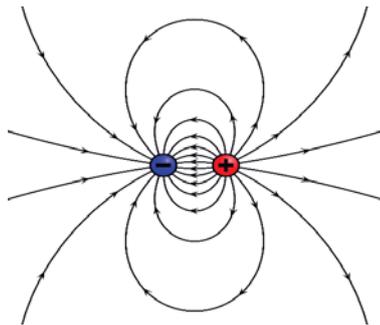


Tema 03

El campo eléctrico



IES Padre Manjón
Prof. Eduardo Eisman

03. El campo eléctrico: Índice

CONTENIDOS	
1. Interacción electrostática · 2. Campo eléctrico · 3. Enfoque dinámico · 4. Enfoque energético · 5. Movimiento de partículas en un campo eléctrico uniforme · 6. Teorema de Gauss. 7. Analogías y diferencias entre los campos gravitatorio y eléctrico	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
1. Asociar el campo eléctrico a la existencia de carga y caracterizarlo por la intensidad de campo y el potencial.	1.1. Relaciona los conceptos de fuerza y campo, estableciendo la relación entre intensidad del campo eléctrico y carga eléctrica. 1.2. Utiliza el principio de superposición para el cálculo de campos y potenciales eléctricos creados por una distribución de cargas puntuales.
2. Reconocer el carácter conservativo del campo eléctrico por su relación con una fuerza central y asociarle en consecuencia un potencial eléctrico.	2.1. Representa gráficamente el campo creado por una carga puntual, incluyendo las líneas de campo y las superficies de energía equipotencial. 2.2. Compara los campos eléctrico y gravitatorio estableciendo analogías y diferencias entre ellos.
3. Caracterizar el potencial eléctrico en diferentes puntos de un campo generado por una distribución de cargas puntuales y describir el movimiento de una carga cuando se deja libre en el campo.	3.1. Analiza cualitativamente la trayectoria de una carga situada en el seno de un campo generado por una distribución de cargas, a partir de la fuerza neta que se ejerce sobre ella.

03. El campo eléctrico: Índice

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
4. Interpretar las variaciones de energía potencial de una carga en movimiento en el seno de campos electrostáticos en función del origen de coordenadas energéticas elegido.	4.1. Calcula el trabajo necesario para transportar una carga entre dos puntos de un campo eléctrico creado por una o más cargas puntuales a partir de la diferencia de potencial. 4.2. Predice el trabajo que se realizará sobre una carga que se mueve en una superficie de energía equipotencial y lo discute en el contexto de campos conservativos.
5. Asociar las líneas de campo eléctrico con el flujo a través de una superficie cerrada y establecer el teorema de Gauss para determinar el campo eléctrico creado por una esfera cargada.	5.1. Calcula el flujo del campo eléctrico a partir de la carga que lo crea y la superficie que atraviesan las líneas del campo.
6. Valorar el teorema de Gauss como método de cálculo de campos electrostáticos.	6.1. Determina el campo eléctrico creado por una esfera cargada aplicando el teorema de Gauss.
7. Aplicar el principio de equilibrio electrostático para explicar la ausencia de campo eléctrico en el interior de los conductores y lo asocia a casos concretos de la vida cotidiana.	7.1. Explica el efecto de la Jaula de Faraday utilizando el principio de equilibrio electrostático y lo reconoce en situaciones cotidianas como el mal funcionamiento de los móviles en ciertos edificios o el efecto de los rayos eléctricos en los aviones.

1.1 Interacción electrostática

• ¿Qué es la carga eléctrica?

• **La carga eléctrica en reposo o en movimiento es la propiedad de la materia que señalamos como causa de la interacción electromagnética.**

• **La unidad en el SI es el culombio (C)**, cantidad de carga que atraviesa una sección de conductor en un segundo cuando la intensidad de corriente es de un amperio.

• **La carga eléctrica está cuantizada** y su unidad más elemental es la del electrón,

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

• **Existen dos tipos de cargas, positiva y negativa**, de este modo la interacción puede ser atractiva o repulsiva.

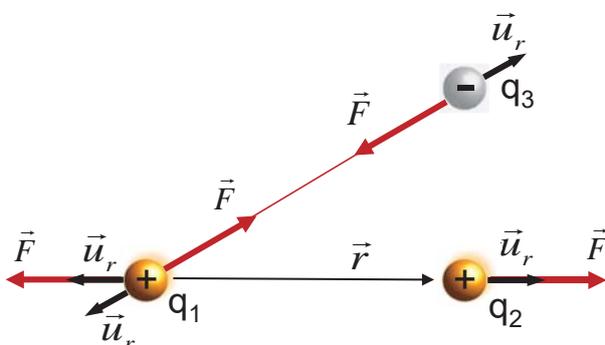
• **La carga eléctrica se conserva** en cualquier proceso que tenga lugar en un sistema aislado.

1.- Determina la carga correspondiente a 1 mol de electrones. Dicha carga se conoce comúnmente como la unidad de Faraday. Datos: $N_{\text{Avogadro}} = 6,022 \cdot 10^{23}$ partículas/mol. $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

1.2 Fuerza eléctrica: ley de Coulomb

• **Estudia la interacción entre cargas eléctricas en reposo.**

• **La fuerza con que se atraen o se repelen dos cargas eléctricas depende directamente del producto de dichas cargas e inversamente del cuadrado de la distancia que las separa.**



$$\vec{F}_{\text{atra/rep}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{u}_r$$

- Cargas del mismo signo se repelen
- Cargas de signo contrario se atraen.

• La constante K depende del medio donde estén las cargas.
• En el vacío/aire toma el valor:

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

• Donde ϵ_0 es la constante dieléctrica o permitividad del medio, vacío/aire:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

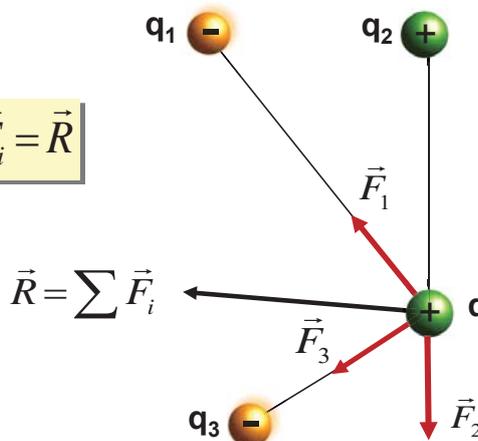
• **La fuerza varía conforme al inverso del cuadrado de la distancia, es una fuerza central, por tanto conservativa, y depende del medio.**

1.3 Principio de Superposición

- La fuerza con que interaccionan dos o más cargas puntuales es independiente de la presencia de otras.
- La fuerza resultante que actúa sobre una carga es igual a la suma de las fuerzas individuales que ejercen cada una de ellas sobre dicha carga.

