

CUESTIONES Y PROBLEMAS SOBRE CAMPO ELECTROSTÁTICO

2022. Junio

B.1. a) Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d . Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.

b) Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0)m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine: i) El valor de la carga de las partículas y ii) el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

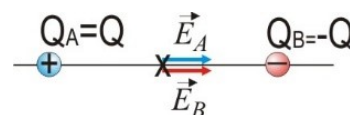
a) Estamos ante el campo electrostático producido por dos cargas puntuales. Aplicamos el principio de superposición. $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ Para que el campo total se anule $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 0 \rightarrow \vec{E}_A = -\vec{E}_B$ Ambos campos deben ser iguales en módulo y dirección, pero en sentidos opuestos.

Módulo: $E_A = E_B \rightarrow \frac{K|Q_A|}{r_A^2} = \frac{K|Q_B|}{r_B^2} \rightarrow \frac{K|Q_B|}{r_A^2} = \frac{K|Q_B|}{r_B^2} \rightarrow r_B^2 = r_A^2 \rightarrow r_A = r_B$

Dirección: Para que ambos campos tengan igual dirección, el punto se encontraría en la recta que pasa por A y B.

El único punto que cumple estas dos condiciones es el punto medio entre las dos cargas. Pero en ese punto ambos campos tienen el mismo sentido (ver esquema), y no sentidos opuestos, que es la condición necesaria para que sumen cero.

Por lo tanto, el campo eléctrico NO puede anularse en ningún punto próximo a las dos cargas.



b) Estamos ante el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales.

i) Potencial eléctrico: energía almacenada por unidad de carga positiva. Aplicando superposición y teniendo en cuenta que ambas cargas son iguales ($Q_A = Q_B = Q$) y que $r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{2} \text{ m}$:

$$V_C = V_{AC} + V_{BC} = \frac{K \cdot Q_A}{r_{AC}} + \frac{K \cdot Q_B}{r_{BC}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{\sqrt{2}} = 1000 \text{ V} \rightarrow 1,273 \cdot 10^{10} \cdot Q = 1000 \rightarrow Q = 7,86 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

ii) Intensidad del campo eléctrico ($\vec{E}$): Fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga.

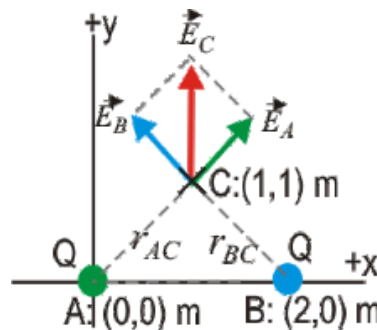
Aplicamos el principio de superposición: $\vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E}_A = \frac{KQ_A}{r_A^2} \vec{u}_{rA} \quad \vec{r}_A = (1,1) - (0,0) = \vec{i} + \vec{j} \text{ m}, \quad r_A = \sqrt{2} \text{ m}, \quad \vec{u}_{rA} = \frac{\vec{r}_A}{r_A} = \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{E}_A = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 7,86 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{(\sqrt{2} \text{ m})^2} \cdot \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = 250,1 \vec{i} + 250,1 \vec{j} \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_B = \frac{KQ_B}{r_B^2} \vec{u}_{rB} \quad \vec{r}_B = (1,1) - (2,0) = -\vec{i} + \vec{j} \text{ m}, \quad r_B = \sqrt{2} \text{ m}, \quad \vec{u}_{rB} = \frac{\vec{r}_B}{r_B} = \frac{-\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{E}_B = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 7,86 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{(\sqrt{2} \text{ m})^2} \cdot \frac{-\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = -250,1 \vec{i} + 250,1 \vec{j} \text{ NC}^{-1}$$



$$\vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 500,2 \vec{j} \text{ NC}^{-1}$$

2021 Julio

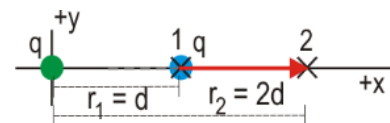
B.1. a) Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d . A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera. **i)** Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final. **ii)** Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas. **b)** Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están fijas en los puntos $(0, -3) \text{ m}$ y $(0, 3) \text{ m}$ del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ en el punto $(4, 0) \text{ m}$, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0, 0)$. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

a) i) Despreciando la interacción gravitatoria entre las partículas (*la suponemos para mayor simplicidad de la cuestión, pero estrictamente habría que resolverlo teniendo en cuenta ambas interacciones, lo que haría el cálculo mucho más complejo. No creo que haya causado problemas, ya que normalmente se sobreentiende, pero es necesario que el enunciado lo aclare explícitamente*), sólo actúa la fuerza electrostática, que es conservativa. Como ambas cargas son del mismo signo, la fuerza es repulsiva, y la segunda partícula, inicialmente en reposo, se alejará de la primera. La energía mecánica se mantendrá constante, y $\Delta E_C = -\Delta E_{pe} = E_{pe1} - E_{pe2}$

$$E_{pe} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{r}$$

Inicialmente la partícula está en reposo: $v_1 = 0 \text{ m s}^{-1}$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = \frac{K \cdot q^2}{d} - \frac{K \cdot q^2}{2d} = \frac{K \cdot q^2}{2d} \rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{K \cdot q^2}{2d} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{K \cdot q^2}{m \cdot d}}$$



ii) Si se duplica el valor de las cargas $v'_2 = \sqrt{\frac{K \cdot (2q)^2}{m \cdot d}} = \sqrt{\frac{4 \cdot K \cdot q^2}{m \cdot d}} = 2 \cdot v_2$ La velocidad se duplica.

b) Despreciando la interacción gravitatoria entre las partículas (*la suponemos ya que no nos dan datos sobre las masas, pero no estaría de más que el enunciado lo dijera*), sólo actúa la fuerza electrostática, que es conservativa. La energía mecánica se mantendrá constante, y $\Delta E_C = -\Delta E_{pe} = E_{peA} - E_{peB}$

$$r_{1A} = r_{2A} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}, \quad r_{1B} = r_{2B} = 3 \text{ m}$$

