

## Tema 3: Interacción electrostática

1. Interacción electrostática: Ley de Coulomb
2. Campo electrostático.
3. Movimiento de una partícula dentro de un campo electrostático.
4. Flujo electrostático. Teorema de Gauss. Cálculo del campo creado por distintas distribuciones de carga.
5. Nociones sobre campo electrostático en la materia. Conductores y aislantes.

### 1 Interacción electrostática: ley de Coulomb

#### Introducción histórica:

Las experiencias elementales sobre electrostática son conocidas desde la antigüedad, si bien sólo se conocía el fenómeno, no su explicación ni posibles aplicaciones.

Así, hacia el año 600 a.C., el filósofo griego **Tales de Mileto** describe cómo el ámbar (*elektron*, en griego), al ser frotado, atrae pequeños trozos de hilo, pelusa, hierba seca...

S. XVI:	Gilbert (Inglaterra)	Distingue entre fenómenos eléctricos y magnéticos Propone un primer modelo para explicar la electricidad. Propone que la Tierra es un imán, con lo que explica la brújula.
S.XVIII:	Du Fay (Francia)	Distingue dos tipos de electricidad      Vítrea (vidrio) Resinosa (ámbar)
	Leyden (Alemania)	Primer condensador
	Franklin (EEUU)	Descubre que los rayos son fenómenos eléctricos. Inventa el pararrayos. Propone los signos + y - para los dos tipos de electricidad. Propone la teoría del " <i>fluido eléctrico</i> ".
	Volta (Italia)	Construye la primera pila.
	Coulomb (Francia)	Establece el concepto de carga eléctrica. Ley de Coulomb: Explica la interacción electrostática.

#### Carga eléctrica (Q): propiedades:

- La carga eléctrica es una propiedad asociada a la materia, que permite explicar los fenómenos eléctricos y magnéticos

- Es una magnitud escalar

Unidades SI: Culombio ( C )

submúltiplos: mC (miliculombio) =  $10^{-3}$  C  
 $\mu$ C (microculombio) =  $10^{-6}$  C  
nC (nanoculombio) =  $10^{-9}$  C

Otras unidades: unidad electrostática elemental (uee) =  $3,33 \cdot 10^{-10}$  C  
Faraday (mol de electrones) = 96500 C  
Carga del electrón (en valor absoluto) =  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C

- Dos tipos: positiva (+) y negativa (-). Los cuerpos neutros tienen igual nº de cargas + y -

- Discontinua: Está asociada a partículas subatómicas: protones (+) y electrones (-). Un cuerpo cargado sólo puede tener una carga que sea un múltiplo de la carga del electrón (o del protón, es la misma pero con signo contrario,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C )

- Aditiva: La carga total es la suma de las cargas.

**Electrización:**

Un cuerpo neutro puede electrizarse, adquirir carga y ejercer interacción electrostática de varias formas:

**Frotamiento:** Con el rozamiento, un cuerpo le quita electrones al otro. Así, el cuerpo que ha perdido cargas negativas se queda con más carga positiva, y el cuerpo que las ha ganado, se queda con carga negativa.

**Contacto:** Si un cuerpo con carga eléctrica se pone en contacto con un cuerpo neutro, pueden pasar cargas de un cuerpo a otro.



Un cuerpo adquiere energía eléctrica de diversas formas.

**Inducción:** También puede electrizarse un cuerpo de forma momentánea si le acercamos otro cuerpo cargado, sin necesidad de contacto. Es lo que pasa al acercar el bolígrafo frotado a trocitos de papel, o al chorro de agua del grifo. La carga negativa del bolígrafo produce una separación de cargas en el otro cuerpo. Muchos electrones se alejan, quedando carga positiva más cerca, con lo que se produce una fuerza neta de atracción.

**Interacción electrostática: propiedades**

- Es una interacción entre cargas en reposo
- La interacción entre cargas es atractiva o repulsiva según el signo = signo : repulsiva  
≠ signo : atractiva
- Afecta a cuerpos con carga eléctrica neta. Es proporcional al valor de las cargas.
- Tiene alcance infinito.
- La intensidad de la interacción disminuye con la distancia como  $1/r^2$
- Es una interacción conservativa.
- Es una interacción de tipo central.
- La intensidad de la interacción depende del medio que rodee a las cargas

**Ley de Coulomb:**

Charles Coulomb, en 1785, Explica la interacción electrostática y da una expresión operativa de la misma.

