CUESTIONES Y PROBLEMAS SOBRE TRABAJO Y ENERGÍA

2022. Junio

A.1. a) i) Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas. ii) Explique razonadamente cómo se modifica la relación si intervienen además fuerzas no conservativas.

b) Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,2. Determine, mediante consideraciones energéticas: i) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m. ii) La velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m. g = 9,8 m s^{-2}

a) i) La energía cinética es la energía que tiene un cuerpo debido a su movimiento. Se calcula con $Ec = \frac{1}{2}mv^2$

La energía potencial es la energía almacenada por un cuerpo debido a que sobre él actúa una fuerza conservativa. Existen tres tipos: Energía potencial gravitatoria, energía potencial elástica y energía potencial eléctrica.

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potenciales que posee el cuerpo. $E_M = Ec + Ep$

Las variaciones de estas energías están relacionadas con el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

$W_{TOT} = \Delta Ec$ $\quad W_{FC} = -\Delta Ep$ $\quad W_{FNC} = \Delta E_M$

Si sólo actúan fuerzas conservativas, entonces $W_{FNC} = 0 \rightarrow E_M = cte$

Y también $\Delta Ec = W_{FC} = -\Delta Ep \rightarrow \Delta Ec = -\Delta Ep$

ii) Si además existen fuerzas no conservativas aplicadas:

Si las fuerzas no conservativas no realizan trabajo, sigue cumpliendo que $E_M = cte$ y $\Delta Ec = -\Delta Ep$

Si realizan trabajo, la energía mecánica varía $\Delta E_M = W_{FNC}$

Y la variación de energía potencial ya no coincide con la variación de energía potencial, con signo opuesto. Ahora:

$\Delta Ec = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC}$

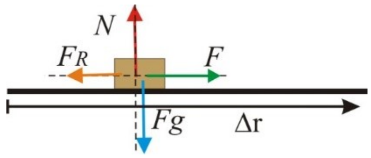
b) Esquema de fuerzas que actúan:

Fuerza gravitatoria (conservativa): $Fg = m \cdot g = 29,4\ N$

Normal (no conservativa): $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = Fg = m \cdot g = 29,4\ N$

Fuerza aplicada (no conservativa): $F = 12\ N$

Fuerza de rozamiento (no conservativa): $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 5,88\ N$



i) Suponiendo que el rozamiento se mantiene constante durante el desplazamiento ($W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos\alpha$):

$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos180º = -\mu m g \Delta r = -58,8\ J$

ii) Aplicamos el teorema trabajo-energía cinética para resolver la cuestión $\Delta Ec = W_{TOT}$

Trabajo realizado por las fuerzas que actúan:

- Fuerza gravitatoria: No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento (α = 90º)
- Normal: No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento (α = 90º)
- Fuerza aplicada: $W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos0º = F \cdot \Delta r = 12\ N \cdot 10m = 120\ J$
- Fuerza de rozamiento (ya calculado): $W_{FR} = -58,8\ J$

Así: $\Delta Ec = W_{TOT} = W_{Fg} + W_N + W_F + W_{FR} = 120\ J - 58,8\ J = 61,2\ J$

La energía cinética aumenta en 61,2 J. Como inicialmente el cuerpo estaba en reposo, su energía cinética era nula. Por tanto, la energía cinética el final del desplazamiento es de 61,2 J

$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = 61,2\ J$ Sustituimos $m = 3\ kg$ y despejamos la velocidad: $v = 6,39\ m\ s^{-1}$.

(También puede resolverse aplicando conservación de la energía mecánica, teniendo en cuenta que la energía potencial gravitatoria es cero al principio y al final, y sumando el trabajo de todas las fuerzas no conservativas $\Delta E_M = W_{FNC}$)

2022. Julio

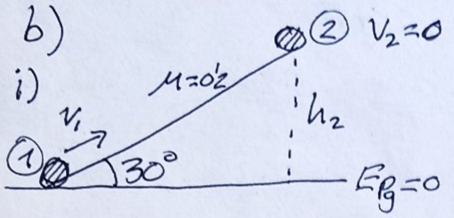
A.1. a) (Este apartado es de "Interacción gravitatoria". Ver el documento correspondiente)

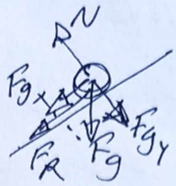
b) Un bloque de 2 kg asciende con una velocidad inicial de 8 m s^{-1} por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal hasta detenerse momentáneamente. A continuación, el bloque desciende hasta llegar al punto de partida. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2. Determine mediante consideraciones energéticas: i) la altura máxima a la que llega el bloque y ii) la velocidad con la que regresa el bloque al punto de partida.

g = 9,8 m s^{-2}

b)

i)





$F_g = mg = 19'6\ N$

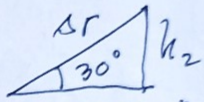
$F_{g_y} = mg\cos 30^\circ = 16'97\ N$

$N = F_{g_y} = 16'97\ N$

$F_R = \mu \cdot N = 3'39\ N$

Aplicamos ppio conservación E_M

$\Delta E_M = W_{FNC} = \underbrace{W_N}_{=0\text{ (es perpendicular al }\Delta r)} + W_{F_R} = W_{F_R}$



$\text{sen}30^\circ = \frac{h_2}{\Delta r}$

$\Delta r = \frac{h_2}{\text{sen}30^\circ} = 2h_2$

$E_{M_1} = E_{c_1} + E_{pg_1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\cancel{h_1}^{0} = \frac{1}{2}mv_1^2$

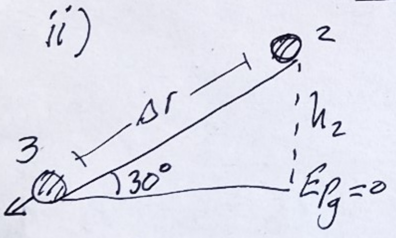
$E_{M_2} = E_{c_2} + E_{pg_2} = \cancel{\frac{1}{2}mv_2^2}^{0} + mgh_2 = mgh_2$

$W_{F_R} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -F_R \cdot \Delta r = -2F_R \cdot h_2$

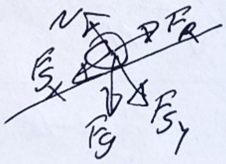
Así $\rightarrow$ $mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -2F_R h_2$

$19'6 \cdot h_2 - 64 = -6'78 \cdot h_2 \rightarrow \boxed{h_2 = 2'43\ m}$

ii)



$\Delta r = 2h_2 = 4'86\ m$



$F_R = \mu N = 3'39\ N$ (igual que en i)

Aplic. ppio conservación E_M $\Delta E_M = W_{FNC} \rightarrow E_{M_3} - E_{M_2} = W_{F_R}$

$E_{M_2} = \cancel{E_{c_2}} + E_{pg_2} = mgh_2 = 47'63\ J$

$E_{M_3} = E_{c_3} + \cancel{E_{pg_3}}^{0} = \frac{1}{2}mV_3^2 = V_3^2$

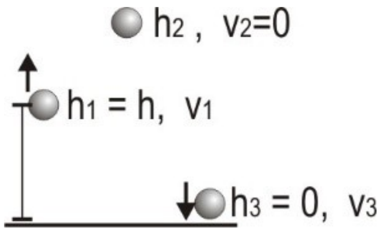
$W_{F_R} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -16'48\ J$

Así $\rightarrow$ $V_3^2 - 47'63 = -16'48 \rightarrow \boxed{V_3 = 5'58\ m\,s^{-1}}$

2021. Junio

A.1. a) Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas: i) La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo. ii) La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo.

b) Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0,2 con una velocidad inicial de 6 m s^{-1}. Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine: i) La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado. ii) La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima. **g = 9,8 m s^{-2}**



a) Una vez lanzado, sobre el cuerpo actúa únicamente la fuerza gravitatoria, que es conservativa (si despreciamos el rozamiento con la atmósfera). Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, ésta permanecerá constante durante el movimiento. $E_M = Ec + Ep_g = \frac{1}{2}mv^2 + m \cdot g \cdot h$