Aplicando el principio de superposición:

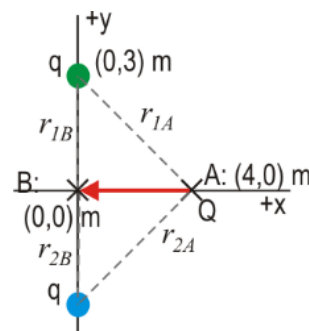
$$E_{peA} = E_{peA1} + E_{peA2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{1A}} + \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{2A}} = \frac{2 \cdot K \cdot q \cdot Q}{r_{1A}} = -3,6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$E_{peB} = E_{peB1} + E_{peB2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{1B}} + \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{2B}} = \frac{2 \cdot K \cdot q \cdot Q}{r_{1B}} = -6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_{pe} = E_{peA} - E_{peB} = -3,6 \cdot 10^{-4} \text{ J} - (-6 \cdot 10^{-4} \text{ J}) = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Inicialmente la partícula Q está en reposo, $E_{cA} = 0$, por tanto $E_{cB} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ J} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$

Sustituyendo ($m = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$) y despejando: $v_B = 7,75 \text{ m s}^{-1}$



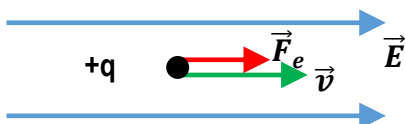
Junio 2018. A. 2.

2. a) Una partícula cargada positivamente se mueve en la misma dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones: (i) ¿Se detendrá la partícula?; (ii) ¿se desplazará la partícula hacia donde aumenta su energía potencial?

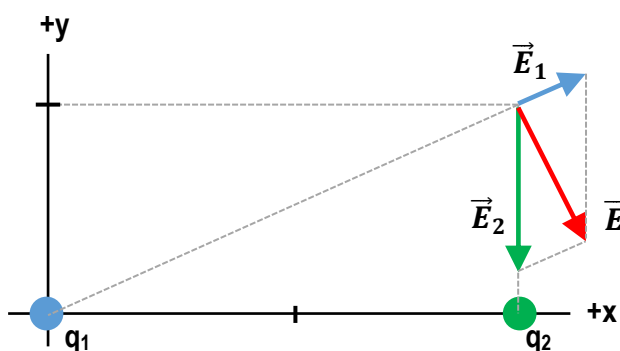
b) Dos cargas puntuales $q_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = -5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están situadas en los puntos A (0,0) m y B (2,0) m respectivamente. Calcule el valor del campo eléctrico en el punto C (2,1) m. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

a) (i) Una partícula cargada dentro de un campo eléctrico sufrirá una fuerza electrostática dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Como q es positiva, la fuerza eléctrica irá en la misma dirección y sentido que el campo $\vec{E}$. Suponiendo que sea la única fuerza que actúa, la aceleración $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$ tendrá la misma dirección y sentido que el movimiento de la partícula, según nos dice el enunciado. Por lo tanto, la partícula no se detendrá, sino que se moverá cada vez más rápido.

(ii) El campo eléctrico marca la dirección y sentido en que el potencial eléctrico V disminuye más rápidamente. Por lo tanto, si la partícula se mueve en la dirección y sentido del campo, se mueve hacia donde el potencial disminuye. Por otra parte, la energía potencial almacenada por la carga es igual a $E_p = q \cdot V$. Siendo la carga positiva, vemos que si el potencial disminuye, la energía potencial también lo hará. Como consecuencia, la partícula NO se mueve hacia donde aumenta su energía potencial, sino hacia donde ésta disminuye.



b) Aplicando el principio de superposición, el campo eléctrico creado por varias cargas puntuales en un punto del espacio es igual a la suma de los campos eléctricos creados por cada carga en dicho punto.



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = \frac{Kq_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} \quad q_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C} ; \vec{r}_1 = (2,1) - (0,0) = 2\vec{i} + \vec{j} \text{ m} ; \quad r_1 = \sqrt{5} \text{ m} ; \vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{2\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{Kq_1}{r_1^2} \vec{u}_{r1} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(\sqrt{5} \text{ m})^2} \cdot \frac{2\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{5}} = 8050 \vec{i} + 4025 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Kq_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2} \quad q_2 = -5 \cdot 10^{-6} \text{ C} ; \vec{r}_2 = (2,1) - (2,0) = \vec{j} \text{ m} ; \quad r_2 = 1 \text{ m} ; \quad \vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Kq_2}{r_2^2} \vec{u}_{r2} = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot (-5) \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(1 \text{ m})^2} \cdot \vec{j} = -45000 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\text{Así,} \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 8050 \vec{i} - 40975 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Junio 2017. B.2

2. a) Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) “Al analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico observamos que se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial mayor”; ii) “Dos esferas de igual carga se repelen con una fuerza F . Si duplicamos el valor de la carga de cada una de las esferas y también duplicamos la distancia entre ellas, el valor F de la fuerza no varía”.

b) Se coloca una carga puntual de $4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ en el origen de coordenadas y otra carga puntual de $-3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ en el punto (0,1) m. Calcule el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de $2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ desde el punto (1,2) m hasta el punto (2,2) m. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

a)

i) Una partícula cargada dentro de un campo eléctrico sufre una fuerza eléctrica dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

En el caso de una carga positiva, la fuerza tendrá la misma dirección y sentido que el campo, por lo que se moverá espontáneamente en dicha dirección y sentido. Pero sabemos que el campo eléctrico indica la dirección y sentido en que el potencial disminuye más rápidamente ($\vec{E} = -\vec{\nabla}V$). Por lo tanto, la partícula positiva se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial **menor**. La afirmación es falsa.

ii) La fuerza electrostática (en módulo) entre dos esferas cargadas viene dada por la ley de Coulomb $F_e = \frac{K|Qq|}{r^2}$

Nos dicen que ambas cargas son iguales (Q) y la fuerza repulsiva tiene valor F . $F = \frac{KQ^2}{r^2}$