- Interacción entre varias partículas

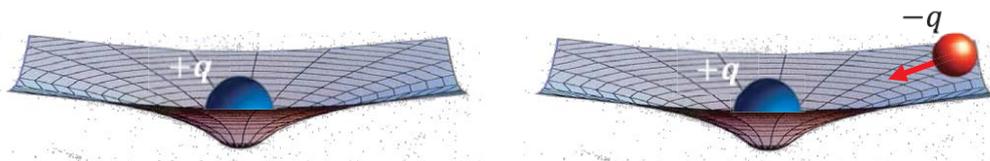
$$\vec{F}_{total\ sobre\ q} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots = \sum \vec{F}_i = \vec{R}$$



2.- Tres cargas, $q_1 = +4 \mu\text{C}$, $q_2 = -10 \mu\text{C}$ y $q_3 = -6 \mu\text{C}$, están situadas, respectivamente, en los puntos (0,3), (0,0) y (4, 0). Determina la fuerza que actúa sobre la carga q_3 .

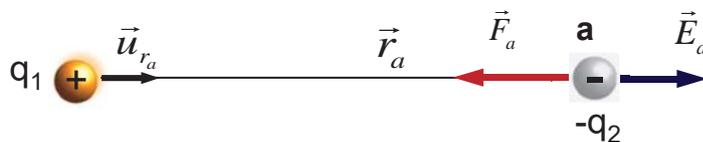
2.1 El campo eléctrico

- **Campo eléctrico:** región del espacio dónde existe una determinada propiedad escalar o vectorial, debido a la presencia de cargas eléctricas.
- El campo está definido por:
 - Intensidad en cada punto (punto de vista dinámico)
 - Potencial en cada punto (punto de vista energético)
- Efecto del campo sobre una carga testigo:
 - Fuerza que actúa sobre la carga (punto de vista dinámico)
 - Energía potencial de la carga (punto de vista energético)



3.1 Intensidad de campo eléctrico

- Se define la **intensidad en un punto de un campo eléctrico** como la fuerza que actúa sobre la unidad de carga positiva (+1C) situada en ese punto.
- La carga $+q_1$ es la que crea el campo eléctrico, y en el punto "a" determinado por su vector de posición r_a , calculamos la Intensidad de campo eléctrico:



- Carga $+q_1$ es la que crea el campo eléctrico
- Carga $-q_2$ se encuentra en el campo eléctrico creado por $+q_1$

$$\vec{E}_a = \frac{\vec{F}_a}{q_2} = K \frac{q_1}{r_a^2} \cdot \vec{u}_{r_a} \quad (S.I.): \frac{N}{C} \quad \bullet \text{ Vector Intensidad de campo en a}$$

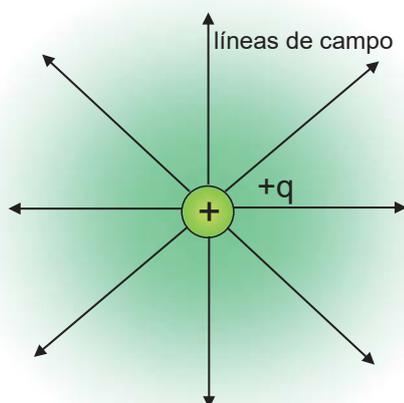
- El valor de \vec{E}_a depende de la carga $+q_1$ que crea el campo y del punto \vec{r}_a .

3.- Un electrón y un protón son abandonados en reposo en una región donde el campo eléctrico es $E = 200 \hat{i} \text{ N/C}$. Determina: a) La fuerza que actúa sobre cada partícula; b) La aceleración que adquieren; c) La distancia que habrán recorrido en $1 \mu\text{s}$.

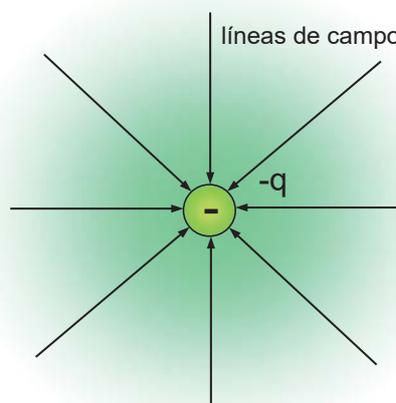
3.2 Campo eléctrico: líneas de fuerza

- Representación del campo eléctrico mediante líneas de fuerza**

- Las **líneas de fuerza** se trazan de modo que su dirección y sentido coinciden en cada punto del espacio con los de la fuerza que actuaría sobre una carga testigo positiva.

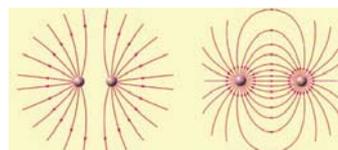


Las cargas positivas son manantiales de líneas de campo



Las cargas negativas son sumideros de líneas de campo

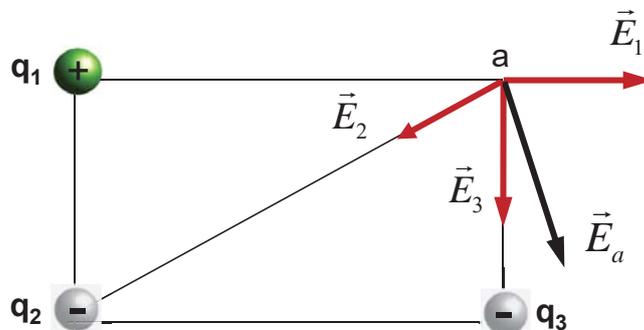
- Son radiales y simétricas en cargas puntuales (fuentes y sumideros)
- Su número es proporcional al valor de la carga
- Son tangentes al vector intensidad de campo
- Dos líneas no pueden cortarse nunca



3.3 Intensidad de campo eléctrico: Principio de superposición

- La intensidad de campo eléctrico creado por varias cargas puntuales en un punto es la suma vectorial de los campos que crean en ese punto cada una de esas cargas.