Consideramos que la gravedad se mantiene constante (suponiendo que la altura que alcanza en todo momento es despreciable comparada con el radio del planeta, pienso que es algo que debería aclarar el enunciado). Podemos calcular la energía potencial con la expresión $Ep_g = m \cdot g \cdot h$ (nivel cero de Ep_g en el suelo, $h = 0\ m$)

i) Inicialmente, se lanza desde una altura $h_1 = h$, con una energía cinética igual a la potencial

$Ec_1 = Ep_{g1} = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_{M1} = 2 \cdot Ep_{g1} = 2 \cdot m \cdot g \cdot h$

Cuando alcanza su altura máxima, su energía cinética es nula $Ec_2 = 0 \rightarrow E_{M2} = Ep_{g2} = m \cdot g \cdot h_2$

$E_M = cte \rightarrow E_{M2} = E_{M1} \rightarrow \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot h_2 = 2 \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot h \rightarrow h_2 = 2 \cdot h$ Alcanza una altura doble de la inicial

ii) Cuando llega al suelo, su energía potencial se anula $Ep_{g3} = 0 \rightarrow E_{M3} = Ec_3 = \frac{1}{2}m \cdot v_3^2$

$E_M = cte \rightarrow E_{M3} = E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} = 2 \cdot Ec_1 \rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m} \cdot v_3^2 = 2 \cdot \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m} \cdot v_1^2 \rightarrow v_3 = \sqrt{2} \cdot v_1$

b) Aplicamos en esta cuestión la conservación (o no) de la energía mecánica del cuerpo $\Delta E_M = W_{FNC}$.

i) Tramo horizontal: Fuerzas aplicadas: $Fg = m \cdot g$; $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = Fg = m \cdot g$; $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

La fuerza gravitatoria es conservativa, la normal y la fuerza de rozamiento son no conservativas.

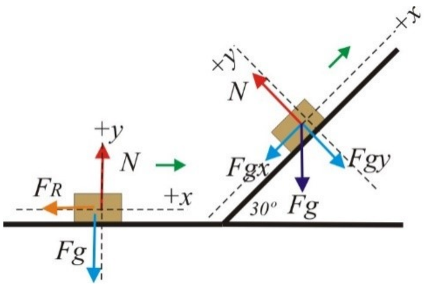
$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} = \frac{1}{2}m{v_1}^2 + 0 = \frac{1}{2}m{v_1}^2$$

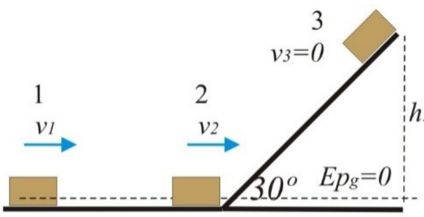
$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + 0 = \frac{1}{2}m{v_2}^2$$

$$W_{FNC} = W_N + W_{FR} = 0 + F_R \cdot \Delta r \cdot cos180º = -\mu m g \Delta r$$

La energía mecánica no se mantiene constante. $E_{M2} - E_{M1} = W_{FNC} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}{v_2}^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}{v_1}^2 = -\mu \cancel{m} g \Delta r$

Sustituyendo los datos ($v_1 = 6\ ms^{-1}$, $g = 9,8\ ms^{-2}$, $\mu = 0,2$, $\Delta r = 5\ m$) y despejando, obtenemos $v_2 = 4,05\ m/s$





ii) Subida por el plano inclinado: Fuerzas que actúan: $Fg = m \cdot g$, conservativa. Normal $N = Fg_y = m \cdot g \cdot cos30º$. No conservativa. La única fuerza no conservativa que actúa es la normal, pero no realiza trabajo al ser perpendicular al desplazamiento. La energía mecánica se mantiene constante. $E_M = cte$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + 0 = \frac{1}{2}m{v_2}^2$$

$$E_{M3} = Ec_3 + Ep_{g3} = 0 + m \cdot g \cdot h_3 = m \cdot g \cdot h_3$$

$W_{FNC} = W_N = 0 \rightarrow E_M = cte$ $E_{M3} = E_{M2} \rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot h_3 = \frac{1}{2}\cancel{m}{v_2}^2 \rightarrow h_3 = \frac{{v_2}^2}{2 \cdot g} = 0,8367\ m$

La distancia recorrida sobre el plano $d = \frac{h_3}{sen30º} = 1,673\ m$

2021. Julio

A.2. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases: i) El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada. ii) En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la diminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética.

b) Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30º respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. i) Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos. ii) Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m. **$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$**

a) i) La afirmación es correcta, ya que esa es precisamente una de las definiciones de fuerza conservativa: "Aquella fuerza tal que el trabajo que realiza a lo largo de cualquier camino cerrado es nulo". $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

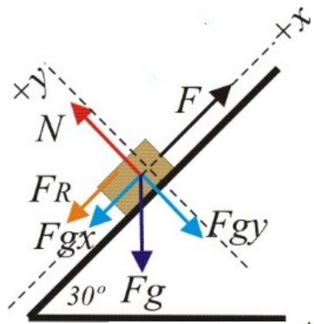
(También es válido razonarlo a partir de la energía potencial, $W_{Fc} = -\Delta Ep$, y como la variación de Ep no depende del camino, sólo de los puntos inicial y final, que son el mismo punto en un camino cerrado, la Ep es la misma al principio y al final $\Delta Ep = 0 \rightarrow W_{Fc} = 0$)

ii) El existir rozamiento, existe una fuerza no conservativa que hace variar la energía mecánica del objeto.

$\Delta E_M = W_{FR} \rightarrow \Delta E_C + \Delta E_p = W_{FR} \rightarrow \Delta E_C = -\Delta E_p + W_{FR}$ No coinciden ambas variaciones

La afirmación es falsa, ya que hay una parte de la energía que se disipa en forma de calor al medio (W_{FR}). Sólo sería cierta en el caso de que la energía mecánica se mantuviera constante.

b)



i) Fuerzas que actúan:

Gravitatoria: $Fg = m \cdot g = 19{,}6\ N$, conservativa. $Fg_x = m \cdot g \cdot sen30º = 9{,}8\ N$

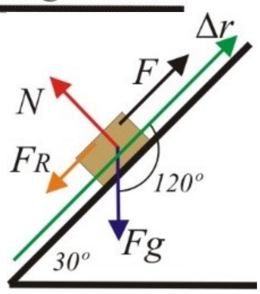
$Fg_y = m \cdot g \cdot cos30º = 16{,}97\ N$

Normal $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = Fg_y = 16{,}97\ N$. No conservativa.

Rozamiento: $F_R = \mu \cdot N = 1{,}697\ N$. No conservativa.

Fuerza aplicada: $F = 30\ N$. No conservativa.

ii) (Existen varias formas de resolver esta cuestión). Calculamos el trabajo que realiza cada fuerza durante el desplazamiento, que es: $\Delta r = \frac{h}{sen30º} = \frac{1{,}5\ m}{sen30º} = 3\ m$



Gravitatoria: $W_{Fg} = m \cdot g \cdot \Delta r \cdot cos120º = -29{,}4\ J$ (también puede calcularse como $W_{Fgx} + W_{Fgy}$)

Normal: $W_N = N \cdot \Delta r \cdot cos90º = 0\ J$

Rozamiento: $W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos180º = -5{,}091\ J$

Fuerza aplicada: $W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos0º = 90\ J$

(De los 90 J que aporta la fuerza aplicada, 29,4 se almacenan en forma de Epg, y 5,091 J se disipan en forma de calor debido al rozamiento. El resto se invierte en aumentar la energía cinética).