Si duplicamos el valor de las cargas, y también la distancia r entre ellas, la fuerza eléctrica F' queda

$$F' = \frac{K(2Q)^2}{(2r)^2} = \frac{KQ^2}{r^2} = F$$

La fuerza repulsiva es la misma. La afirmación es cierta.

b)

Calcularemos el trabajo que realiza la fuerza eléctrica teniendo en cuenta que ésta es conservativa:

$$W_e = -\Delta E p_e = -(E p_B - E p_A) = E p_A - E p_B$$

La energía potencial gravitatoria almacenada en cada punto debido a la interacción de q con las dos cargas Q_1 y Q_2 , se calcula aplicando el principio de superposición.

$$E p_e = E p_{e1} + E p_{e2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot q}{r_1} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot q}{r_2}$$

Datos: $Q_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $Q_2 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $q = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$$r_{A1} = \sqrt{5} \text{ m}, \quad r_{A2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$r_{B1} = \sqrt{8} \text{ m}, \quad r_{B2} = \sqrt{5} \text{ m}$$

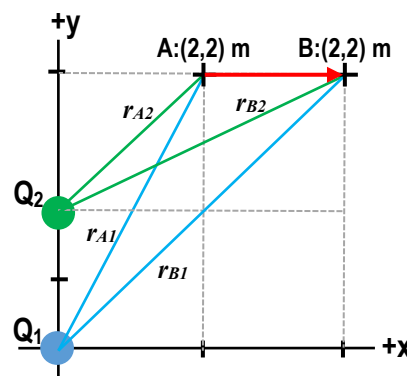
$$E p_A = E p_{A1} + E p_{A2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot q}{r_{A1}} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot q}{r_{A2}} = -5,98 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

$$E p_B = E p_{B1} + E p_{B2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot q}{r_{B1}} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot q}{r_{B2}} = 1,31 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

$$\text{Así, } W_e = E p_A - E p_B = -5,98 \cdot 10^{-9} \text{ J} - 1,31 \cdot 10^{-9} \text{ J} = -7,29 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

Como el trabajo realizado por la fuerza eléctrica es negativo, significa que la fuerza eléctrica se opone al desplazamiento, y éste no se realizará espontáneamente. Habrá que realizar un trabajo externo al menos del mismo valor y signo contrario.

$$W_{ext} = -W_e = 7,29 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$



Junio 2016. A. 1

1. a) **Campo eléctrico creado por una carga puntual. Explique sus características y por qué es un campo conservativo.**
b) **Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico con velocidad paralela al campo y en sentido contrario al mismo. Describa cómo influye el signo de la carga eléctrica en su trayectoria.**

- a) *Esta cuestión teórica (como suele ser costumbre últimamente en la ponencia de selectividad) es muy general y un tanto ambigua. Puede referirse a la magnitud campo electrostático $\vec{E}$ creado por una carga puntual, pero también puede entenderse como el concepto genérico de "campo eléctrico", es decir, un epígrafe completo de la asignatura, en el que habría que hablar no sólo de la intensidad el campo, sino de potencial, energía potencial, superficies equipotenciales, fuerza electrostática,, relación campo-potencial... entendemos que esto último sería excesivamente largo para un apartado de una pregunta, que cuenta sólo 1,25 puntos. Nos centraremos sólo en el vector $\vec{E}$.*

Dada una partícula cargada Q, ésta "crea" una nueva propiedad en el espacio a la que llamamos "campo eléctrico", y simbolizado por el vector $\vec{E}$. Al colocar una partícula cargada q a cierta distancia de Q, surgirá una interacción entre ellas, que cumple con la ley de Coulomb.

El campo electrostático creado por Q tiene estas características:

- Indica la fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga sobre cualquier partícula q colocada a cierta distancia de Q. Sus unidades en el Sistema Internacional: N C^{-1}
- Es un campo vectorial.
- Es un campo central. Sus líneas de campo son radiales.
- Es un campo conservativo.
- Es directamente proporcional a la carga Q que crea el campo.
- Disminuye con el cuadrado de la distancia a Q.

$$\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\text{módulo } E = K \cdot \frac{|Q|}{r^2}$$

La constante eléctrica K depende del medio. En el vacío $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

El campo eléctrico es un campo conservativo, ya que el trabajo realizado por la fuerza electrostática entre dos puntos, es independiente del camino seguido, solo depende de los puntos inicial y final. Esto hace que el trabajo realizado por la fuerza electrostática en un camino cerrado sea cero, y que exista una función potencial V asociada al campo eléctrico, de forma que $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

(Con el argumento de que el trabajo es independiente del camino seguido debe bastar. No creo que sea necesario hablar de la circulación del vector campo eléctrico (conservativo si $\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$), o del hecho de que el campo eléctrico es irrotacional ($\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$), esto último claramente fuera del nivel de 2º de Bachillerato)

- b) La partícula cargada que penetra en la zona en que existe un campo eléctrico $\vec{E}$ sufre una fuerza eléctrica dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Si la fuerza eléctrica es la única que actúa, como es el caso, la aceleración que experimenta la partícula

será $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$. En un campo eléctrico constante, la aceleración también lo será, por lo que el movimiento

será uniformemente acelerado (MUA). La dirección de la aceleración coincide con la del campo, y su sentido depende del signo de la carga (va en el mismo sentido del campo si q es positiva, y en sentido opuesto si q es negativa)

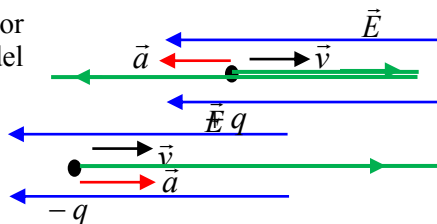
La forma de la trayectoria depende de la velocidad de la partícula cuando entra en el campo. En este caso, $\vec{v}$ es paralela al campo, por lo que $\vec{v}$ y $\vec{a}$ son paralelas. No habrá aceleración normal. La trayectoria será rectilínea.