"Entre dos cuerpos con cargas eléctricas  $Q$  y  $q$ , se ejercen fuerzas de atracción o repulsión, que son proporcionales al producto de las cargas e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa."

Así, tenemos la expresión  $F_e = K \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$  en forma vectorial  $\vec{F}_e = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$

Esta expresión de la ley de Coulomb sólo es válida si los cuerpos cargados eléctricamente pueden considerarse puntuales

La constante de proporcionalidad  $K$  se denomina *constante eléctrica*, e indica la dependencia de la fuerza electrostática con el medio  $K = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon}$

Donde  $\epsilon$  es una constante que sólo depende del medio. Se denomina *permitividad eléctrica* del medio

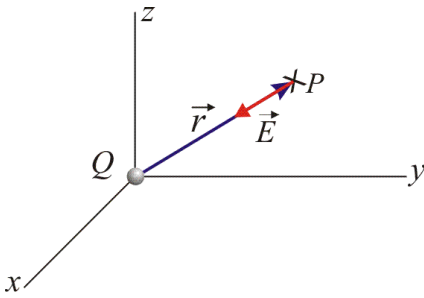
En el vacío  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$   $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

La permitividad eléctrica se mide en relación al vacío (que es la menor que existe). El cociente entre la permitividad del medio que estamos estudiando ( $\epsilon$ ) y la del vacío ( $\epsilon_0$ ), se denomina **permitividad relativa** ( $\epsilon_r$ ), y es el dato que aparece en las tablas y los problemas.

$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$  Por lo que  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  ;  $\epsilon_r \geq 1$   $K = \frac{K_0}{\epsilon_r}$

Algunos valores de $\epsilon_r$	
Vacío:	1
Aire:	1,0006
Polietileno:	2,3
Nylon:	3,7
Madera:	2,5 - 8
Vidrio:	5 - 10
Sal común:	6,1
Alcohol:	28,4
Agua(20°C):	81

## 2. Campo electrostático



Supongamos que, en una cierta región del espacio, tenemos un cuerpo cargado eléctricamente ( $Q$ ). Debido a esa característica, dicho cuerpo interactuará electrostáticamente con cualquier otra carga  $q$  que coloquemos en cualquier punto del espacio. Es decir, la carga  $Q$  modifica las propiedades del espacio, crea una nueva magnitud en él, a la que llamaremos *campo electrostático*.

Cualquier carga  $q$  (carga de prueba) colocada en cualquier punto del espacio sufrirá una fuerza electrostática  $\vec{F}_e$ . Esta fuerza dependerá de

- Las cargas  $Q$  y  $q$
- El punto del espacio en el que coloquemos  $q$

Si calculamos la fuerza que se ejercería por cada unidad de carga (por cada culombio) que colocáramos en el punto del espacio que estudiamos; entonces obtendremos una magnitud que no depende de la carga  $q$  que coloquemos en el punto, sino que únicamente depende del punto y de la carga que ha creado el campo ( $Q$ ).

Esta magnitud así obtenida se denomina **Intensidad de Campo Electrostático** o **Campo Electrostático** ( $\vec{E}$ )

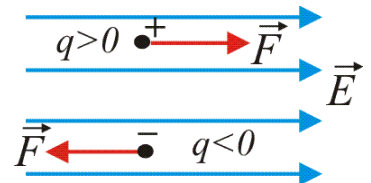
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$$

Unidades de  $\vec{E}$ :  $[E] = \text{N/C}$

Efectos del campo eléctrico: de la expresión  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ , podemos extraer varias consecuencias sobre los efectos que produce la fuerza electrostática:

- La fuerza electrostática sólo actúa sobre partículas cargadas (estén en reposo o en movimiento)
- La dirección de la fuerza (y de la aceleración que originará, si es la única fuerza aplicada) es paralela al campo
- El sentido de la fuerza depende del signo de la carga  $q$  sobre la que actúe el campo

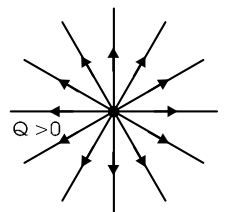


### Energía potencial electrostática ( $E_{p_e}$ ) de una carga $q$ en el interior de un campo eléctrico:

- Es la energía que almacena una carga  $q$  colocada en un punto del interior del campo electrostático.
- También puede definirse teniendo en cuenta que la fuerza electrostática es conservativa. La  $E_{p_e}$  será la función potencial asociada a la fuerza electrostática. Es decir

$$W_{F_e} = -\Delta E_{p_e} \qquad \Delta E_{p_e} = -\int_A^B \vec{F}_e \cdot \vec{dr}$$

Esta energía potencial, como es evidente, se mide en julios, y depende de la carga  $q$  colocada. Puede ser positiva o negativa, según el signo de  $q$  y las características del campo.