Aplicando las relaciones entre trabajo y energía:

$$\Delta E_c = W_{total} = W_{Fg} + W_F + W_N + W_{FR} = -29{,}4\ J + 90\ J + 0\ J - 5{,}091\ J = 55{,}509\ J$$

$$\Delta E_{pg} = -W_{Fg} = -(-29{,}4\ J) = 29{,}4\ J$$

$$\Delta E_M = W_{FNC} = W_F + W_N + W_{FR} = 90\ J + 0\ J - 5{,}091\ J = 84{,}909\ J$$

(También puede resolverse calculando $\Delta E_{pg} = mgh_2 - mgh_1$, luego $\Delta E_M = W_{FNC}$, y finalmente $\Delta E_c = \Delta E_M - \Delta E_{pg}$) (Recordemos que NO puede calcularse la energía cinética por cinemática, con la ecuación de un MRUA)

Julio 2020. 5

5. a) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.

b) Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 m s^{-1}. El coeficiente de rozamiento es 0,2. i) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano. Determine, mediante consideraciones energéticas: ii) La altura máxima que alcanza el cuerpo. iii) La velocidad con la que vuelve al punto de partida. g = 9,8 m s^{-2}

a) Esta cuestión se puede responder de muchas formas. Veamos algunas:

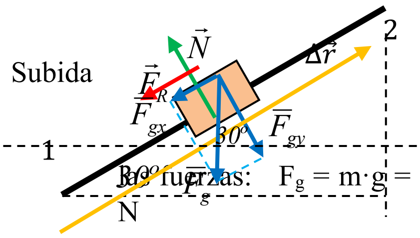
- La energía mecánica es la suma de la energía cinética y la potencial (entendida como suma de todas las energías potenciales almacenadas) de un cuerpo. $E_M = Ec + Ep$

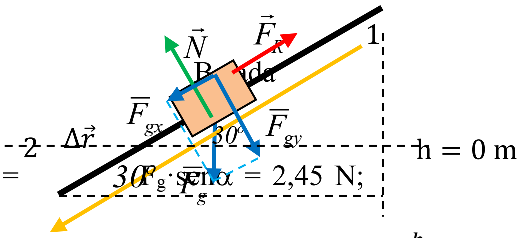
La variación de E_M es $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep$ Vemos que para que $\Delta Ec = -\Delta Ep$, debe cumplirse que $\Delta E_M = 0$, es decir, que el trabajo de las fuerzas no conservativas sea nulo, ya sea porque sólo hay fuerzas conservativas aplicadas, o porque el trabajo neto de las no conservativas sea nulo.

Por lo tanto, no siempre va a coincidir el aumento de la Ec con la disminución de Ep.

- Podemos poner un ejemplo: Empujamos un bloque sobre una superficie horizontal sin rozamiento, de forma que acelera. Aumenta su energía cinética, pero su energía potencial gravitatoria (la única que posee el cuerpo) se mantiene constante. Incluso podría aumentar Epg también si la superficie es un plano inclinado y empujamos de forma que sube de forma acelerada. No se cumple siempre lo que establece el enunciado.

b) **i)** Tanto durante la subida como la bajada, las fuerzas que actúan son la gravitatoria (que descomponemos en dos componentes, x e y), la normal, y la fuerza de rozamiento, como puede verse en los esquemas.





Valores de las fuerzas: $F_g = m \cdot g = 4,9$ N; $F_{gx} = F_g \cdot sen\alpha = 2,45$ N; $F_{gy} = F_g \cdot cos\alpha = 4,24$ N

$N = F_{gy} = 4,24$ N $\quad F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos30º = 0,85$ N $\quad$ Relación entre h_2 e Δr $\quad \Delta r = \frac{h_2}{sen30º}$

ii) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica $\Delta E_M = W_{FNC}$, vemos que la energía mecánica no se mantiene constante, ya que existe aplicada una fuerza no conservativa, el rozamiento, que realiza trabajo negativo (va en contra del desplazamiento), con lo que la energía mecánica disminuirá. Inicialmente el cuerpo posee energía cinética, pero no potencial, gravitatoria, y finalmente su energía cinética se anula, quedando sólo energía potencial gravitatoria.

$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} = \frac{1}{2}m{v_1}^2 + 0 = \frac{1}{2}m{v_1}^2 = 6,25\,J$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} = 0 + m \cdot g \cdot h_2 = m \cdot g \cdot h_2 = 4,9 \cdot h_2$$

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos180º = -\mu \cdot m \cdot g \cdot cos30º \cdot \Delta r = -\mu \cdot m \cdot g \cdot cos30º \cdot \frac{h_2}{sen30º} = -1,697 \cdot h_2$$

Por lo tanto: $E_{M2} - E_{M1} = W_{FR} \rightarrow \; 4,9 \cdot h_2 - 6,25 = -1,697 \cdot h_2 \rightarrow \; h_2 = 0,95\,m$

iii) Volvemos a aplicar el principio de conservación de la energía mecánica, $\Delta E_M = W_{FNC}$. Ahora en la situación inicial el cuerpo está en su altura máxima, y sin velocidad, y cuando llega abajo su altura es cero, y la velocidad es la incógnita del problema. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es el mismo tanto en la subida como en la bajada, ya que el valor de la fuerza es el mismo, y en ambos casos se opone al desplazamiento.

$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} = 0 + m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 4,66\,J$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + 0 = \frac{1}{2}m{v_2}^2 = 0,25 \cdot {v_2}^2$$

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos180º = -\mu \cdot m \cdot g \cdot cos30º \cdot \Delta r = -1,61\,J$$

$$\Delta r = \frac{h_1}{sen30º} = \frac{0,95\,m}{sen30º} = 1,9\,m$$

Así $E_{M2} - E_{M1} = W_{FR} \rightarrow \; 0,25 \cdot {v_2}^2 - 4,66 = -1,61 \rightarrow \; v_2 = 3,49\,m\,s^{-1}$

(También pueden resolverse aplicando el teorema W-Ec ; $W_{tot} = \Delta Ec$)

Junio 2019. B. 1

1. a) Una partícula que se encuentra en reposo empieza a moverse por la acción de una fuerza conservativa. i) ¿Cómo se modifica su energía mecánica? ii) ¿Y su energía potencial? Justifique las respuestas.
b) Se quiere hacer subir un objeto de 100 kg una altura de 20 m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Determine: i) El trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento. ii) El trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0,2.
$g = 9,8\ m\ s^{-2}$

a) Supondremos que sobre la partícula sólo actúa la fuerza conservativa que nos dicen. (Aunque creo que deberían aclararlo, porque es posible que comience a moverse por acción de esa fuerza conservativa, que pudiera ser gravitatoria, elástica… y luego, una vez en movimiento, comenzase a actuar la fuerza de rozamiento, que es no conservativa, con lo que la energía mecánica variaría).

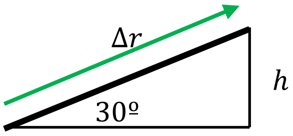
i) Si sólo actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, la energía mecánica se mantendrá constante (principio de conservación de la energía mecánica, $W_{FNC} = \Delta E_M$, la energía mecánica varía debido al trabajo no nulo realizado por las fuerzas no conservativas)

ii) La energía potencial asociada a la fuerza conservativa que actúa, disminuirá, ya que $\Delta Ep = -W_{FC}$ Si la fuerza origina el movimiento de la partícula, el trabajo que realiza es positivo, con lo que la variación de energía potencial será negativa (Ep disminuye)

b) Por "trabajo necesario" se entiende el trabajo mínimo que tendrá que realizar una fuerza aplicada en la dirección de la rampa hacia arriba, para subir el objeto con velocidad constante, sin variar su energía cinética.