En los dibujos vemos cómo influye el signo de la carga en las trayectorias :

Una carga positiva sufrirá una aceleración opuesta a la velocidad, y por tanto la partícula irá frenando hasta detenerse e invertir el sentido del movimiento.

Una carga negativa sufrirá una aceleración en el mismo sentido de la velocidad, por lo que irá cada vez más rápido.

Como hemos dicho, ambas trayectorias serán rectilíneas (MRUA)



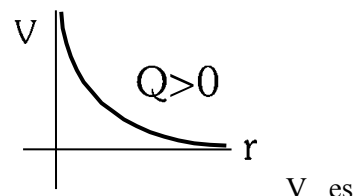
Junio 2015. A. 1

1. a) Defina las características del potencial eléctrico creado por una carga eléctrica puntual positiva.
b) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto intermedio del segmento que une a dos cargas puntuales del mismo valor q ? Razónelo en función del signo de las cargas.

a) **Potencial electrostático en un punto (V):** Energía potencial eléctrica por unidad de carga positiva (por cada C) que almacenaría cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en un punto del espacio.

$$V = \frac{Ep_e}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r \cdot q}$$

$$V = \frac{K \cdot Q}{r}$$



En el caso de que la carga Q que crea el campo sea positiva, también el potencial V será positivo en todo el espacio.

V depende del medio (a través de la constante eléctrica K) y disminuye con la distancia. independiente del valor de la carga de prueba q que coloquemos en el punto del espacio.

Unidades: $J/C = \text{Voltio (V)}$

(Con esto debe bastar, pero podría hablarse también de las superficies equipotenciales y la relación campo-potencial (la dirección y sentido del campo eléctrico es aquella en que el potencial disminuye más rápidamente.)

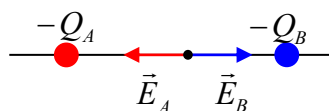
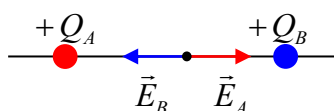
- b) En este caso estamos ante el campo electrostático producido por dos cargas puntuales, con lo que aplicaríamos el principio de superposición. El campo total en un punto es la suma (vectorial) de los campos producidos por cada una de forma independiente. $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

Para que el campo total sea nulo, tiene que cumplirse que $\vec{E}_A + \vec{E}_B = 0 \rightarrow \vec{E}_A = -\vec{E}_B$

Es decir, ambos campos deben:

- Tener el mismo módulo $\frac{K|Q_A|}{r_A^2} = \frac{K|Q_B|}{r_B^2}$ Como ambas cargas son iguales (q), deducimos que las distancias a las cargas también deben ser iguales.
- Ir en la misma dirección. Esto significa que el punto debe estar en la misma recta que une A y B.
- Ir en sentidos contrarios. Si las cargas son del mismo signo (ya sean positivas o negativas) este punto se encuentra en la zona entre las dos cargas, como puede observarse en los esquemas.

De todo lo anterior se deduce que el punto en el que el campo electrostático se anula existe, y está situado en el punto medio del segmento que une ambas cargas



Por el contrario, si las cargas fueran de distinto signo, sería imposible que se cumplieran las tres condiciones al mismo tiempo, con cargas del mismo valor absoluto.

Junio 2012. A. 4

4. Un electrón se mueve con una velocidad de $2 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$ y penetra en un campo eléctrico uniforme de $400 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, de igual dirección y sentido que su velocidad.

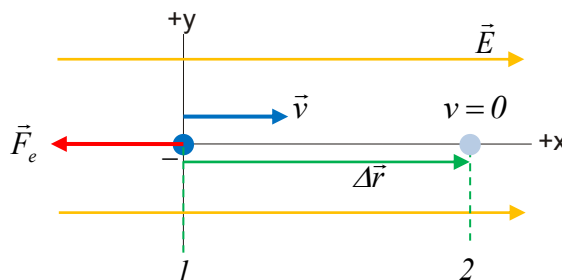
a) Explique cómo cambia la energía del electrón y calcule la distancia que recorre antes de detenerse.

b) ¿Qué ocurriría si la partícula fuese un positrón? Razone la respuesta. $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

a) Un electrón es una partícula cargada negativamente. Por lo tanto, al estar dentro de un campo eléctrico uniforme, sufrirá una fuerza eléctrica dada por la expresión $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = -e \cdot \vec{E}$

La fuerza tendrá, entonces, la misma dirección que el campo, pero en sentido contrario.

De esta forma, como el problema nos dice que el sentido de la velocidad es el mismo que el del campo, la fuerza (y por tanto la aceleración sufrida por el electrón) irá en sentido contrario a la velocidad. Como consecuencia, el movimiento del electrón irá frenando hasta detenerse. Posteriormente volverá a acelerar en sentido contrario al que traía.



Durante este movimiento de frenado las energías asociadas al electrón son:

Energía cinética: $Ec = \frac{1}{2}mv^2$. Debido al movimiento. Disminuye hasta hacerse cero durante el frenado, al disminuir la velocidad

Energía potencial eléctrica: $Ep_e = q \cdot V$. Debido a la acción de la fuerza eléctrica. Aumenta, debido a que la fuerza eléctrica realiza un trabajo negativo (va en contra del desplazamiento). $\Delta Ep_e = -W_{Fe} = -\vec{F}_e \cdot \Delta \vec{r}$

Energía mecánica: $E_M = Ec + Ep_e$ Se mantiene constante, ya que no hay fuerzas no conservativas aplicadas.

En resumen, se produce una transformación de energía cinética en energía potencial eléctrica, manteniéndose constante la energía mecánica.