- El campo creado por varias cargas eléctricas, $+q_1$, $-q_2$ y $-q_3$, en un punto a :



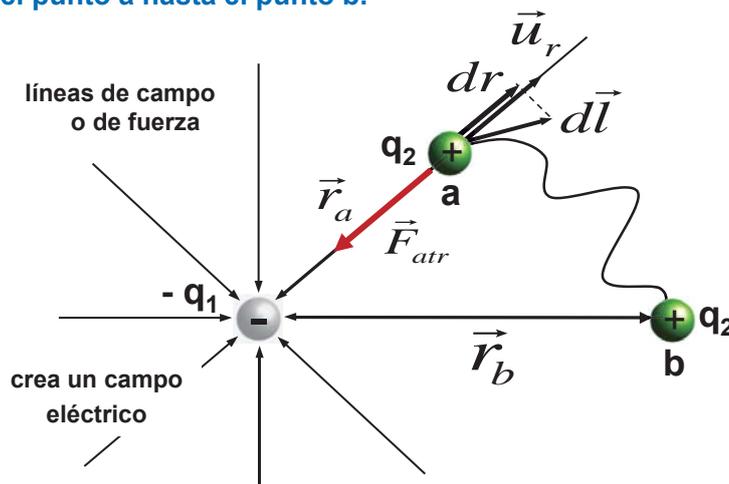
$$\vec{E}_{total\ en\ a} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \dots = \sum \vec{E}_i$$

4.1 Trabajo en el campo eléctrico

- Vamos a calcular el trabajo realizado por las fuerzas (conservativas) del campo para llevar la partícula de carga q_2 desde el punto a hasta el punto b.

- El desplazamiento elemental $d\vec{l}$ a lo largo del camino, al multiplicarlo escalarmente por el vector \vec{u}_r que indica la dirección de la fuerza, da lugar a que sólo realice trabajo, el desplazamiento radial dr:

$$\vec{u}_r \cdot d\vec{l} = 1 \cdot dl \cdot \cos\alpha = dr$$



$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{l} = \int_a^b K \frac{q_1 q_2}{r^2} dr = K q_1 q_2 \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b = K q_1 q_2 \left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right]$$

- El trabajo realizado sólo de los puntos inicial a y final b, no del camino recorrido, por lo tanto el campo eléctrico es conservativo y la fuerza que ejerce el campo es conservativa.

- Hay que tener en cuenta el signo de las cargas eléctricas:
- Si el trabajo es positivo W_{ab} (+) lo realiza el campo.
- Si el trabajo es negativo W_{ab} (-) se hace contra el campo, es decir un agente externo al campo.

4.2 Trabajo y energía potencial electrostática

- **Energía potencial:** en los campo conservativos, como el campo eléctrico, se puede definir una función escalar que sólo depende de cada uno de sus puntos, a esa función de las coordenadas le llamamos energía potencial electrostática.

líneas de campo o de fuerza

$$W_{ab} = Kq_1q_2 \left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right] = -\Delta E_p = E_{p_a} - E_{p_b}$$

Si $r_b \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{r_b} \rightarrow 0 : E_{p_b} = 0$

- **Energía potencial en un punto a:** $E_{p_a} = Kq_1q_2 \frac{1}{r_a}$

- La Energía Potencial será positiva o negativa dependiendo del signo de las cargas eléctricas.

4.- Tenemos dos cargas de $+3 \mu\text{C}$ y $-2 \mu\text{C}$ inicialmente separadas 30 cm. Calcular el trabajo realizado para acercarlas 15 cm. Explica el significado del signo del trabajo.

4.3 Trabajo y energía potencial electrostática

- **Energía potencial:** en los campo conservativos, como el campo eléctrico, se puede definir una función escalar que sólo depende de cada uno de sus puntos, a esa función de las coordenadas le llamamos energía potencial electrostática.

$$W_{ab} = Kq_1q_2 \left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right] = -\Delta E_p = E_{p_a} - E_{p_b}$$



- Realizamos trabajo contra el campo, aumentamos la energía potencial.

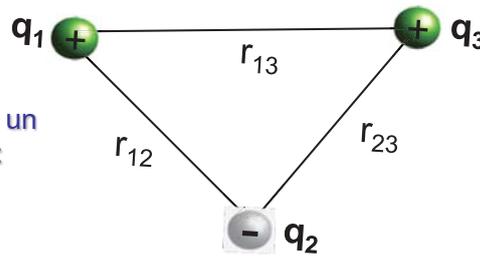


- El campo realiza el trabajo, disminuye la energía potencial.

4.4 Energía potencial electrostática de un sistema de partículas

- La **energía potencial de un sistema de partículas** mide el trabajo necesario para aproximar dichas cargas a sus posiciones desde el infinito.

- Energía potencial de un sistema de partículas:



$$E_{p(sp)} = K \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \dots \right] = K \sum_{\text{pares}} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

5.- Determina la energía potencial electrostática de un sistema formado por cuatro partículas cargadas, \$q_1 = +2 \mu\text{C}\$, \$q_2 = -2 \mu\text{C}\$, \$q_3 = +2 \mu\text{C}\$ y \$q_4 = -2 \mu\text{C}\$, situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Razona el significado físico del signo del resultado.

4.5 Potencial y diferencia de potencial electrostático

- Diferencia de potencial (\$V_a - V_b\$)** entre dos puntos de un campo electrostático, es el trabajo que realiza el campo para llevar la unidad de carga positiva (+1C) desde el punto a al punto b, suponiendo que no varía su energía cinética.

$$-\Delta V = V_a - V_b = \frac{W_{ab}}{q_2} = K q_1 \left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right] \quad \text{Se mide en voltios} \left(\frac{J}{C} \right)$$

- Al punto b, supuesto en el infinito, le asignamos valor cero de Potencial:

$$\text{Si } r_b \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{r_b} \rightarrow 0 : V_b = 0$$

- Potencial en cualquier punto a vale:**

$$V_a = K \frac{q_1}{r_a}$$

- El potencial del campo eléctrico, en un punto, es la energía potencial que corresponde a la unidad de carga positiva colocada en ese punto.
- El potencial será positivo o negativo, dependiendo del signo de la carga.