Calculamos el valor de F paralela al plano necesario para que suba con velocidad constante (1ª ley de Newton, $\Sigma\vec{F} = 0$) en cada caso y posteriormente calculamos el trabajo que realiza F con la expresión $W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos0º = F \cdot \Delta r$

El desplazamiento por la rampa: $\Delta r = \frac{h}{sen30º} = 2h = 40\ m$

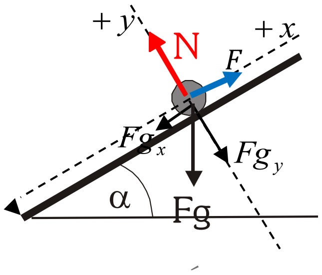


i) Sin rozamiento:

F debe compensar la componente x del peso $\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} N - F_{gy} = 0 \\ F - F_{gx} = 0 \end{cases}$

F = Fgx = m·g·sen30º = 490 N

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos0º = F \cdot \Delta r = 490\ N \cdot 40\ m = 19600\ J$$



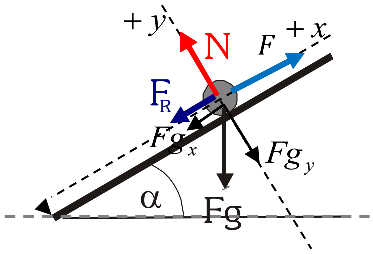
ii) Con rozamiento

Ahora F debe compensar Fgx y el rozamiento $\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} N - F_{gy} = 0 \\ F - F_{gx} - F_R = 0 \end{cases}$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot F_{gy} = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos30º = 169,74\ N$$

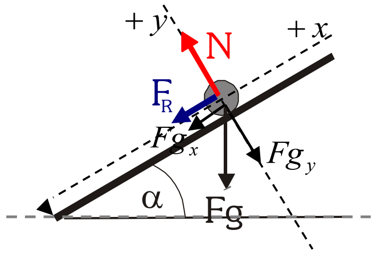
$$F = F_{gx} + F_R = m \cdot g \cdot sen30º + \mu \cdot m \cdot g \cdot cos30º = 490\ N + 169,74\ N = 659,74\ N$$

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos0º = F \cdot \Delta r = 659,74\ N \cdot 40\ m = 26389,6\ J$$



Junio 2015. A. 3

3. Un bloque de 2 kg asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de 10 m s⁻¹ y se detiene después de recorrer 8 m a lo largo del plano.
a) Calcule el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie del plano.
b) Razone los cambios de la energía cinética, potencial y mecánica.
g = 9,8 m s⁻² ;



a) Fuerzas que actúan sobre el bloque:

$$Fg = mg = 19{,}6\,N \qquad Fg_x = mg \cdot sen30º = 9{,}8\,N$$
$$Fg_y = mg \cdot \cos 30º = 16{,}97\,N$$
$$N = Fg_y = 16{,}97\,N$$
$$F_R = \mu \cdot N = 16{,}97 \cdot \mu$$

Resolvemos la cuestión (los apartados a) y b) simultaneamente) aplicando conceptos energéticos.

Balance trabajo-energía:

Fuerza gravitatoria (Fg): Es conservativa. No influye en la variación de energía mecánica. Realiza un trabajo negativo (se opone al desplazamiento), que hace que aumente la energía potencial gravitatoria ($W_{Fg} = -\Delta E_{pg}$)

$$W_{Fg} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = Fg \cdot \Delta r \cdot \cos 120º = -78{,}4\,J \Rightarrow \Delta Epg = 78{,}4\,J$$

La energía potencial gravitatoria aumenta en 78,4 J al subir por la pendiente.

Normal (N): Es no conservativa. No realiza trabajo ya que es perpendicular al desplazamiento, por lo que no influirá en la variación de ninguna de las energías. $W_N = 0$

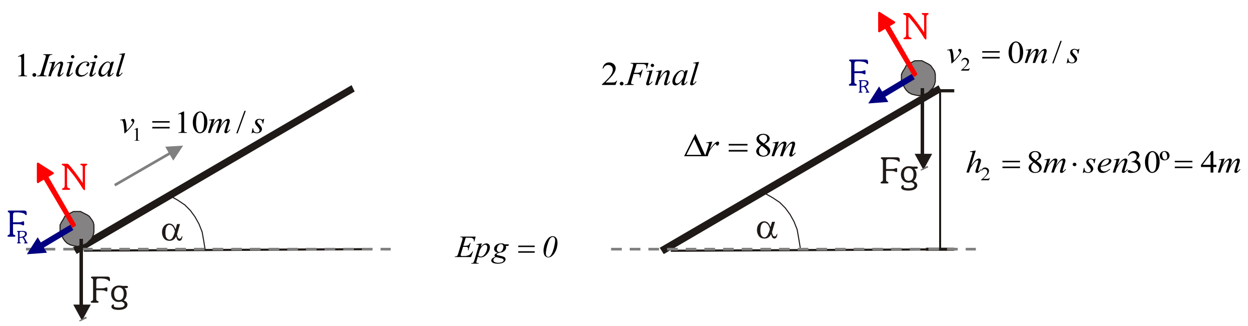
Fuerza de rozamiento (F_R): Es no conservativa. Se opone al desplazamiento, realizando un trabajo negativo que hace disminuir tanto la energía cinética como la energía mecánica.

$$W_{FR} = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180º = -\mu \cdot N \cdot \Delta r = -135{,}76 \cdot \mu$$

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica $W_{FNC} = \Delta E_M \quad \rightarrow \quad W_N + W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

$$E_{M1} = Ec_1 + Epg_1 = \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = 100\,J + 0\,J = 100\,J$$
$$E_{M2} = Ec_2 + Epg_2 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 = 0\,J + 2kg \cdot 9{,}8\frac{N}{kg} \cdot 4m = 78{,}4\,J$$
$$W_N + W_{FR} = E_{M2} - E_{M1} \quad \rightarrow \quad -135{,}76 \cdot \mu = 78{,}4 - 100 \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}16$$

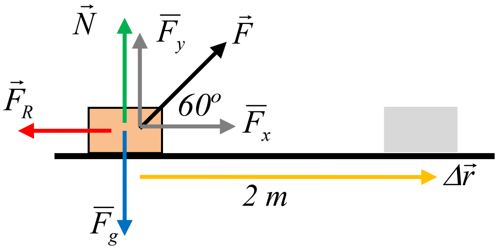
La energía potencial gravitatoria aumenta al aumentar la altura mientas sube por la pendiente.
La energía cinética va disminuyendo hasta anularse, debido al trabajo total de las fuerzas, que es negativo.
La energía mecánica no se conserva, disminuye, debido al trabajo de la fuerza de rozamiento, que disipa energía en forma de calor al medio ambiente.



Junio 2013. A.3

3. Un bloque de 5 kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 60º con la horizontal.
a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.
b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido. **$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$**

a) Sobre el bloque actuarán, durante todo el movimiento, las siguientes fuerzas, dibujadas en el esquema:



- Fuerza aplicada: $F = 20\ N$.
  Componentes: $F_x = F \cdot cos60º = 10\ N$
  $F_y = F \cdot sen60º = 17{,}32\ N$
- Fuerza gravitatoria (peso):
  $Fg = m \cdot g = 5\ kg \cdot 9{,}8\ N/kg = 49\ N$.
- Normal: Debida al contacto con la superficie. Compensa las componentes perpendiculares al plano de las fuerzas aplicadas.
  $N = Fg - F_y = 49\ N - 17{,}32\ N = 31{,}68\ N$
- Fuerza de rozamiento dinámica: Debida a la rugosidad de la superficie. En este ejercicio se opone al desplazamiento.