Podemos calcular la distancia recorrida hasta detenerse de varias formas. La más corta, a nuestro entender, consiste en aplicar el teorema trabajo-energía cinética:

$$\Delta Ec = W_{TOT} = W_{Fe} = \vec{F}_e \cdot \Delta \vec{r} = Fe \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = |q \cdot E| \cdot \Delta r \cdot (-1) = -e \cdot E \cdot \Delta r = Ec_2 - Ec_1$$

$$\text{Así, } -e \cdot E \cdot \Delta r = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \Delta r = \frac{mv^2}{2 \cdot e \cdot E} = 0,028 \text{ m} \text{ recorre hasta detenerse.}$$

Otras formas de calcular la distancia:

- Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica. Ya que $E_M = cte$, $\Delta Ec = -\Delta Ep_e = W_{Fe}$, y tendríamos la misma situación anterior.

- Aplicar la conservación de la energía mecánica, usando la fórmula de la energía potencial $Ep_e = q \cdot V$, con lo que $\Delta Ec = -\Delta Ep_e = -q(V_2 - V_1) = -(-e) \cdot (-E \cdot \Delta r) \rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -e \cdot E \cdot \Delta r$ llegando al mismo resultado

- Calcular la aceleración que sufre el electrón aplicando la 2ª ley de Newton ($\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$) y posteriormente resolver el movimiento uniformemente acelerado, con velocidad inicial $v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$ y velocidad final nula.

b) Un positrón (e^+) es la antipartícula del electrón. Posee la misma masa que el electrón, pero carga positiva (de igual valor absoluto). Por lo tanto, un positrón sufriría una fuerza (y una aceleración) de igual módulo que en el caso del electrón, y en este caso **en la misma dirección y sentido** que la velocidad, por lo que el movimiento del positrón sería cada vez más rápido, la energía cinética aumentaría a costa de una disminución de la energía potencial eléctrica (ahora la fuerza eléctrica realizaría un trabajo positivo), mientras que la energía mecánica, como en el caso anterior, se mantendría constante ya que la única fuerza presente, la eléctrica, es conservativa.

En este caso, el positrón no se detendría.

Junio 2011. A.1

1. a) **Campo eléctrico de una carga puntual.**

b) **Dos cargas eléctricas puntuales positivas están situadas en dos puntos A y B de una recta. ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto de esa recta? ¿Y si las dos cargas fueran negativas? Razone las respuestas.**

a) (Esta pregunta corresponde a un apartado completo del tema de campo electrostático, y es bastante ambiguo. No queda claro si se refiere al campo eléctrico en general, con todas sus características (intensidad de campo, potencial, energía almacenada), o sólo al vector intensidad de campo eléctrico $\vec{E}$, también llamada "campo eléctrico")

Entendiendo la pregunta en el sentido más amplio, habría que hablar sobre:

- Concepto de campo eléctrico.
- Intensidad de campo eléctrico creado por una carga puntual. Fórmula, módulo, dirección, sentido y unidades.
- Líneas de campo. Distinción entre cargas positivas y negativas
- Fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre una partícula cargada.
- Potencial electrostático. Definición, unidades. Relación con el campo eléctrico
- Expresión del potencial eléctrico generado por una carga puntual. Superficies equipotenciales
- Energía almacenada por una partícula cargada dentro del campo electrostático.

En mi opinión, muy largo para ser sólo un apartado de una pregunta)

b) Para estudiar el campo electrostático producido por varias cargas puntuales aplicamos el principio de superposición. El campo total en un punto del espacio será igual a la suma de los campos producidos por cada una de las cargas.

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Para que el campo total sea nulo, tiene que cumplirse que $\vec{E}_A + \vec{E}_B = 0 \rightarrow \vec{E}_A = -\vec{E}_B$

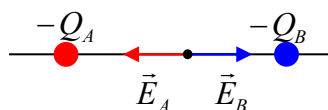
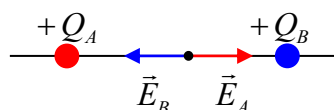
Es decir, ambos campos deben:

- Tener el mismo módulo $\frac{K|Q_A|}{r_A^2} = \frac{K|Q_B|}{r_B^2}$ De aquí obtenemos la relación entre las distancias a las cargas A y B.

El punto se encontrará más cerca de la carga de menor valor absoluto.

- Ir en la misma dirección. Esto significa que el punto debe estar en la misma recta que une A y B.
- Ir en sentidos contrarios. Si las cargas son del mismo signo (ya sean positivas como negativas) este punto se encuentra en la zona entre las dos cargas, como puede observarse en los esquemas.

Como ya hemos comentado, el punto será el mismo en los dos casos, tanto si las cargas son positivas o si son negativas. Sólo cambia el sentido de cada campo, pero tendrán el mismo módulo, y se anularán igualmente.



Junio 2010. B.1

1. a) Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos.

b) Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.

a) La intensidad de campo electrostático o campo electrostático $\vec{E}$ se define como la fuerza por unidad de carga que sufre un cuerpo cargado que se coloque en un punto del interior del campo electrostático.

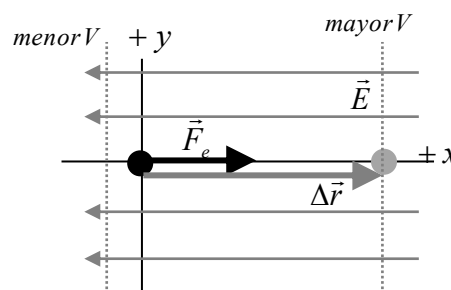
Al ser el campo electrostático conservativo, posee una función potencial asociada, el potencial electrostático (energía electrostática almacenada por unidad de carga).

Ambas magnitudes están relacionadas matemáticamente por la expresión $\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$, que es análoga a la existente entre fuerza electrostática y energía potencial electrostática, $\Delta E_{p_e} = -\int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = -W_{Fe}$

De esto, se pueden extraer otras relaciones:

- Las líneas de campo electrostático son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
- El vector campo $\vec{E}$ nos indica la dirección y sentido en que el potencial electrostático disminuye más rápidamente.
- $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ (esta operación en tres dimensiones, llamada gradiente, no se ha visto en el curso, pero sí su forma en una sola dimensión, $\vec{E} = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$)

b) Si la partícula cargada q se mueve espontáneamente, sin necesidad de aplicar una fuerza externa, es debido a que es la fuerza electrostática la responsable de ese movimiento. Por lo tanto, la fuerza electrostática va en la dirección y sentido en que el potencial aumenta (ver esquema).