### Potencial electrostático (V) en un punto del espacio:

- Energía por unidad de carga positiva (por cada C) que almacenaría cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en dicho punto del espacio.

$$V = \frac{E_{p_e}}{q}$$

$$E_{p_e} = q \cdot V$$

$[V] = \text{J/C} = \text{Voltio (V)}$

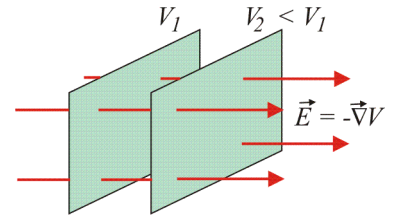
El potencial  $V$  es una propiedad del espacio. Es independiente de la carga  $q$  que coloquemos en el punto.

- También (con un razonamiento similar al de la energía potencial) podemos definir el potencial electrostático

como la función potencial asociada al campo electrostático. 
$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

**Relación campo-potencial:**

Como ya sucedía en el caso del campo gravitatorio, se cumple que  $\vec{E} = -\text{grad}V$ . El campo eléctrico indica en qué dirección y sentido el potencial eléctrico disminuye más rápidamente.

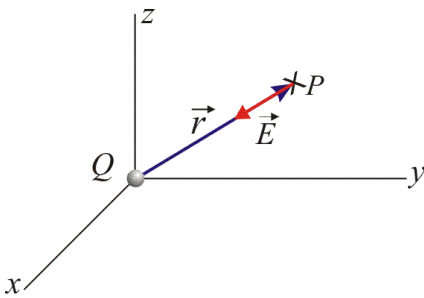


Las líneas de campo  $\vec{E}$  son perpendiculares a las superficies equipotenciales ( $V = \text{cte}$ )

Lo estudiado hasta ahora es general, es válido para cualquier campo electrostático que tengamos. A partir de ahora veremos casos particulares. Los resultados que obtendremos sólo se podrán aplicar en un problema si estamos en ese caso particular.

**Campos creados por diversas distribuciones de carga.**

**Campo creado por una carga puntual:**



Supongamos una carga puntual Q. Crea un campo electrostático a su alrededor. Cualquier carga de prueba q que coloquemos en un punto del espacio, sufrirá una fuerza electrostática.

Dado que tanto Q como q son cargas puntuales, la Fuerza vendrá dada por la ley de Coulomb:

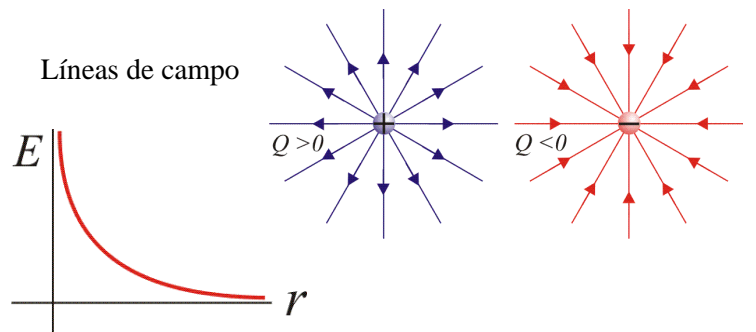
$$\vec{F}_e = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r \quad F_e = K \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2} \quad \text{El módulo debe ser } > 0$$

**Campo eléctrico  $\vec{E}$ :**

Fuerza ejercida por unidad de carga sobre una partícula colocada en el punto del espacio que estamos estudiando.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r^2 \cdot q} \cdot \vec{u}_r = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

Módulo 
$$E = \frac{K \cdot |Q|}{r^2} \quad (E > 0)$$



**Energía potencial electrostática ( $E_{pe}$ ):**

Energía almacenada por una carga q colocada en el interior del campo electrostático creado por Q. (esa energía es almacenada por el sistema formado por ambas cargas)

Partimos de la expresión general 
$$\Delta E_{pe} = -W_{Fe}$$

Así tendremos:

$$\Delta E_{p_e} = -\int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{K \cdot Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r \cdot dr \cdot \vec{u}_r = -K \cdot Q \cdot q \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} \cdot dr = -K \cdot Q \cdot q \cdot \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} =$$

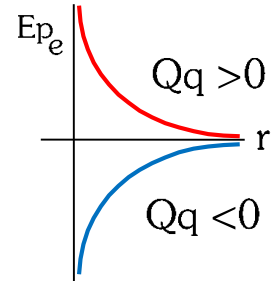
$$= \frac{K \cdot Q \cdot q}{r_B} - \frac{K \cdot Q \cdot q}{r_A}$$

Elegimos origen. Para  $r_A \rightarrow \infty$ ,  $E_{p_A} = 0$ .