Aplicando la primera ley de Newton, si el bloque se mueve con velocidad constante, la resultante de las fuerzas es nula, por lo que la fuerza de rozamiento será igual y de sentido contrario a la componente x de la fuerza aplicada. $F_R = F_x = 10\ N$

De este modo, conociendo la fuerza de rozamiento, calculamos el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y la superficie.

$$F_R = \mu \cdot N \quad \rightarrow \quad 10\ N = \mu \cdot 31{,}68\ N \quad \rightarrow \quad \mu = 0{,}316$$

b) Entendemos por trabajo la transferencia de energía realizada por la acción de una fuerza durante un desplazamiento. Teniendo en cuenta que todas las fuerzas aplicadas en este caso se mantienen constantes, podemos calcular el trabajo de cada una mediante la expresión

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot cos\,\alpha$$

Fuerza aplicada :

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos\,60º = 20N \cdot 2m \cdot 0{,}5 = 20\ J$$

$$W_N = N \cdot \Delta r \cdot cos\,90º = 0\ J$$

$$W_{Fg} = Fg \cdot \Delta r \cdot cos\,90º = 0\ J$$

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos\,180º = 10N \cdot 2m \cdot (-1) = -20\ J$$

Sumando, obtenemos que el trabajo total realizado sobre el cuerpo es nulo ($W_{TOT} = 0\ J$)

Comentario : Resultado lógico. Si aplicamos el teorema trabajo - energía cinética, vemos que el trabajo total realizado coincide con la variación de energía cinética del bloque ($W_{TOT} = \Delta Ec$). Si el bloque se mueve con velocidad constante, la energía cinética del mismo no varía ($\Delta Ec = 0$), con lo que el trabajo total debe ser forzosamente nulo. La fuerza aplicada suministra energía al sistema ($W>0$), al tiempo que la fuerza de rozamiento disipa la misma cantidad de energía en forma de calor ($W<0$).

(Nota: Podría haberse razonado directamente a partir del teorema Trabajo-Ec, sin necesidad de calcular cada uno de los trabajos)

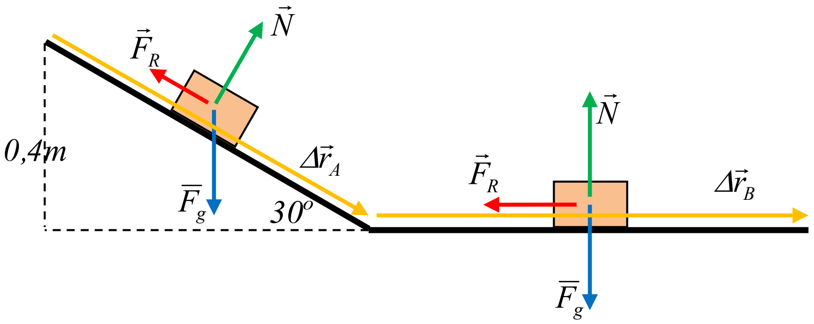
Junio 2012. B.3

3. Un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de 30° con la horizontal, desde una altura de 0,4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0.3.

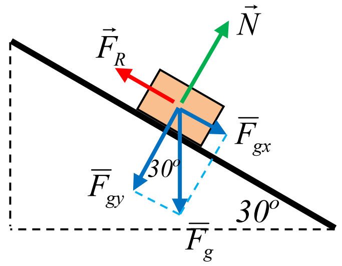
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano inclinado y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del plano se detiene el cuerpo?

b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el plano inclinado. g = 10 m s^{-2}

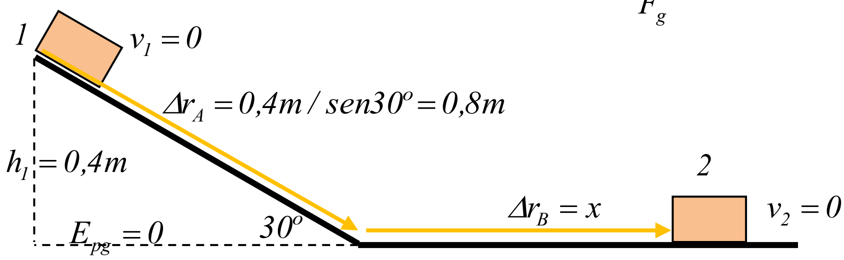
a) Sobre el bloque actuarán, durante todo el movimiento, las siguientes fuerzas, dibujadas en el esquema:



- Fuerza gravitatoria (peso):
  $Fg = m·g = 5\ kg · 10\ N/kg = 50\ N.$
- Normal: Debida al contacto con la superficie. Compensa las componentes perpendiculares al plano de las fuerzas aplicadas.
  · En el plano inclinado $N = Fg_y = m·g·\cos\alpha = 43,3\ N$
  · En la superficie horizontal: $N = Fg = 50\ N$
- Fuerza de rozamiento dinámica: Debida a la rugosidad de la superficie. En este ejercicio se opone al desplazamiento. $F_R = \mu · N$
  · En el plano inclinado: $F_R = 0,3 · 43,3\ N = 12,99\ N$
  · En la superficie horizontal: $F_R = 0,3 · 50\ N = 15\ N$



Para calcular la distancia que recorre por la superficie horizontal hasta detenerse, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, teniendo en cuenta que actúa una fuerza no conservativa, el rozamiento, que realiza trabajo (la normal es no conservativa también, pero no realiza trabajo al ser perpendicular al desplazamiento). Por lo tanto, la energía mecánica cambiará y su variación será igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.



$\Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} = W_{FNC} = W_{FR} + W_N \quad \rightarrow \quad E_{M2} - E_{M1} = W_{FR}$

$E_M = E_c + E_{pg}$ *consideramos el origen de E_{pg} en la parte baja del plano (h = 0 m)*

La situación inicial será aquella en que el bloque está en reposo en la parte alta del plano inclinado (h = 0,4 m). La energía mecánica en esta situación 1 es:

$E_{M1} = E_{c1} + E_{pg1} = 0 + m·g·h_1 = 20\ J$

La situación final es aquella en la que el bloque ya se ha detenido, después de haber recorrido una distancia x por la superficie horizontal (h = 0 m). La energía mecánica será entonces

$E_{M2} = E_{c2} + E_{pg2} = 0 + m·g·h_2 = 0\ J$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento: lo calculamos en dos partes:

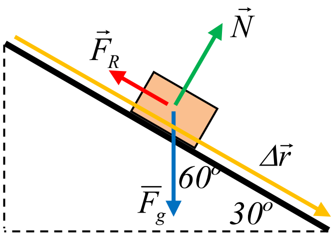
Plano inclinado (A): $W_{FR\,A} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 12{,}99N \cdot 0{,}8m \cdot \cos 180^o = -10{,}39\,J$

Tramo horizontal (B): $W_{FR\,B} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 15N \cdot x \cdot \cos 180^o = -15 \cdot x\ (J)$

En total:

$E_{M2} - E_{M1} = W_{FR} \quad \rightarrow \quad 0\ J - 20\ J = -10,39\ J - 15 · x \quad \rightarrow$

$\rightarrow$ <u>*$x = 0,64$ m recorre por la superficie horizontal hasta detenerse*</u>



b) Dividimos el desplazamiento en dos tramos: el inclinado y el horizontal. Vemos que, en cada tramo, las fuerzas aplicadas se mantienen constantes durante ese desplazamiento. Por lo tanto, podemos aplicar la expresión $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$ Así :

En el tramo inclinado : $\Delta r = h/sen30^o = 0,8\ m$

$$W_{Fg} = Fg \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 50N \cdot 0,8m \cdot \cos 60^o = 20\,J$$

$$W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 43,3N \cdot 0,8m \cdot \cos 90^o = 0\,J$$

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 12,99N \cdot 0,8m \cdot \cos 180^o = -10,39\,J$$

Trabajo total: $W_{Fg} + W_N + W_{FR} = 20\ J - 10,39\ J = 9,61\ J$

Junio 2011. B.1

1. a) Conservación de la energía mecánica.
b) Se lanza hacia arriba por un plano inclinado un bloque con una velocidad v_0. Razone cómo varían su energía cinética, su energía potencial y su energía mecánica cuando el cuerpo sube y, después, baja hasta la posición de partida. Considere los casos: i) que no haya rozamiento; ii) que lo haya.

a) La energía mecánica de un cuerpo se define como la suma de las energías cinética y potencial que posee dicho cuerpo.