Por otro lado, el campo electrostático nos indica aquella dirección y sentido en que el potencial disminuye, por lo que el campo $\vec{E}$ va en sentido contrario al de la fuerza $\vec{F}_e$, y al del movimiento de la partícula (ver esquema).

La relación entre el campo y la fuerza electrostática que sufre una partícula es $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Por lo tanto, si el campo y la fuerza van en sentidos contrarios, es porque la carga q de la partícula es negativa.

(Este apartado también puede razonarse con un balance energético. Si la fuerza electrostática es la que mueve espontáneamente la partícula, el trabajo que realiza es positivo (la fuerza va a favor del desplazamiento).

Como la fuerza electrostática es conservativa, $\Delta E_{p_e} = -W_{Fe} \rightarrow \Delta E_{p_e} < 0$

Sabemos que $\Delta E_{p_e} = q \cdot \Delta V$ Como el potencial aumenta $\Delta V > 0$

Y llegamos a la misma conclusión de que la carga q debe ser negativa, para que se cumpla la relación anterior.

Junio 2009. B.1

1. a) Enuncie la ley de Coulomb y aplique el principio de superposición para determinar la fuerza que actúa sobre una carga en presencia de otras dos.
- b) Dos cargas $+q_1$ y $-q_2$ están situadas en dos puntos de un plano. Explique, con ayuda de una gráfica, en qué posición habría que colocar una tercera carga, $+q_3$, para que estuviera en equilibrio.

a) La ley de Coulomb describe la interacción electrostática entre dos partículas cargadas eléctricamente:

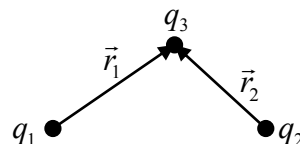
“Dos partículas cargadas eléctricamente q_1 y q_2 , separadas una distancia r , se atraen o se repelen con fuerzas que son proporcionales al producto de las cargas e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que las separa.

Si ambas cargas son del mismo signo, la interacción es repulsiva.

Si ambas cargas son de signo contrario, la interacción es atractiva.

El valor de la fuerza se calcula con la expresión $\vec{F}_e = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r$

Donde K es la constante eléctrica, que depende del medio.”



El principio de superposición, aplicado a la interacción electrostática, nos dice que el efecto que varias cargas puntuales producen sobre una partícula cargada, puede calcularse como la suma de los efectos individuales de cada carga. Es aplicable a fuerza, energía potencial, potencial, intensidad del campo...

En este caso, la fuerza que actúa sobre una carga (q_3) en presencia de otras dos (q_1 y q_2) vendrá dada por

$$\vec{F}_e = \vec{F}_{e1} + \vec{F}_{e2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r_1^2} \cdot \vec{u}_{r1} + K \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{r_2^2} \cdot \vec{u}_{r2} \quad \vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} \quad \vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2}$$

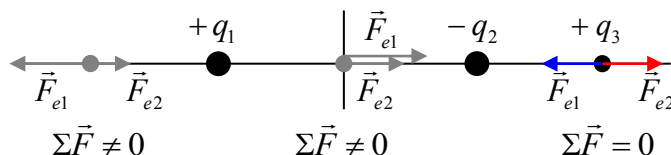
b) Basándonos en la primera ley de Newton, para que la carga 3 esté en equilibrio la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella debe ser nula, por lo que las fuerzas que ejercen sobre ella las cargas 1 y 2 deben ser iguales en módulo, de igual dirección y de sentido contrario. Es decir:

$$\vec{F}_e = \vec{F}_{e1} + \vec{F}_{e2} = 0 \rightarrow \vec{F}_{e1} = -\vec{F}_{e2} \rightarrow \text{Módulo } F_{e1} = F_{e2} \rightarrow \frac{K \cdot |q_1 \cdot q_3|}{r_1^2} = \frac{K \cdot |q_2 \cdot q_3|}{r_2^2}$$

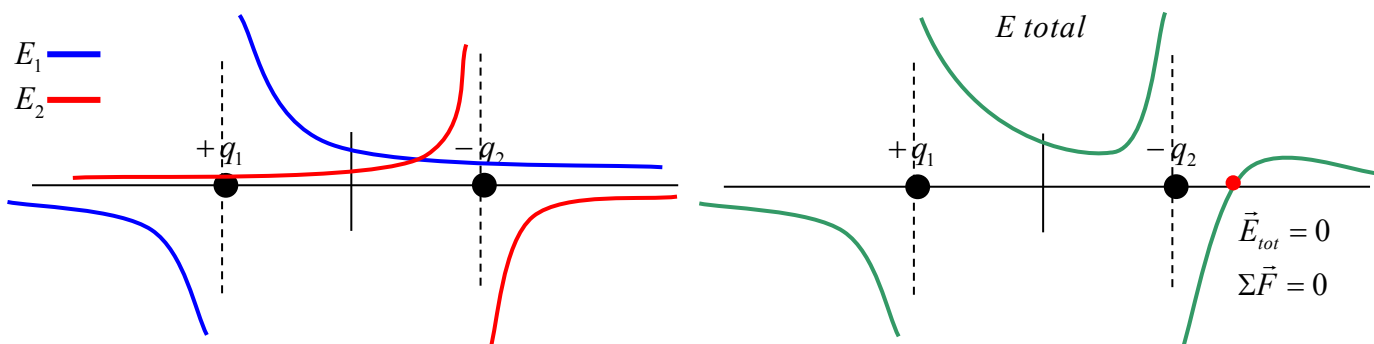
Con lo que vemos que el punto en que ambos módulos sean iguales debe estar más cerca de la carga (1 ó 2) de menor valor absoluto (si por ejemplo, q_2 es menor, también r_2 debe serlo).

Para que ambas fuerzas tengan la misma dirección, el punto debe estar en la línea que une a las cargas 1 y 2.