Y la expresión queda

$$E_{p_e} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r}$$

La  $E_{p_e}$  almacenada puede ser positiva o negativa, según el signo de  $Q$  y  $q$

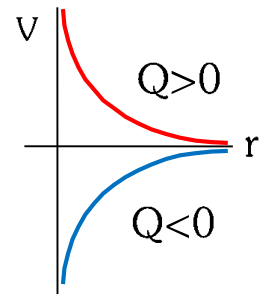


**Potencial electrostático en un punto (V):**

Energía por unidad de carga positiva (por cada C) que almacenaría cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en dicho punto del espacio

$$V = \frac{E_{p_e}}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r \cdot q}$$

$$V = \frac{K \cdot Q}{r}$$



**Campo electrostático creado por varias cargas puntuales:**

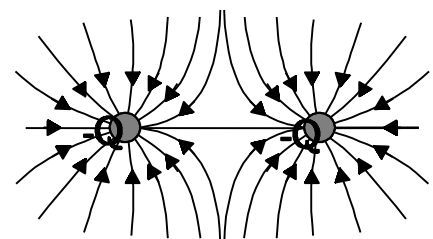
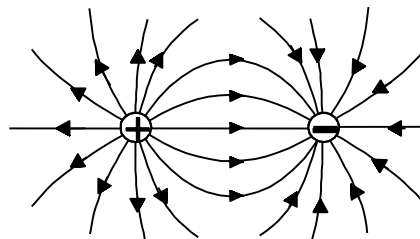
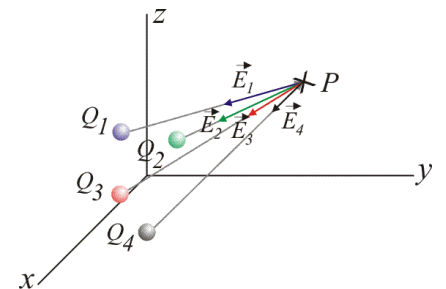
En este caso aplicamos el *principio de superposición* (el efecto producido por un conjunto de cargas puede calcularse sumando los efectos de cada carga por separado). Así

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

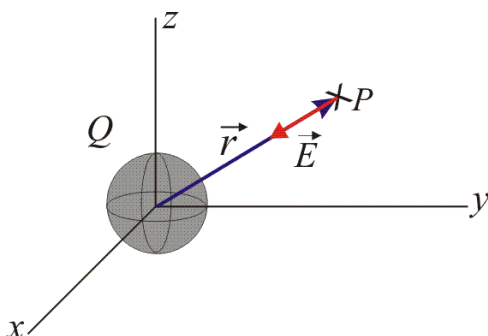
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

$$E_{p_e} = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} + \dots$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$



**Campo electrostático creado por una esfera cargada en su exterior:**



Son válidos los resultados obtenidos para cargas puntuales. (la demostración, en el apartado 4)

$Q$  es la carga neta de la esfera y  $r$  la distancia al centro de la misma

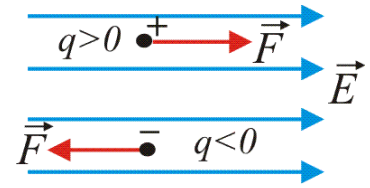
**Campo electrostático constante:**

$$\vec{E} = cte$$

En este caso sólo podemos usar los resultados generales vistos al principio.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (\text{con lo que } \vec{F} = cte) \quad Ep_e = q \cdot V$$

$$W_{Fe} = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \vec{F}_e \cdot \Delta\vec{r} \quad \Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$$



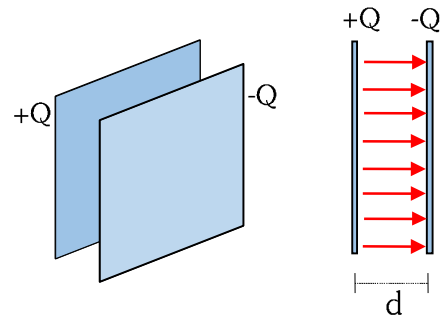
Un ejemplo muy usado de campo eléctrico constante es el *condensador*. Consiste en dos placas metálicas planas y paralelas, cargadas con cargas idénticas, pero de signo contrario. Entre las placas se genera un campo eléctrico constante.