$E_M = Ec + Ep = Ec + (Ep_g + Ep_e + Ep_{el})$ En el S.I. se mide en julios (J)

Cuando se produce un cambio en la energía mecánica de un cuerpo, esto será debido a que cambia alguna de las energías que la componen (energía cinética, potencial). Así: $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep$

Según el teorema trabajo-energía cinética, la variación de energía cinética es igual al trabajo total realizado sobre el cuerpo.

$$\Delta Ec = W_{TOT}$$

Y el trabajo realizado por las fuerzas conservativas es igual a la variación (con signo cambiado) de la energía potencial.

$$\Delta Ep = -W_{FC}$$

Con lo cual, nos queda $\Delta E_M = W_{TOT} - W_{FC} = W_{FNC}$

Es decir, *son las fuerzas no conservativas aplicadas al cuerpo las que hacen que cambie su energía mecánica*.

Dicho de otra forma: *Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas y éstas realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo variará*. Esas fuerzas no conservativas pueden hacer que la E_M aumente o disminuya. En ese último caso se dice que la fuerza es *disipativa* (p.e. el rozamiento)

Principio de conservación de la energía mecánica:

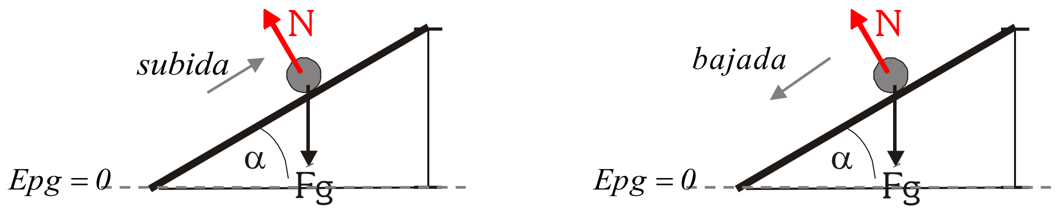
De lo anterior podemos extraer una nueva lectura, que se conoce como "principio de conservación de la energía mecánica". *Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o éstas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante.*

b) Si consideramos el nivel cero de energía potencial gravitatoria al principio del plano inclinado, vemos que inicialmente la energía mecánica del bloque es únicamente cinética. Consideramos los dos casos que nos indica la cuestión:

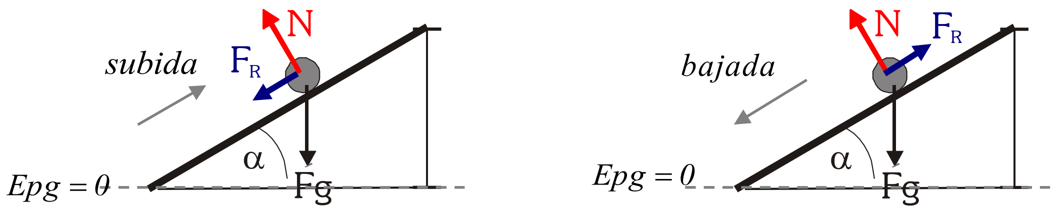
i) Plano sin rozamiento. Sólo actúan sobre el bloque la fuerza gravitatoria, que es conservativa, y la fuerza normal, que es no conservativa, pero no realiza trabajo, ya que es perpendicular al desplazamiento en todo momento.
Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, como no existen fuerzas no conservativas que realicen trabajo sobre el bloque, la energía mecánica se mantiene constante.

$$\Delta E_M = W_{FNC} = 0 \quad \rightarrow \quad E_M = cte \quad \rightarrow \quad \Delta Ep = -\Delta Ec$$

Por lo tanto, en la subida por la rampa aumenta la energía potencial gravitatoria ($Epg = mgh$), al tiempo que disminuye la energía cinética. Cuando llega a su punto más alto, su energía cinética es nula, y la energía potencial gravitatoria es máxima, coincidiendo con la energía cinética inicial.
Durante el movimiento de caída, vuelve a producirse una transformación de energía potencial gravitatoria, que disminuye, en energía cinética, que aumenta hasta hacerse igual a la energía cinética que tenía al principio, antes de la subida.



ii) Plano con rozamiento. Ahora, junto a las fuerzas antes indicadas, actúa la fuerza de rozamiento, que se opone al desplazamiento tanto en la subida como en la bajada. Se trata de una fuerza no conservativa, que hace disminuir la energía mecánica, disipándose parte de ésta mediante calor al medio ambiente. De este modo, en la subida, la energía cinética disminuye mientras aumenta la energía gravitatoria, pero debido a la disipación energía por el rozamiento, la altura que alcanza es inferior a la que alcanzaría sin rozamiento.
Durante la bajada, se vuelve a producir una transformación de energía potencial en energía cinética. Nuevamente, la disipación de energía al medio ambiente hace que la energía cinética (y por lo tanto la velocidad) con la que vuelve a llegar abajo sea inferior a la de partida.



Junio 2010. B.3

3. Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de 5 m·s^{-1}. Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1.

a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.

b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque. Comente el signo del resultado obtenido.

g = 10 m·s^{-2}

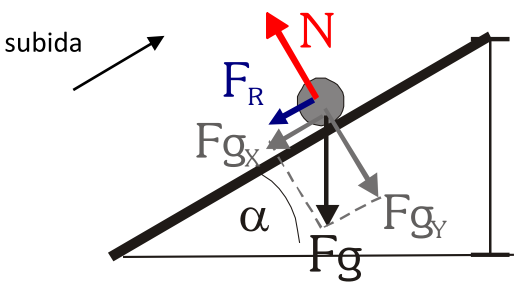
a) Durante los movimientos de subida y bajada del bloque por la pendiente, éste sufre las fuerzas:

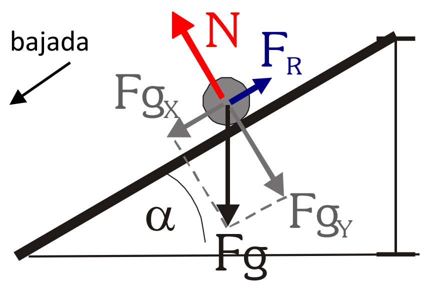
· Gravitatoria (peso): $F_g = m \cdot g = 100$ N. Dirección vertical, sentido hacia abajo.

· Normal: Debida al contacto con la pendiente. Es perpendicular al plano y con sentido hacia fuera. Compensa las fuerzas perpendiculares al plano, de forma que la resultante en esa dirección es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = F_{g_y} = mg\cos 30^o = 86{,}6\ N$$

· Fuerza de rozamiento dinámica . $F_R = \mu \cdot N = 0{,}1 \cdot 86{,}6 = 8{,}66\ N$. Debida a la rugosidad de las superficies de contacto. Se opone al deslizamiento.



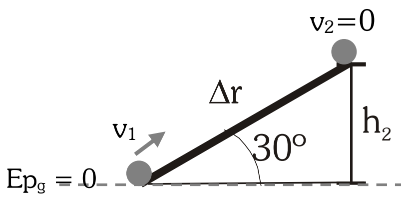


El principio de conservación de la energía es un principio universal, que se cumple en todo proceso de la naturaleza. La energía total se mantiene constante, pero sufre transformaciones entre diversas formas y distintos cuerpos. Así, en este proceso, la energía cinética inicial del bloque va disminuyendo, transformándose en energía potencial gravitatoria al ascender por la pendiente. Parte de la energía inicial pasa al medio mediante calor, debido al rozamiento.

Al descender, la energía potencial gravitatoria disminuye, volviendo a aumentar la energía cinética del bloque. Nuevamente, al existir rozamiento, se transfiere calor al medio, aumentando su energía térmica, y haciendo que la velocidad final de bajada del bloque sea menor que la de partida.