Dado que ambas cargas son de distinto signo, el punto en que ambas fuerzas tienen sentido contrario se encuentra en la parte exterior al segmento que une a las cargas 1 y 2, y como ya hemos comentado, más cerca de la carga de menor valor absoluto (supongamos que sea la 2), como puede observarse en el esquema.



Es posible razonar este apartado mediante representaciones gráficas de los campos eléctricos generados por las cargas 1 y 2 (se representa el módulo y el signo correspondiente al sentido del vector). Por el principio de superposición, al sumar estas gráficas tendremos los valores del campo eléctrico total. El punto en el que este campo eléctrico se haga cero, será el punto en el que cualquier carga eléctrica que situemos se mantendrá en equilibrio ($\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = 0$).



Junio 2008. B.3

3. Una bolita de plástico de 2 g se encuentra suspendida de un hilo de 20 cm de longitud y, al aplicar un campo eléctrico uniforme y horizontal de 1000 N C^{-1} , el hilo forma un ángulo de 15° con la vertical. Considere $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

- Dibuje en un esquema el campo eléctrico y todas las fuerzas que actúan sobre la esfera y determine su carga eléctrica.
- Explique cómo cambia la energía potencial de la esfera al aplicar el campo eléctrico.

a) Nos encontramos ante una partícula cargada dentro de un campo electrostático.

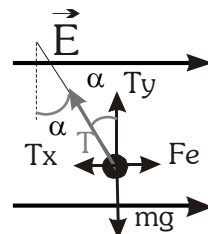
La bolita cargada se desvía por acción de la fuerza electrostática $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. No nos dicen si la carga es positiva o negativa (esto es un fallo del enunciado), así que la supondremos positiva, para poder hacer un esquema de fuerzas.

Las fuerzas que actúan sobre la bolita son la gravitatoria, la electrostática y la tensión del hilo (descompuesta en el esquema en T_x y T_y)

Aplicando la primera ley de Newton a la bolita en equilibrio, $\Sigma \vec{F} = 0$, llegamos a

$$\begin{aligned} x: \quad F_e - T_x &= 0 \rightarrow |q| \cdot E = T \cdot \sin \alpha \\ y: \quad T_y - F_g &= 0 \rightarrow m \cdot g = T \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} |q| \cdot E &= T \cdot \sin \alpha \\ m \cdot g &= T \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right. \rightarrow \frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \tan \alpha \rightarrow |q| = \frac{m \cdot g \cdot \tan \alpha}{E}$$

Sustituyendo valores, obtenemos que $|q| = 5,36 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.



b) Esta pregunta puede llevar a confusión, ya que no especifica si se refiere sólo a energía potencial electrostática o a todas las energías potenciales, lo que incluiría la gravitatoria. Resolveremos el problema de la forma más general posible, calculando ambas.

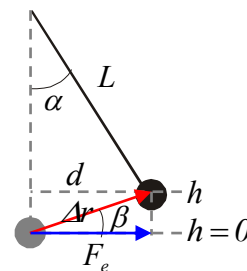
A partir de la figura:

$$L = 0,2 \text{ m} \quad \alpha = 15^\circ \quad d = L \cdot \sin \alpha = 0,05176 \text{ m}$$

$$h = L - L \cdot \cos \alpha = 0,2 - 0,19319 = 0,00681 \text{ m}$$

La variación de energía potencial gravitatoria

$$\Delta E_{p_g} = E_{p_{g2}} - E_{p_{g1}} = mgh - 0 = 1,362 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$



Y la de energía potencial electrostática, la calculamos sabiendo que la fuerza electrostática es conservativa, con lo que $\Delta E_{p_e} = -W_{F_e}$

A su vez el trabajo eléctrico lo obtenemos teniendo en cuenta que la fuerza eléctrica es constante en todo momento, y podemos usar la expresión $W_{F_e} = \vec{F}_e \cdot \Delta \vec{r} = F_e \cdot \Delta r \cdot \cos \beta$

$$\text{Así,} \quad \Delta E_{p_e} = -W_{F_e} = -\vec{F}_e \cdot \Delta \vec{r} = -F_e \cdot \Delta r \cdot \cos \beta = -q \cdot E \cdot \Delta r \cdot \cos \beta = -q \cdot E \cdot d = -2,774 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Y la variación total de energía potencial es de $\Delta E_p = \Delta E_{p_e} + \Delta E_{p_g} = -1,412 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

(A partir de aquí ya no lo pide el problema, pero creo que enriquece la resolución)

Teniendo en cuenta que la energía mecánica se mantiene constante (la única fuerza no conservativa que actúa, la tensión del hilo, es en cada momento perpendicular al desplazamiento - es una fuerza centrípeta - por lo que no realizará trabajo) habrá un aumento neto en la energía cinética de la bola

$$E_M = cte \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p = 1,412 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Conclusión:

El trabajo positivo realizado por la fuerza electrostática hace que la energía potencial electrostática disminuya. Esta energía se transforma en energía cinética y además, conforme la bolita asciende, en energía potencial gravitatoria, hasta llegar a la situación de equilibrio.

Pero cuando llega a esta posición, todavía posee energía cinética, por lo que la bolita pasará de largo para frenar y detenerse un poco más allá (a partir de los 15° , T_x se hace mayor que la fuerza eléctrica y T_y menor que la gravitatoria, y la resultante frena el movimiento) y volver, realizando oscilaciones en torno a la posición de equilibrio de 15° .

(Algo parecido a lo que sucede con un muelle oscilante o un péndulo ordinario)

Junio 2007. B.3

3. Una partícula de masa m y carga -10^{-6} C se encuentra en reposo al estar sometida al campo gravitatorio terrestre y a un campo eléctrico uniforme $E = 100$ N C⁻¹ de la misma dirección.

a) Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y calcule su masa.

b) Analice el movimiento de la partícula si el campo eléctrico aumentara a 120 N C⁻¹ y determine su aceleración.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

a) La partícula se encuentra sometida únicamente a dos campos constantes, uno gravitatorio y otro electrostático. Por tanto, las dos únicas fuerzas que sufrirá la partícula serán la gravitatoria $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$ y la electrostática $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$, cuyas direcciones y sentidos aparecen en el esquema.