$\vec{E} = cte$  Dirección: perpendicular a las placas  
Sentido: de la placa + a la -

Diferencia de potencial entre las placas:

$$\Delta V = V_- - V_+ = -E \cdot \Delta r = -E \cdot d$$

Normalmente se da la diferencia en valor absoluto (el potencial de la placa positiva menos el de la negativa).  $\Delta V = V_+ - V_- = E \cdot d$



**3. Movimiento de una partícula dentro de un campo electrostático constante.**

**Partícula neutra:** Sabemos que el campo eléctrico afecta sólo a partículas con carga, por lo que si la partícula es neutra, continuará con un movimiento rectilíneo uniforme, al no actuar ninguna fuerza sobre ella. Su energía cinética permanecerá constante.

**Partícula con carga q:** Sobre la partícula actuará una fuerza eléctrica dada por  $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

La fuerza eléctrica va en la misma dirección que el campo (es paralela al campo)

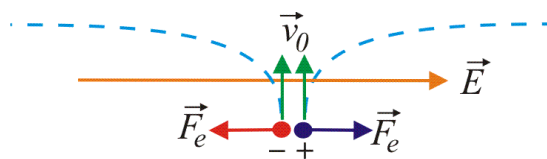
El sentido de la fuerza es: El mismo que el del campo si  $q > 0$ .

El opuesto al campo si  $q < 0$

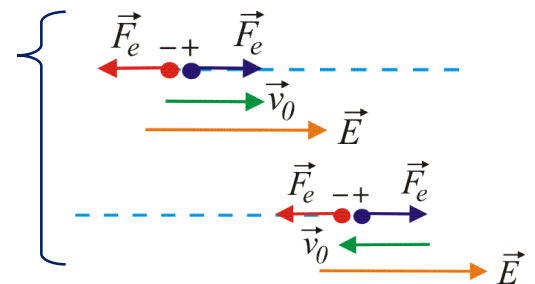
La aceleración que sufrirá la partícula será  $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} = cte$

La trayectoria será: Rectilínea si  $\vec{v}_0 = 0$  o si  $\vec{v} \parallel \vec{E}$

Parabólica si  $\vec{v}$  no es paralela a  $\vec{E}$



El movimiento será MUA.



Variaciones de energía: Dado que la fuerza electrostática es conservativa, la energía mecánica de la partícula se mantendrá constante ( $E_M = cte$ ). Como consecuencia  $\Delta E_M = 0 \rightarrow \Delta E_C = -\Delta E_P$

La variación de energía potencial  $\Delta E_{Pe} = q \cdot \Delta V$

Sabemos que el potencial disminuye en el sentido del campo, y que aumenta en sentido contrario. Para conocer si  $E_{pe}$  aumenta o disminuye, hemos de tener en cuenta además el signo de la carga  $q$ .

También puede estudiarse la variación de la  $E_{pe}$  a partir del trabajo  $\Delta E_{pe} = -W_{Fe}$

### Aceleración/frenado de partículas cargadas mediante campos eléctricos.

Los campos eléctricos son utilizados para acelerar/frenar partículas cargadas. También para desviarlas, pero nos centraremos en casos en que el campo eléctrico va en la dirección del movimiento. Al tratarse de protones, electrones, iones... con masa muy pequeña, despreciamos los efectos de la gravedad.

Al actuar sólo la fuerza eléctrica, que es conservativa, la energía mecánica de la partícula se mantendrá constante.

$$E_M = cte \quad \rightarrow \quad \Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_c = -\Delta E_p \quad \rightarrow \quad \Delta E_c = -q \cdot \Delta V$$

$$E_{c2} - E_{c1} = -q \cdot (V_2 - V_1)$$

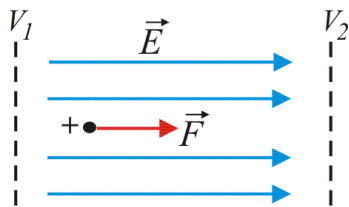
Dependiendo del signo de la carga  $q$ , y de si la partícula aumenta o disminuye su velocidad, el potencial final  $V_2$  será mayor que el inicial  $V_1$ , o al revés, y por tanto el campo eléctrico irá desde  $V_2$  a  $V_1$ , o al contrario. Lo mejor es estudiarlo sobre el esquema en los diferentes casos.