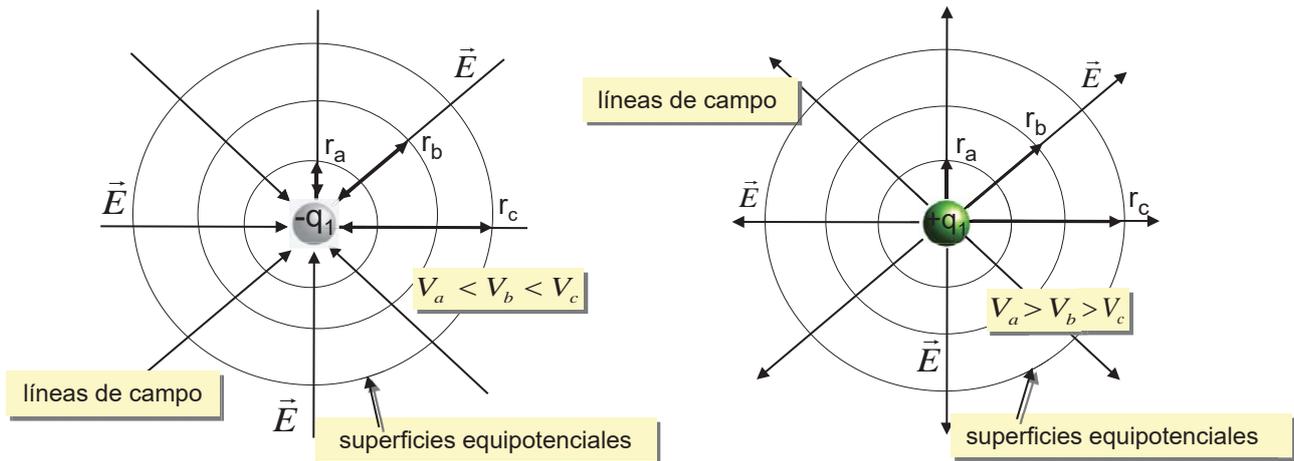
- El potencial creado por un Sistema de Partículas:

$$V_{\text{part}} = K \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \dots \right] = K \sum_{\text{part}} \frac{q_i}{r_i}$$

6.- Una carga puntual de \$-5 \mu\text{C}\$ está localizada en el punto de coordenadas (4, -2) m, mientras que una segunda partícula de \$12 \mu\text{C}\$ se encuentra en el punto (1, 2) m. Calcula el potencial en el punto (-1, 0) m, así como la magnitud y dirección del campo eléctrico en dicho punto.

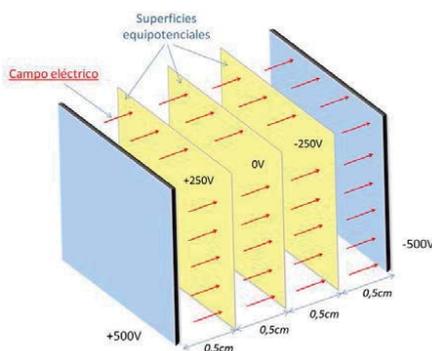
4.6 Superficies equipotenciales

- Si un campo de fuerzas, es conservativo, además de representarlo por líneas de fuerza, también se representa por superficies equipotenciales.
- Por lo tanto, el campo eléctrico se pueden representar mediante superficies equipotenciales: lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial.
- Las superficies equipotenciales, creadas por una carga puntual, son esferas concéntricas, cuyo centro está en carga q_1 que crea el potencial (el campo).
 - Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de campo.
 - A lo largo de una superficie equipotencial el trabajo que se realiza es nulo.
 - El vector intensidad de campo eléctrico se dirige siempre hacia potenciales decrecientes.



4.7 Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme

- Entre las placas de un condensador existe un campo eléctrico uniforme.



$$V_a - V_b = -\frac{W_{ab}}{q_2} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\vec{E} \int_a^b d\vec{r} = -\vec{E}(\vec{r}_b - \vec{r}_a)$$

$$\vec{E} = E \cdot \vec{i}$$

$$\vec{r}_b - \vec{r}_a = (x_b - x_a)\hat{i} + (y_b - y_a)\hat{j} + (z_b - z_a)\hat{k}$$

$$V_b - V_a = -E(x_b - x_a) = -E d$$

- Cuando una carga testigo q_2 se desplaza en un campo eléctrico uniforme, varía su energía potencial, de modo que:

$$E_p(b) - E_p(a) = -q_2 E d$$

$$1 \text{ eV} = e \cdot V_{ab} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C } 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Julios}$$

7. Una carga puntual de $10 \mu\text{C}$ se encuentra situada en el punto de coordenadas $(0, 0)$, en el seno de un campo eléctrico uniforme de valor 500 V/m , dirigido hacia valores positivos del eje X. Esta carga ha sido desplazada, a velocidad constante, hasta el punto $(4, 2) \text{ cm}$, y desde aquí hasta el punto $(6, -1) \text{ cm}$. Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico en cada uno de los desplazamientos.

4.8 Relación entre intensidad de campo eléctrico y potencial

- Campo eléctrico constante en la dirección del eje X:

$$V_B - V_A = -E_x(x_B - x_A) = -E_x \Delta x \quad \Rightarrow \quad dV = -E_x dx$$

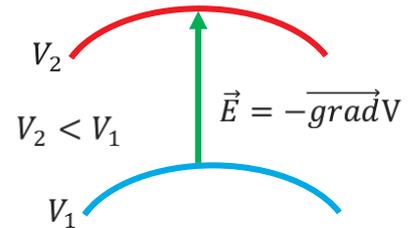
- Podemos conocer el valor de un campo eléctrico uniforme derivando la expresión del potencial con respecto a la coordenada en función de la cual varía y anteponiendo el signo negativo:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{dV}{dx} \hat{i}$$

- Potencial varía en función de las tres coordenadas:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k}\right) = -\overrightarrow{\text{grad}V} = -\vec{\nabla}V$$

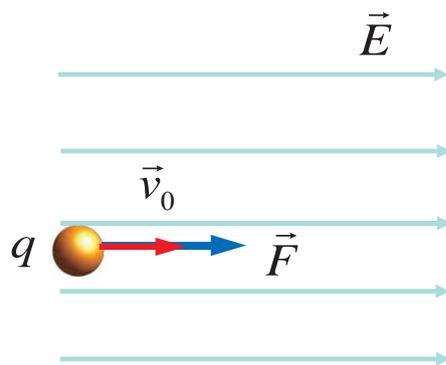


8. El potencial a lo largo del eje X varía según la expresión $V(x) = x^2 + 2x - 8 \text{ V}$.

- Representa la gráfica del potencial.
- Deduce la expresión del campo eléctrico en cualquier punto.
- Calcula y representa el vector \vec{E} en los puntos $(-4, 0)$ y $(0, 0)$.