Lo que no se conserva es la energía mecánica del bloque, ya que actúa una fuerza no conservativa, la fuerza de rozamiento, que realiza trabajo. $W_{FR} = \Delta E_M$.

b) Dado que la fuerza de rozamiento que actúa durante la subida tiene valor constante, podemos calcular el trabajo que realiza mediante



$$W_{FR} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^o = -F_R \cdot \Delta r$$

El desplazamiento se calcula a partir de la variación de energía mecánica.

$$W_{FR} = \Delta E_M.$$

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Epg_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + 0 = 125\ J$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Epg_2 = 0 + mgh_2 = mg \cdot \Delta r \cdot sen 30^o = 50 \cdot \Delta r$

Por tanto $W_{FR} = \Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} \rightarrow -8{,}66 \cdot \Delta r = 50 \cdot \Delta r - 125 \rightarrow \Delta r = 2{,}13\ m$

Así, la energía disipada por rozamiento en la subida será $W_{FR} = -F_R \cdot \Delta r = -8{,}66N \cdot 2{,}13m = -18{,}45\ J$

En la bajada, la cantidad de energía disipada por rozamiento será la misma que en la subida, ya que la fuerza de rozamiento sigue siendo de 8,66 N, y vuelve a formar 180º con el desplazamiento, de 2,53 m.

El signo negativo obtenido significa que la fuerza de rozamiento disipa energía, que se transfiere al medio mediante calor. La energía mecánica del bloque disminuye.

Junio 2009. B.3

3. En un instante t_1 la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial 12 J. En un instante posterior, t_2, la energía cinética de la partícula es de 18 J.

a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuál es su energía potencial en el instante t_2 ?

b) Si la energía potencial en el instante t_2 fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula?

La energía mecánica de una partícula viene dada por la suma de sus energías cinética (debida al movimiento) y potencial (debida a la acción de fuerzas conservativas sobre la partícula).

$$E_M = Ec + Ep$$

a) El principio de conservación de la energía mecánica establece que si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica de éste permanece constante, produciéndose transformaciones de energía cinética a potencial, o viceversa.

Por lo tanto, en este caso, la energía mecánica permanece constante. Así:

$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_1 = 30J + 12J = 42J$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_2 = 18J + Ep_2 = 42J \rightarrow Ep_2 = 42J - 18J = 24J$$

La energía de potencial en el instante t_2 es de 24 J.

b) Si sobre una partícula actúan fuerzas no conservativas que realicen trabajo no nulo, su energía mecánica variará en una cantidad igual al trabajo realizado por dichas fuerzas. $\Delta E_M = W_{FNC}$. Con lo cual, si la energía mecánica final (en t_2) es distinta de la inicial (en t_1), es porque han actuado fuerzas no conservativas que ha realizado trabajo. Y este es el caso, ya que

$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_1 = 30J + 12J = 42J$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_2 = 18J + 6J = 24J \qquad \rightarrow \qquad W_{FNC} = \Delta E_M = 24J - 42J = -18J$$

Podemos concluir que han actuado fuerzas no conservativas sobre la partícula y que han realizado un trabajo de -16 J. (Pudiera tratarse, por ejemplo, de una fuerza disipativa como la de rozamiento.)

Junio 2008. B.1

1. a) Conservación de la energía mecánica.

b) Un cuerpo desliza hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Razone qué trabajo realiza la fuerza peso del cuerpo al desplazarse éste una distancia d sobre el plano.

a) Entendemos por energía mecánica la suma de las energías debidas al movimiento (energía cinética, $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$) y a la acción de fuerzas conservativas sobre el cuerpo (energía potencial). Dado que existen tres tipos de fuerzas conservativas (gravitatoria, elástica y electrostática), tendremos también tres tipos de energía potencial que puede almacenar el cuerpo estudiado. Así, la energía mecánica queda

$$E_M = Ec + Ep = Ec + (Ep_g + Ep_e + Ep_{el})$$

Variación y conservación de la energía mecánica:
El trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema producen variación en los tipos de energía del mismo Así, sabemos, por el teorema trabajo-energía cinética, que el trabajo total realizado varía la energía cinética

$$\Delta Ec = W_{TOT}$$

Y que el trabajo de las fuerzas conservativas varía la energía potencial $\Delta Ep = -W_{FC}$

La variación total de energía mecánica será $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep$

Con lo cual, sustituyendo, nos queda $\Delta E_M = W_{TOT} - W_{FC} = W_{FNC}$

Es decir, *son las fuerzas no conservativas aplicadas al cuerpo las que hacen que cambie su energía mecánica*.
Dicho de otra forma: *Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas y éstas realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo variará*. Esas fuerzas no conservativas pueden hacer que la E_M aumente o disminuya. En ese último caso se dice que la fuerza es *disipativa* (por ejemplo el rozamiento)

Principio de conservación de la energía mecánica:
De lo anterior podemos extraer una nueva lectura, que se conoce como "principio de conservación de la energía mecánica".
Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o éstas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante $si \quad W_{FNC} = 0 \;\rightarrow\; \Delta E_M = 0 \;\rightarrow\; E_M = cte$.

b) Podemos calcular el trabajo del peso teniendo en cuenta que la fuerza gravitatoria es conservativa, de manera que $W_{Fg} = -\Delta Ep_g$

Considerando que estamos en la superficie terrestre y que la altura alcanzada es mucho menor que el radio de la Tierra, podemos suponer que la gravedad se mantiene constante durante el desplazamiento y que la energía potencial tiene la expresión $Ep_g = mgh$, con el nivel cero de energía potencial en el suelo *(h = 0 m)*

Así, $W_{Fg} = -\Delta Ep_g = Ep_{g1} - Ep_{g2} = 0 - mgh = -mgh = -mg \cdot d \cdot sen\alpha$

Vemos que el peso realiza un trabajo negativo, ya que se opone al desplazamiento. Esto hace que aumente la energía potencial gravitatoria almacenada.

(También puede calcularse a partir de la consideración de que el peso es una fuerza constante. El trabajo realizado será $W_{Fg} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = mg \cdot d \cdot cos(90+\alpha) = -mg \cdot d \cdot sen\alpha$

Junio 2007. B.1

1. **Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:**
   a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?.
   b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?

a) No puede hacerse, ya que sólo tiene sentido asociar una energía potencial a una fuerza conservativa (como las fuerzas gravitatoria, elástica y eléctrica), y la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa.
La razón de esto está en la relación entre energía potencial y fuerza. La energía potencial se define a partir de la expresión $\Delta Ep = -W_{FC}$, que permite calcular el trabajo realizado por la fuerza mediante la diferencia de energía potencial entre los puntos inicial y final del desplazamiento. Y esto sólo tiene sentido si el trabajo realizado por la fuerza es independiente del camino seguido, es decir, si sólo depende de los puntos inicial y final. Y para que esto ocurra la fuerza debe ser conservativa.
La fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa, y el trabajo que realiza entre dos puntos depende del camino seguido, por lo que sería imposible aplicar la expresión anterior.

b) Como hemos expresado anteriormente, el sentido físico (y su utilidad como magnitud física) de la energía potencial radica en la relación $\Delta Ep = -W_{FC}$ que permite calcular el trabajo realizado por la fuerza mediante la diferencia de energía potencial entre los puntos inicial y final del desplazamiento. Es la diferencia de energía potencial lo que nos va a indicar el trabajo realizado, la transferencia de energía.
Además, ya que la energía potencial se define a partir de la expresión anterior, no podemos conocer el valor exacto de la energía potencial en un punto, sólo diferencias entre puntos. Se hace necesario entonces establecer una referencia, un origen de energía potencial a partir del cual medir.
Como hemos argumentado, tiene más sentido físico la diferencia de energía potencial entre dos puntos.