**IMPORTANTE:** Recuerda que en los problemas, la diferencia de potencial  $\Delta V$  nos la dan **en valor absoluto**. Debes analizar en el esquema cuál es la zona de mayor potencial, según el sentido que deba tener el campo eléctrico ( $\vec{E}$  va en el sentido en que  $V$  disminuye)

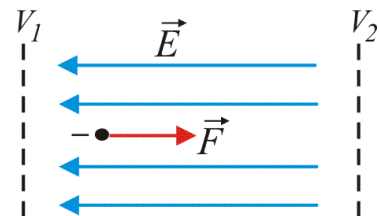
**Aceleración desde el reposo:**  $E_{c1} = 0$   $E_{c2} = \frac{1}{2}mv_2^2$

La fuerza eléctrica va a favor del movimiento (a la derecha, en el esquema).  $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

Con **q positiva**, debemos aplicar  $\vec{E}$  hacia la derecha  
Por tanto,  $V_1 > V_2$



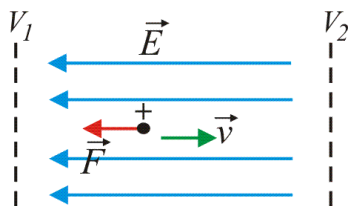
Con **q negativa**, aplicamos  $\vec{E}$  hacia la izquierda  
Por tanto,  $V_2 > V_1$



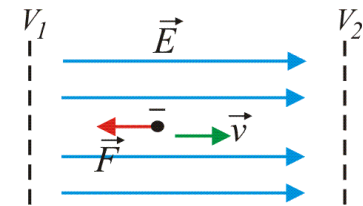
**Frenado hasta detener la partícula:**  $E_{c1} = \frac{1}{2}mv_1^2$   $E_{c2} = 0$

La fuerza eléctrica va en contra del movimiento (a la izquierda, en el esquema).  $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

Con **q positiva**, debemos aplicar  $\vec{E}$  hacia la izquierda  
Por tanto,  $V_2 > V_1$



Con **q negativa**, aplicamos  $\vec{E}$  hacia la derecha  
Por tanto,  $V_1 > V_2$



**Electronvoltio (eV):** Cuando un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 1 V, adquiere una energía de  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J. Esta unidad se conoce como electronvoltio (eV) y es muy usada en Física de partículas.

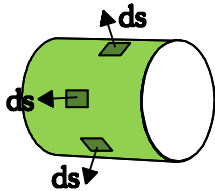
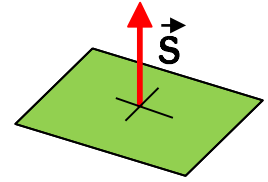
$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$



## 4. Teorema de Gauss. Aplicación al cálculo de campos electrostáticos

**Vector superficie:** La forma que tenemos en Física y en geometría de representar las superficies mediante una magnitud es usar el vector superficie ( $\vec{s}$ ). Este vector tiene como características:

- Su dirección es perpendicular a la superficie
- Su módulo es igual al área.
- El sentido puede elegirse. Cuando una superficie es cerrada, normalmente va hacia fuera de la misma.

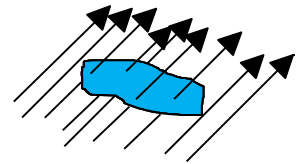


Cuando una superficie no es plana, vemos que no existe un único vector superficie, ya que este va cambiando de dirección. Se procede entonces a dividir la superficie en trozos infinitamente pequeños, a cada uno de los cuales corresponde un vector superficie  $d\vec{s}$ .

### Flujo del campo electrostático ( $\Phi_E$ ):

El concepto de flujo nos da una idea de la concentración de líneas de campo en una zona del espacio. Es otra forma de medir lo intenso que es el campo en ese sitio.

Supongamos una superficie cualquiera dentro del campo electrostático. Habrá líneas de campo que la atravesarán, otras no. El flujo nos va a indicar si dicha superficie es atravesada con más o menos intensidad por las líneas de campo.



- Esta magnitud dependerá de:
- La intensidad del campo en la zona (el valor de  $\vec{E}$ ).
  - El tamaño y forma de la superficie
  - La orientación entre la superficie y el campo.