Al estar la partícula en reposo, se cumple para ella la primera ley de Newton, por lo que la resultante de las fuerzas sobre la misma es nula. $\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{F}_g + \vec{F}_e = 0 \rightarrow \vec{F}_g = -\vec{F}_e$, por lo que ambas fuerzas serán iguales en módulo y dirección, y en sentido contrario.

Así:

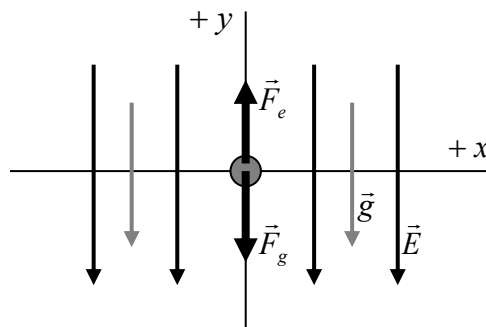
$$m \cdot g = |q| \cdot E \rightarrow m = \frac{|q| \cdot E}{g} = \frac{10^{-6} \text{ C} \cdot 100 \text{ N C}^{-1}}{10 \text{ N kg}^{-1}} = 10^{-5} \text{ kg}$$

b) Si el módulo del campo eléctrico aumenta, también lo hace el valor de la fuerza eléctrica, con lo que la partícula dejará de estar en equilibrio, y sufrirá una aceleración que viene dada por la segunda ley de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \frac{q \cdot \vec{E} + m \cdot \vec{g}}{m} = \frac{-10^{-6} \text{ C} \cdot (-120 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{j}) + 10^{-5} \text{ kg} \cdot (-10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \vec{j})}{10^{-5} \text{ kg}} = 2 \vec{j} \text{ m s}^{-2}$$

Al ser la aceleración constante, el movimiento de la partícula será uniformemente acelerado, y su trayectoria será rectilínea, al partir del reposo.

El esquema de las fuerzas es el mismo que el del apartado anterior, sólo cambia el módulo de las mismas.



Junio 2006. B.3

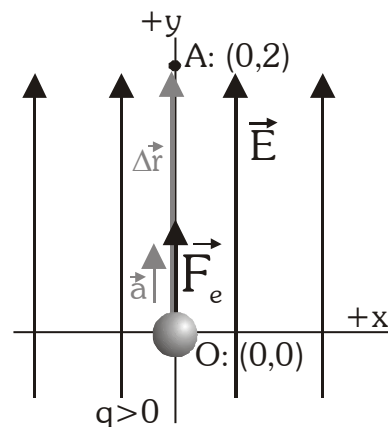
3. Una partícula con carga $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 N C^{-1} en el sentido positivo del eje OY.

- Describe el movimiento seguido por la partícula y la transformación de energía que tiene lugar a lo largo del mismo.
- Calcule la diferencia de potencial entre los puntos (0,0) y (0,2) m y el trabajo realizado para desplazar la partícula entre dichos puntos.

a) El campo electrostático $\vec{E}$ indica la fuerza por unidad de carga que se ejerce sobre una partícula cargada situada en el interior del campo. La fuerza que se ejerce sobre la partícula, ya esté en reposo o en movimiento, viene dada por $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Al tratarse de un campo eléctrico constante y uniforme, la fuerza ejercida también será constante y, por tanto, por la 2ª Ley de Newton, también la aceleración $a = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} = cte$. La partícula describirá un movimiento uniformemente acelerado. Además, como parte del reposo, el vector velocidad irá en todo momento en la misma dirección y sentido que la aceleración. Será, por consiguiente, un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).

Su ecuación de movimiento será: $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$

La trayectoria será paralela al vector aceleración, y al vector campo, y el sentido del movimiento coincide con el de $\vec{E}$, al ser la carga positiva.



Estudio energético:

Al ser la fuerza electrostática una fuerza conservativa, la partícula q almacena energía potencial electrostática (E_p) al actuar sobre ella la fuerza electrostática.

Inicialmente, la partícula está en reposo, por lo que su energía cinética ($E_c = \frac{1}{2}mv^2$) es nula.

Al comenzar el movimiento, debido a la aceleración, se produce una transformación de energía potencial en energía cinética (aumenta E_c a costa de la disminución de E_p , se cumple $\Delta E_c = -\Delta E_p$). La energía mecánica ($E_M = E_c + E_p$) permanece constante en todo momento, ya que la única fuerza que actúa es conservativa.

b) El potencial electrostático (V) indica la energía que almacena por unidad de carga una partícula colocada en el interior del campo electrostático. Su valor depende del punto que hayamos tomado como origen, por tanto, lo que realmente tiene utilidad física es la diferencia de potencial entre dos puntos (ΔV).

Para un campo eléctrico constante como el del problema, la diferencia de potencial está relacionada con el campo mediante la expresión $\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{r}$, donde $\Delta \vec{r}$ es el vector desplazamiento. Así:

$$\Delta \vec{r} = (0,2) - (0,0) = (0,2) \text{ m} = 2 \vec{j} \text{ m} \quad ; \quad \vec{E} = 500 \vec{j} \text{ NC}^{-1}$$

$$\Delta V = V_A - V_O = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{r} = -1000 \text{ V}$$

La diferencia de potencial es de 1000 V, estando el punto origen O a mayor potencial que el punto A: (0,2). Se cumple que el sentido del campo es aquel en el que el potencial disminuye.

Como $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = cte$, El trabajo realizado puede calcularse con la expresión

$$W_e = \vec{F}_e \cdot \Delta \vec{r} = q \cdot \vec{E} \cdot \Delta \vec{r} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 500 \vec{j} \text{ NC}^{-1} \cdot 2 \vec{j} \text{ m} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

(También podemos usar el hecho de que la fuerza es conservativa, así:

$$W_e = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (-1000 \text{ V}) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$