5.1 Movimiento de partículas en un campo eléctrico uniforme

- Partículas que inciden en la dirección del campo



- Aparece una fuerza: $\vec{F} = q\vec{E}$

- Que realiza un trabajo cuando se desplaza una distancia d:

$$W = qEd$$

- Que se invierte en un ΔE_c :

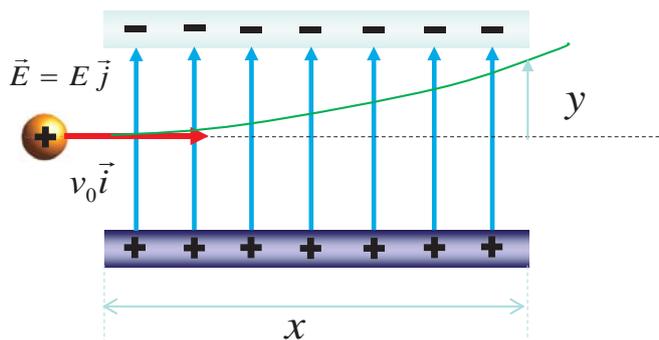
$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = qEd \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEd}{m}}$$

- Si la carga es positiva, su velocidad irá aumentando.
- Si la carga es negativa, su velocidad irá disminuyendo.

9. Un electrón que tiene una velocidad inicial de $5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ se introduce en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme dirigido a lo largo de la dirección del movimiento del electrón. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico si el electrón recorre 5 cm desde su posición inicial antes de detenerse?

5.2 Movimiento de partículas en un campo eléctrico uniforme

• Partículas que inciden perpendicularmente a la dirección del campo



- Al entrar en el campo:

$$qE = ma_y \Rightarrow a_y = \frac{qE}{m}$$

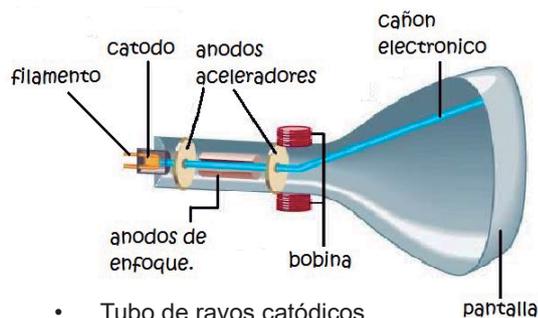
- Por tanto:

$$x = v_0 t \quad y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{qE}{2m} t^2$$

- Combinando ambas ecuaciones.

$$y = \frac{qE}{2mv_0^2} x^2$$

- La trayectoria es un parábola

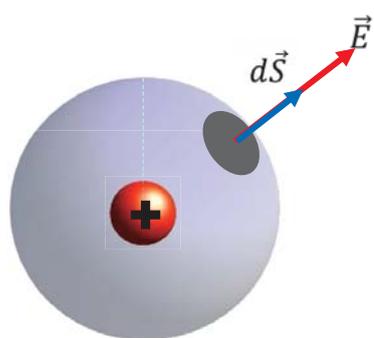


- Tubo de rayos catódicos

10. Un electrón es introducido en un campo eléctrico uniforme en dirección perpendicular a sus líneas de fuerza con una velocidad inicial de 10^4 m/s. La intensidad del campo es de 10^5 V/m. Calcula: a) La aceleración que experimenta el electrón. b) La ecuación de la trayectoria.

6.1 Teorema de Gauss

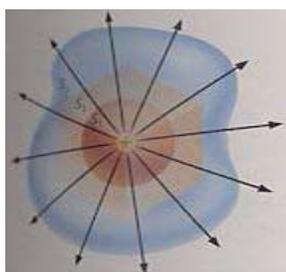
- Relaciona el flujo a través de una superficie cerrada con la carga contenida en su interior.



$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E dS = E \oint dS$$

- Sustituyendo el valor del campo en los puntos de la superficie e integrando dS .

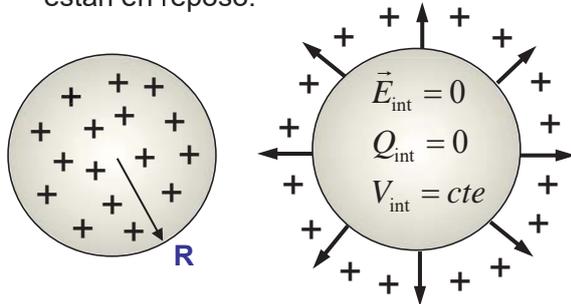
$$\Phi = E \oint dS = k \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi kq = \frac{q}{\epsilon_0}$$



- **Teorema de Gauss:** El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es independiente de la forma de la superficie e igual a la carga contenida dividida por ϵ_0 .

6.2 Campo electrostático en la materia

- En los aislantes (dieléctricos) no existen electrones libres.
- En los conductores existen cargas eléctricas, electrones, que pueden moverse libremente a través del material. Un conductor neutro posee tantas cargas + como -.
- Cargar un conductor es dotarlo de un exceso o defecto de electrones.
- Un conductor cargado está en EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO cuando sus cargas libres están en reposo.



Conductor esférico, cargado, de radio R

Conductor cargado en Equilibrio Electrostático

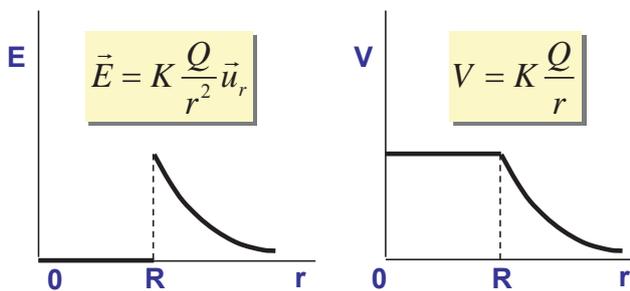
• LA CARGA SE DISTRIBUYE POR LA SUPERFICIE EXTERIOR DEL CONDUCTOR, ya que al cargar el conductor, las cargas tienden a alejarse lo más posible.