Junio 2006. A.3

3. **Un bloque de 2 kg está situado en el extremo de un muelle, de constante elástica 500 N m^{-1}, comprimido 20 cm. Al liberar el muelle el bloque se desplaza por un plano horizontal y, tras recorrer una distancia de 1 m, asciende por un plano inclinado 30° con la horizontal. Calcule la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado.**
   a) Supuesto nulo el rozamiento
   b) Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es 0,1.
   g = 10 m s^{-2}

Resolvemos este problema aplicando conceptos energéticos. Concretamente, el principio de conservación de la energía mecánica: *Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o éstas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante* $\Delta E_M = W_{F_{NC}} \rightarrow si \quad W_{FNC} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_M = 0 \quad \rightarrow \quad E_M = cte$.

La energía mecánica es la suma de las energías cinética (debido al movimiento) y potencial (debida a la acción de las fuerzas conservativas que actúen sobre el sistema, en este caso las fuerzas gravitatoria y elástica).

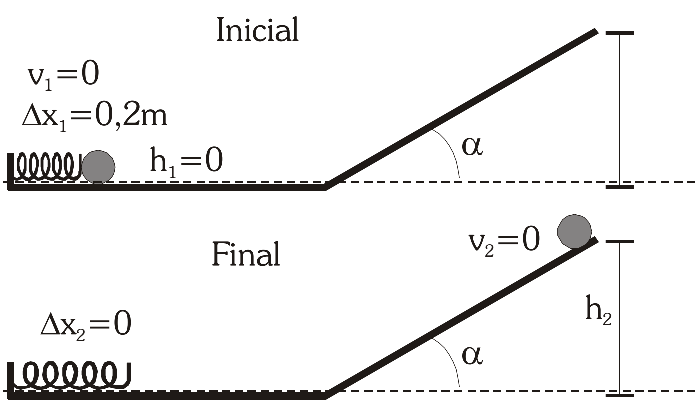
$E_M = Ec + Ep = Ec + Epg + Epel$

$Ec = \frac{1}{2} mv^2$

$Epg = mgh$ (origen en h = 0 m, sistema de referencia)

$Ec = \frac{1}{2} K\Delta x^2$ (origen en la posición de equilibrio del muelle)

Variaciones de energía:



$Ec=\frac{1}{2}m\cdot v^2$: Inicialmente es cero. Aumenta al descomprimirse el muelle, se mantiene constante durante el tramo horizontal y va disminuyendo durante la subida por la pendiente hasta hacerse cero.

$Epg = m{\cdot}g{\cdot}h$ *(origen: Epg=0 en el tramo horizontal h=0)* se mantendrá constante (e igual a 0) durante el tramo horizontal, y aumentará hasta su valor máximo durante la subida por la pendiente.

$Epel=\frac{1}{2}K(\Delta x)^2$ *(origen: Epel=0 en la posición de equilibrio del muelle)* Inicialmente el muelle almacena energía elástica. Ésta va disminuyendo conforme el muelle se descomprime.

$E_M = Ec + Epg + Epel$:

Se mantiene constante en el apartado a), ya que no existen fuerzas no conservativas que realicen trabajo.

En el apartado b), el trabajo de la fuerza de rozamiento (fuerza disipativa) en los planos hace que no se conserve la energía mecánica. Se cumplirá que $W_{FNC} = \Delta EM \quad \rightarrow \quad W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

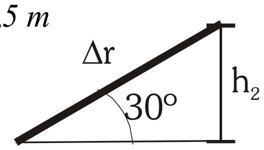
a) Aplicamos la conservación de la energía mecánica entre las situaciones inicial y final.

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Epel_1 + Epg_1 = \frac{1}{2}K\cdot\Delta x_1^{\,2}$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Epel_2 + Epg_2 = mgh_2$

Igualando ambas energías mecánicas: $\frac{1}{2}K\cdot\Delta x_1^{\,2} = mgh_2 \quad \rightarrow \quad h_2 = \dfrac{K\cdot\Delta x_1^{\,2}}{2mg} = 0{,}5\ m$

La distancia recorrida: $sen30^o = \dfrac{h_2}{\Delta r} \rightarrow \Delta r = \dfrac{h_2}{sen30^o} = 1\ m$



b) Ahora la energía mecánica no se conserva, ya que existe una fuerza no conservativa (el rozamiento) que realiza trabajo durante el tramo horizontal y la pendiente. Debemos calcular ambos por separado.

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Epel_1 + Epg_1 = \frac{1}{2}K\cdot\Delta x_1^{\,2}$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Epel_2 + Epg_2 = mgh_2$

Calculamos el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

1º) Durante el desplazamiento horizontal *(Δr = 1m)*.

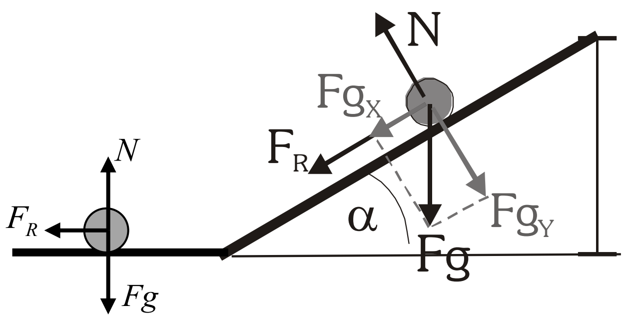
$$F_{R1} = \mu\cdot N = \mu\cdot mg = 2\ N$$

$$W_{FR1} = F_{R1}\cdot\Delta r\cdot\cos 180^o = -2\ J$$

2º) Durante la subida por la pendiente:

$$F_{R2} = \mu\cdot N = \mu\cdot mg\cdot\cos 30^o = 1{,}732\ N$$

$$W_{FR1} = F_R\cdot\Delta r\cdot\cos 180^o = -1{,}732\cdot\Delta r$$

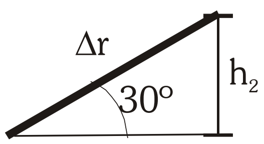


Y el trabajo total de rozamiento:

$$W_{FR} = W_{FR1} + W_{FR2} = -2 - 1{,}732\cdot\Delta r \quad (J)$$

La altura h_2 que alcanza está relacionada con la distancia Δr recorrida por la pendiente.

$$sen30^o = \frac{h_2}{\Delta r} \rightarrow h_2 = \Delta r\cdot sen30^o = \frac{\Delta r}{2}$$



Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica (en este caso, no se conserva):

$$W_{FR} = E_{M2} - E_{M1} \quad \rightarrow \quad mgh_2 - \tfrac{1}{2}K\cdot\Delta x_1^{\,2} = W_{FR} \quad \rightarrow \quad 10\cdot\Delta r - 10 = -2 - 1{,}732\cdot\Delta r \quad \rightarrow \quad \Delta r = 0{,}68\ m$$

Junio 2006. B.1

1. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Según la ley de la gravitación la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa de éste. Sin embargo, dos cuerpos de diferente masa que se sueltan desde la misma altura llegan al suelo simultáneamente.

b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos.

a) Esta afirmación es correcta, siempre y cuando despreciemos el efecto del rozamiento con el aire. Según la ley de Gravitación universal de Newton, la fuerza gravitatoria que ejercen dos cuerpos entre sí es proporcional a la masa de los mismos. Se calcula con la expresión $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$, donde m es la masa del cuerpo y $\vec{g}$ el campo gravitatorio creado por la Tierra.

Ahora bien, el tiempo que tarda en caer un cuerpo en caída libre, depende de la aceleración que sufre, y ésta se calcula a partir de la segunda ley de la dinámica de Newton. $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}_g}{m} = \frac{m \cdot \vec{g}}{m} = \vec{g}$

Independientemente de la masa, todos los cuerpos sufren la misma aceleración. Así, dejándolos caer en caída libre desde la misma altura, tardarán el mismo tiempo en caer.

b) Una fuerza conservativa se caracteriza porque el trabajo que realiza durante un desplazamiento entre dos puntos, es independiente de la trayectoria seguida, su valor sólo depende de los puntos inicial y final.

Así, vemos que la afirmación es falsa, ya que el trabajo realizado por la fuerza entre los dos puntos siempre tendrá el mismo valor.