Estas tres características quedan recogidas en la expresión que calcula el flujo que atraviesa una determinada superficie.  $\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$  unidades de flujo electrostático  $[\Phi_E] = [E] \cdot [S] = N \cdot C^{-1} \cdot m^2$

En el caso de que el campo gravitatorio sea uniforme (que tenga el mismo valor en todos los puntos de la superficie),  $\vec{E}$  puede salir fuera de la integral, con lo que el flujo quedará  $\Phi_E = \vec{E} \cdot \int_S d\vec{s} = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos \alpha$

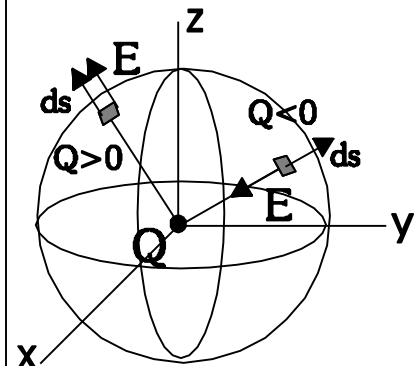
**Ejemplo.** Cálculo del flujo que atraviesa una superficie esférica (la carga Q que crea el campo se encuentra en el centro de dicha superficie).

Sabemos la expresión del campo electrostático creado por una carga puntual.  $\vec{E} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$

$\vec{E}$  tiene dirección radial. Su sentido depende del signo de Q. En la figura vemos que forma  $0^\circ$  ó  $180^\circ$  con el vector superficie  $d\vec{s}$ . Así, el flujo se calculará:  $\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_S E \cdot ds \cdot \cos(0^\circ \text{ ó } 180^\circ) = \pm \int_S E \cdot ds$

Como E se mantiene constante en toda la superficie, podemos sacarlo fuera de la integral

$$\Phi_E = \pm \int_S E \cdot ds = \pm E \cdot \int_S ds = \pm E \cdot S = \pm \frac{K \cdot |Q|}{r^2} \cdot 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot K \cdot Q = \frac{Q}{\epsilon}$$



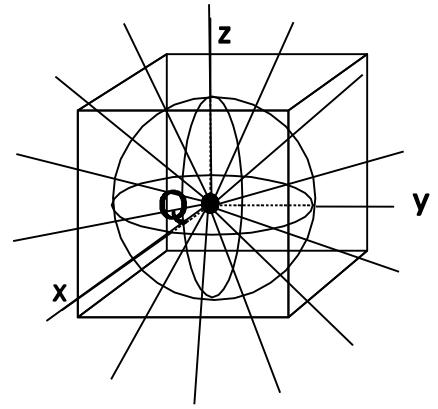


**Teorema de Gauss:**

El teorema de Gauss aplicado al campo electrostático nos dice lo siguiente:

*El flujo total que atraviesa una superficie cerrada en el interior de un campo electrostático es proporcional a la carga eléctrica neta encerrada por dicha superficie.*

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 4\pi \cdot K \cdot Q = 4\pi \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot Q = \frac{Q}{\epsilon}$$



Según la expresión, vemos que el flujo no depende de la forma ni el tamaño de la superficie, siempre que sea cerrada y encierre la misma cantidad de carga.

*Cuestión: ¿Qué ocurre si la superficie cerrada no contiene en su interior ninguna carga?*

**APLICACIONES:**

El teorema de Gauss permite calcular la expresión del campo electrostático creado por algunas distribuciones de masa. Deben ser cuerpos que posean cierta simetría (esférica, cilíndrica, plana), en los que podamos tener una idea de la dirección que llevarán las líneas de campo en cada punto.

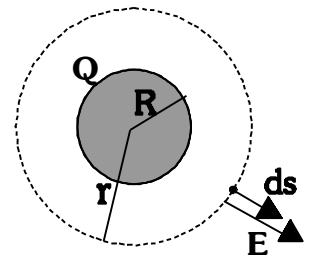
El objetivo que se persigue al aplicar el teorema de Gauss es el de poder despejar *E* de la fórmula  $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon}$ . Para ello, para que *E* salga fuera de la integral, es preciso que tenga un valor constante en toda la superficie y que además sea perpendicular a la misma. Así:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_S E \cdot ds \cdot \cos(0^\circ \text{ ó } 180^\circ) = \pm E \cdot \oint_S ds = \pm E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon} \rightarrow E = \left| \frac{Q}{S \cdot \epsilon} \right|$$

Donde *S* es el valor de la superficie (llamada *superficie gaussiana*) utilizada, y *Q* es la carga total que queda encerrada dentro de la superficie gaussiana. Lo veremos en los casos que se exponen a continuación:

**Cálculo de  $\vec{E}$  creado por una esfera cargada en su exterior:**

El cuerpo que va a crear el campo tiene simetría esférica. Sabemos que las líneas de campo irán en dirección radial y que el valor del campo dependerá exclusivamente de la distancia al centro de la esfera. La superficie gaussiana que andamos buscando debe ser perpendicular a las líneas de campo y mantener constante el valor de *E* en todos sus puntos: es claramente una esfera de radio *r* cualquiera (siempre mayor que el radio *R* de la esfera).