• EL CAMPO ELÉCTRICO EN SU INTERIOR ES NULO, de lo contrario, las cargas se moverían, no estarían en reposo:

$$\vec{F} = q\vec{E}, \text{ si } \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$$

• TODOS LOS PUNTOS DEL CONDUCTOR ESTÁN AL MISMO POTENCIAL, es un volumen equipotencial:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} = 0 \Rightarrow V = cte$$



- Para los puntos $r > R$ (radio de la esfera) el campo y el potencial creados por la esfera con carga Q, son el mismo que crearía una carga puntual Q, situada en el centro de esa esfera.

7.1 Analogías y diferencias entre los campos gravitatorio y eléctrico

• ANALOGÍAS

- **Son campos vectoriales:** se definen los vectores fuerza e intensidad de campo:
- Tienen expresiones matemáticas análogas: leyes de Newton y de Coulomb.
- **Son campos de fuerzas centrales** o radiales porque la fuerza está dirigida en la dirección del radio vector que une los centros de las cargas/masas.
- Ambos se conciben como una propiedad del espacio y actúan sobre la misma propiedad que los crea.
- **Son campos conservativos:** el trabajo realizado por los campos sólo depende de los puntos inicial y final.

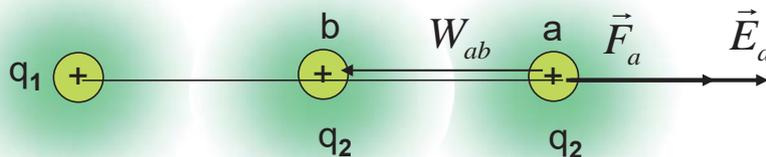
• DIFERENCIAS

- La Fuerza Gravitatoria (FG) está asociada a la masa y es atractiva. La Fuerza Eléctrica (FE) está asociada a la carga y puede ser atractiva o repulsiva (hay dos tipos de cargas).
- La constante G es universal y muy pequeña, la constante K depende del medio y es grande. La FG es mucho más débil que la FE.
- El campo gravitatorio atraviesa la materia, el campo eléctrico se puede apantallar.
- En el campo gravitatorio hay sumideros de líneas de fuerza, en el eléctrico manantiales y sumideros.
- La energía potencial y el potencial en el campo gravitatorio son (-) y en el eléctrico son (+) o (-).

8.1 Ejercicios de campo eléctrico

7. Calcular el módulo del campo creado por una partícula de $10 \mu\text{C}$, en el vacío, a 10 m de distancia. Se coloca otra carga de $6 \mu\text{C}$ en el punto antes considerado; calcular la fuerza que actúa sobre ella. Hacer un esquema. Calcular el trabajo que se realiza si se acercan 1 m .

- a) El campo eléctrico en a depende del valor de la carga que lo crea y de la distancia:
$$\vec{E}_a = k \frac{q_1}{r_a^2} \vec{u}_{ra} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-5} \text{C}}{(10\text{m})^2} \vec{u}_{ra} = 900 \vec{u}_{ra} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$



- b) Fuerza sobre la carga 2:
$$\vec{F}_{eléc} = q_2 \vec{E}_a = 6 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 900 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} = 54 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$
- c) El trabajo para acercar la segunda carga a la primera 1 m vale:

$$w_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} d\vec{r} = \int_a^b k \frac{q_1 q_2}{r^2} dr = k q_1 q_2 \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b = k q_1 q_2 \left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right] \Rightarrow$$

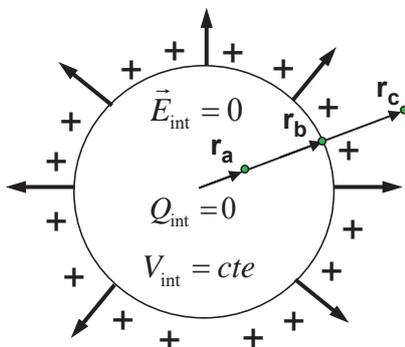
$$w_{a \rightarrow b} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-5} \text{C} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{C} \left[\frac{1}{10\text{m}} - \frac{1}{9\text{m}} \right] = -0,6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

- Trabajo negativo, se hace **contra las fuerzas del campo**, por parte de un agente externo.

8.2 Ejercicios de campo eléctrico

9. Una esfera de 20 cm de radio tiene una carga de $2 \mu\text{C}$. Calcular el campo y el potencial en los puntos que dictan de su centro 6 cm , 20 cm y 30 cm .

- La esfera cargada, supuestamente conductora, se encuentra en equilibrio electrostático:



- El campo eléctrico en los distintos puntos:

$$\vec{E}_a = 0$$

$$\vec{E}_b = k \frac{q_1}{r_b^2} \vec{u}_{rb} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(0,2\text{m})^2} \vec{u}_{rb} = 4,5 \cdot 10^5 \vec{u}_{rb} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_c = k \frac{q_1}{r_c^2} \vec{u}_{rc} = 2 \cdot 10^5 \vec{u}_{rc} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

- El potencial eléctrico en los distintos puntos vale:

$$V_a = V_b = k \frac{q_1}{r_b} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{0,2\text{m}} = 9 \cdot 10^4 \text{ V} \rightarrow V_c = k \frac{q_1}{r_c} = 6 \cdot 10^4 \text{ V}$$

8.3 Ejercicios de campo eléctrico

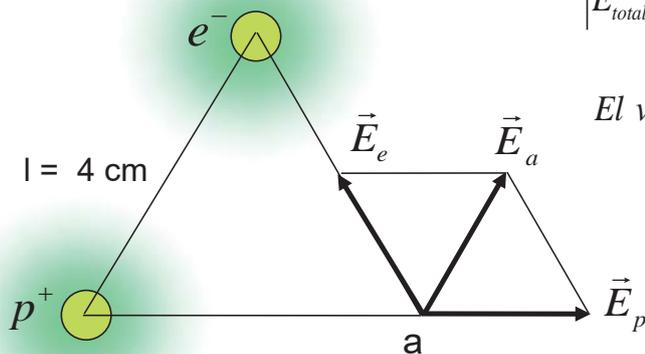
12. Calcular: a) el campo en el vértice de un triángulo equilátero de 4cm de lado, en cuyos vértices hay un protón y un electrón; b) la energía potencial electrostática del sistema.

