightarrow\; k = 0{,}5 = \frac{2\pi}{\lambda} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi\,(m)$$

- Distancia entre dos nodos consecutivos: $\frac{\lambda}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi\ (m)$

- Recordar que: $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}.\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ y $\cos\alpha - \cos\beta = -2sen\frac{\alpha+\beta}{2}.sen\frac{\alpha-\beta}{2}$

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

20. Una onda estacionaria que responde a la ecuación y = 0,02 sen 10πx/3.cos 40πt en unidades del S.I., se propaga por una cuerda. Determina la amplitud, frecuencia y longitud de onda de las ondas que por superposición provocan la vibración descrita. Calcula la distancia entre dos nodos consecutivos de la cuerda.

- Por comparación con la ecuación de una onda estacionaria:

$$y_{O.E} = 2A\,sen\,kx\cos wt = 0{,}02\,sen\frac{10\pi x}{3}.\cos 40\pi t$$

$$A = 0{,}01 m$$

$$w = 2\pi f = 40\pi \Rightarrow f = 20 Hz$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{6}{10} = 0{,}6\ m$$

- La distancia entre dos nodos consecutivos vale media longitud de onda: 0,3 m.

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

7. En una cuerda de piano de 1,21 m de longitud se genera una onda al ser golpeada, se propaga a 20 m/s, se refleja en los límites fijos y se forman ondas estacionarias. ¿Cuál es la frecuencia fundamental emitida por dicha cuerda?. ¿Y el valor del primer armónico?.

- Las ondas estacionarias que se propagan en una cuerda de longitud L, deben cumplir que:

$$L_{cuerda} = n\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{n} \quad \Rightarrow \quad v_{prop.onda} = \lambda f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2L}$$

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1:

$$f_{fundamental\ (n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{20}{2.1,21} = 8,26\,Hz$$

- Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{primer\ \ armónico\ (n=2)} = 2.\frac{20}{2.1,21} = 16,52\,Hz$$

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

17. Una cuerda de guitarra de 1 m de larga fija por ambos extremos vibra formando 4 nodos. Los puntos centrales de la cuerda tiene un desplazamiento máximo de 4 mm. Si la velocidad de las ondas en la cuerda es 660 m/s, determina la frecuencia fundamental de vibración de la cuerda.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{660\,m.s^{-1}}{2.1\,m} = 330\,Hz$$

18. a) Se hace vibrar una cuerda de guitarra de 0,4 m de longitud, sujeta por los extremos. Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda es de 352 m.s^{-1}. b) Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda de guitarra, el sonido es más agudo.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{352\,m.s^{-1}}{2.0,4\,m} = 440\,Hz$$

- Al acortar la longitud L de la cuerda, la frecuencia aumenta, por lo que el sonido será más agudo.

6. Ejercicios sobre Ondas Estacionarias.

11. La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x,t) = 10 \cos(\pi/3)x \, sen \, 2\pi t \quad \text{(SI).}$$

a) Explicar las características de la onda y calcular su período y su longitud de onda. ¿Cuál es la velocidad de propagación?. b) Determinar la velocidad de una partícula situada en el punto x = 1,5 m, en el instante t = 0,25 s. Explicar el resultado.

13. En una cuerda tensa se tiene una onda de ecuación:

$$y(x,t) = 5.10^{-2} \cos\,(10\pi x)\; sen(40\pi t) \quad \text{(SI).}$$

a) Razonar las características de las ondas cuya superposición da lugar a la onda dada y escribir sus ecuaciones. b) Calcular la distancia entre nodos y la velocidad de un punto de la cuerda situado en la posición x = $1,5.10^{-2}$ m, en el instante t = 9/8 s.

14. La cuerda de una guitarra vibra según la ecuación:

$$y(x,t) = 0,01 \, sen(10\pi x)\cos(200\pi t)$$

(en unidades SI). a) Indicar de qué tipo de onda se trata y calcular la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición puede dar lugar a dicha onda. b) ¿Cuál es la energía de una partícula de la cuerda situada en el punto x = 10 cm?. Razonar la respuesta.