- El campo en el vértice **a** del triángulo es la suma vectorial de los campos que crean cada una de las cargas situadas en los otros dos vértices:

$$|\vec{E}_{p^+}| = k \frac{q_{p^+}}{l^2} \vec{u}_l = 9 \cdot 10^9 \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} = |\vec{E}_{e^-}|$$

$$|\vec{E}_{total}| = 2E \cos 60 = 2 \cdot 9 \cdot 10^{-7} \cos 60 = 9 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$\text{El vector } \vec{E}_{total} = 9 \cdot 10^{-7} [\cos 60 \vec{i} + \text{sen} 60 \vec{j}] \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$



- La energía potencial del sistema formado por las dos cargas eléctricas:

$$E_{pot} = k \frac{p^+ \cdot e^-}{l} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} (-1,6 \cdot 10^{-19}) \text{ C}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = -5,76 \cdot 10^{-27} \text{ J}$$

8.4 Ejercicios de campo eléctrico

24. Dos cargas puntuales de $-1\mu\text{C}$ y $+1\mu\text{C}$ están situadas en los puntos $(0,1)$ y $(0,-1)$ respectivamente. Calcular: a) el campo eléctrico en el punto $A(2,0)$; b) el trabajo necesario para trasladar una carga de $+1\mu\text{C}$ desde el punto A hasta el B $(1,0)$, indicando quien realiza dicho trabajo.

- El campo eléctrico en el punto **A** es la suma vectorial de los campos que originan en dicho punto cada una de las cargas. Los módulos de los campos valen:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = k \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{(\sqrt{5})^2} = 1800 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$|\vec{E}_{total}| = 2E_{1y} = 2E_1 \cos \alpha = 2 \cdot 1800 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 1610 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

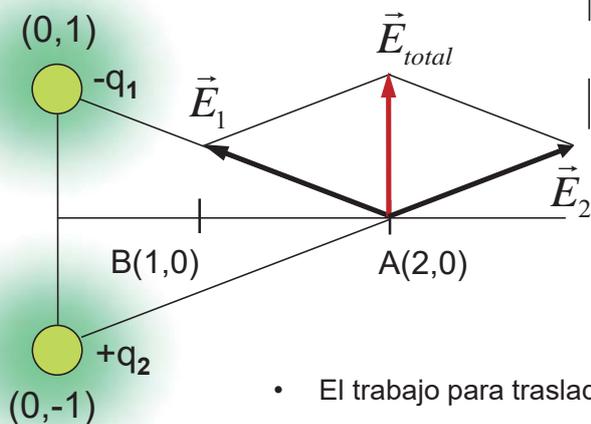
- El vector campo eléctrico en el punto A tiene por expresión:

$$\vec{E}_{total} = 1610 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

- El trabajo para trasladar una carga desde el punto A hasta el punto B:

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B) = 0 \text{ ya que: } V_A = k \sum \frac{q}{r} = k \left[\frac{q_1}{r} - \frac{q_2}{r} \right] = 0 = V_B$$

- No se realiza trabajo, los puntos **A** y **B**, pertenecen a una superficie equipotencial.

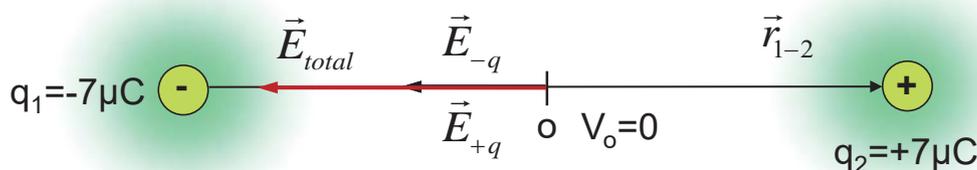


8.5 Ejercicios de campo eléctrico

27. Dos cargas de -7 y $+7\mu\text{C}$ se encuentran separadas una distancia de 80 cm. a) ¿Existe algún punto de la recta definida por las dos cargas para el cuál el potencial es cero?. Si es así, determina su posición y calcula el valor de la intensidad de campo en ese punto. b) ¿Existe algún punto de dicha recta en el cual la intensidad de campo sea igual a cero?. Explicarlo.

- La suma de los potenciales que crean cada una de las cargas debe ser cero:

$$V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} = 0 \Rightarrow r_1 = r_2$$



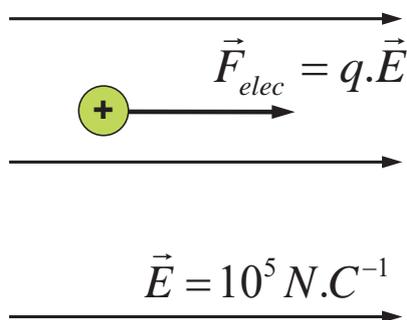
- El campo eléctrico en el punto 0 , es la suma vectorial de los campos que crean ambas cargas en dicho punto:

$$\vec{E}_{total} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{7 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(0,4\text{m})^2} \vec{u}_r = 7,88 \cdot 10^5 (-\vec{i}) \text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

- b) No existe ningún punto de la recta donde el campo eléctrico sea cero, ya que los campos creados por cada una de las cargas tienen la misma dirección y el mismo sentido.

8.6 Ejercicios de campo eléctrico

34. Un protón, inicialmente en reposo, es acelerado por un campo eléctrico uniforme $E=10^5$ N/C, hasta que adquiere una velocidad de 1000 m/s. Calcular: a) espacio recorrido por la partícula; b) diferencia de potencial entre los puntos extremos del recorrido y variación de la energía cinética y de la energía potencial del protón entre dichos puntos.



- Mediante un balance de energía:

$$W_{F_{elec}} = \Delta E_c \Rightarrow F_{elec} s = qEs = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot s = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg} (10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2} \Rightarrow s = 5,2 \cdot 10^{-8} \text{m}$$

- El campo se dirige hacia potenciales decrecientes:

$$\frac{W_{F_{elec}}}{q} = -\Delta V = Es = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{V} \Rightarrow \Delta V = -5,2 \cdot 10^{-3} \text{V}$$

- El campo eléctrico es conservativo:

$$W_{F_{elec}} = \Delta E_c = -\Delta E_p = 8,35 \cdot 10^{-22} \text{J}$$

9.1 Cuestiones de campo eléctrico

1. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d . a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?. b) Repetir el apartado anterior suponiendo que las cargas fueran de distinto signo.
2. Indicar si son o no correctas las frases, justificando las respuestas: a) Si dos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en los puntos del segmento que une dichos puntos es nulo. b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentra a distinto potencial eléctrico, es nulo.
3. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Qué diferencias puedes señalar entre la interacción electrostática entre dos cargas puntuales y la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales. b) ¿Existe fuerza electromotriz inducida en una espira colocada frente a un imán?.
4. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales en el punto medio del segmento que las une?. b) ¿Se puede determinar el campo eléctrico en un punto si conocemos el valor del potencial en ese punto?
5. Razonar si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye, al pasar del punto A al punto B, siendo el potencial en A mayor que el potencial en B. b) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razonar si la carga Q es positiva o negativa.
6. a) Explicar las analogías y diferencias entre el campo electrostático creado por una carga puntual y el campo gravitatorio creado por una masa puntual, en relación con su origen, intensidad relativa, y carácter atractivo/repulsivo. b) ¿Puede anularse el campo gravitatorio y/o el campo eléctrico en un punto del segmento que une a dos partículas cargadas? Razona la respuesta.

9.2 Cuestiones de campo eléctrico

7. En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros ejes. a) Dibujar en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales. b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?.
8. Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razone cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve: a) En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?. b) En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?.
9. Dos cargas eléctrica puntuales, positivas e iguales están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Puede ser nulo el potencial en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? b) Si separamos las cargas a una distancia doble de la inicial, ¿se reduce a la mitad la energía potencial del sistema?.

9.3 Problemas de campo eléctrico

10. Determinar, razonadamente en qué punto (o puntos) del plano XY es nula la intensidad de campo eléctrico creado por dos cargas idénticas de $q_1 = q_2 = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, situadas en los puntos $(-2,0)$ y $(2,0)$. ¿Es también nulo el potencial en ese punto (o puntos)? . Calcula su valor.

11. Una partícula de carga $6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en reposo en el punto $(0,0)$. Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 N/C , dirigido en el sentido positivo del eje OY. a) Describir la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento?, ¿en qué se convierte dicha variación de energía?. b) Calcular el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.

12. Dos cargas puntuales, $q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, están situadas, respectivamente, en los puntos A y B de una recta horizontal, separados 20 cm . a) Razonar cómo varía el campo electrostático entre el punto A y B y representar gráficamente dicha variación en función de la distancia al punto A. b) ¿Existe algún punto de la recta que contiene a las cargas en el que el campo sea cero?. En caso afirmativo, calcular su posición. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

13. Dos cargas $q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, están fijas en los puntos P1 $(0,2) \text{ m}$ y P2 $(1,0) \text{ m}$, respectivamente. a). Dibujar el campo eléctrico producido por cada una de las cargas en el punto O $(0,0) \text{ m}$ y en el punto P $(1,2) \text{ m}$ y calcular el campo eléctrico total en el punto P. b) Calcular el trabajo necesario para desplazar una carga $q = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto O hasta el punto P y explicar el significado físico de dicho trabajo. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

14. Dos partículas con cargas positivas iguales de $4 \cdot 10^{-6}$ ocupan dos vértices consecutivos de un cuadrado de 1 m de lado. a) Calcular el potencial electrostático creado por ambas cargas en el centro del cuadrado. ¿Se modificaría el resultado si las cargas fueran de signos opuestos?. b) Calcular el trabajo necesario para trasladar una carga $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ desde uno de los vértices restantes hasta el centro del cuadrado. ¿Depende este resultado de la trayectoria seguida por la carga?. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

9.4 Problemas de campo eléctrico

15. En las proximidades de la superficie terrestre se aplica un campo eléctrico uniforme. Se observa que al soltar una partícula de 2 g cargada con $5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ permanece en reposo. a) Determinar razonadamente las características del campo eléctrico (módulo, dirección y sentido). b) Explicar qué ocurriría si la carga fuera: i) $10 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; ii) $-5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$.

16. Dos pequeñas bolitas, de 20 g cada una, están sujetas por hilos de $2,0 \text{ m}$ de longitud suspendidas de un punto común. Cuando ambas se cargan con la misma carga eléctrica, los hilos se separan hasta formar un ángulo de 15° . Suponga que se encuentran en el vacío, próximas a la superficie de la Tierra: a) Calcule la carga eléctrica comunicada a cada bolita. b) Se duplica la carga eléctrica de la bolita de la derecha. Dibuje en un esquema las dos situaciones (antes y después de duplicar la carga de una de las bolitas) e indique todas las fuerzas que actúan sobre ambas bolitas en la nueva situación de equilibrio. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

17. Dos cargas puntuales iguales de $-1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ cada una, están situadas en los puntos A $(0,8) \text{ m}$ y B $(6,0) \text{ m}$. Una tercera carga, de $-1,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, se sitúa en el punto P $(3,4) \text{ m}$. a) Represente en un esquema las fuerzas que se ejercen entre las cargas y calcule la resultante sobre la tercera carga. b) Calcule la energía potencial de dicha carga. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

18. Dos partículas de 10 g se encuentran suspendidas por dos hilos de 30 cm desde un mismo punto. Si se les suministra a ambas partículas la misma carga, se separan de modo que los hilos forman entre sí un ángulo de 60° . a) Dibuje en un diagrama las fuerzas que actúan sobre las partículas y analice la energía del sistema en esa situación. b) Calcule el valor de la carga que se suministra a cada partícula. $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

19. El campo eléctrico en el punto P, creado por una carga q situada en el origen de coordenadas, es de $2000 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ y el potencial eléctrico en P es de 6000 V . a) Determine el valor de q y la distancia del punto P al origen. b) Calcule el trabajo realizado al desplazar otra carga $Q = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto $(3,0) \text{ m}$ al punto $(0,3) \text{ m}$. Explique porqué no hay que especificar la trayectoria seguida.