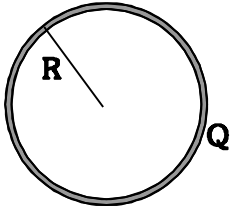


Aplicando el teorema de Gauss al campo que atraviesa dicha superficie:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_S E \cdot ds \cdot \cos(0^\circ \text{ ó } 180^\circ) = \pm E \cdot \oint_S ds = \pm E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon} \rightarrow E = \left| \frac{Q}{S \cdot \epsilon} \right| = \left| \frac{Q}{4\pi \cdot r^2 \cdot \epsilon} \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{|Q|}{r^2} = \frac{K \cdot |Q|}{r^2}$$

de este modo  $E = \frac{K \cdot |Q|}{r^2}$ , que es la expresión que habíamos visto anteriormente.

**Cálculo de  $\vec{E}$  creado por una esfera hueca (la carga está distribuida sólo en la superficie) en su interior:**

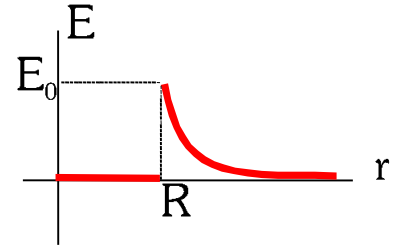


Esto ocurre en las sustancias metálicas, por ejemplo. Dada la gran movilidad de los electrones en los metales, al cargar eléctricamente una esfera metálica, la repulsión entre las cargas hace que los electrones se alejen lo más posible unos de otros, quedando distribuidos en la superficie.

Aplicando el teorema de Gauss al interior, vemos que cualquier superficie cerrada que tomemos, no encerrará ninguna carga, con lo que:

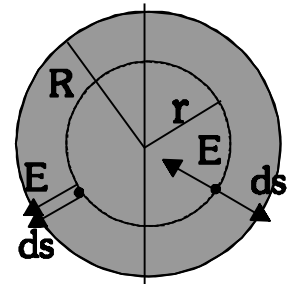
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\epsilon} = 0 \Rightarrow \oint_S E \cdot ds \cdot \cos\alpha = \pm E \cdot \oint_S ds = 0 \Rightarrow E_{int} = 0$$

Se puede probar que esto ocurre en el interior de cualquier cuerpo metálico cargado. Siempre que la carga esté distribuida por la superficie, el campo electrostático en el interior será cero.



**Cálculo de  $\vec{E}$  creado por una esfera maciza (la carga está distribuida en todo el volumen) en su interior:**

El cuerpo tiene simetría esférica y las líneas de campo van a llevar, por tanto, dirección radial. Como ocurría anteriormente, la superficie gaussiana que usaremos será una esfera de radio  $r$  (menor que  $R$ , en este caso). Aplicamos el teorema de Gauss a esa esfera:

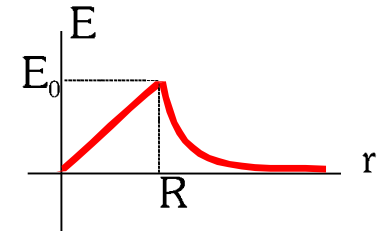


$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_S E \cdot ds \cdot \cos\alpha = \pm E \cdot \oint_S ds = \pm E \cdot S = \pm E \cdot 4\pi \cdot r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon} \rightarrow E = \frac{\pm Q_{int}}{4\pi\epsilon \cdot r^2} = \frac{K \cdot |Q_{int}|}{r^2}$$

Ahora, la carga encerrada por la esfera gaussiana no es toda la carga del cuerpo, sino sólo una parte. La calculamos:

$$Q_{int} = \rho \cdot V_{int} = \frac{Q_{tot}}{V_{tot}} \cdot V_{int} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{Q \cdot r^3}{R^3}$$

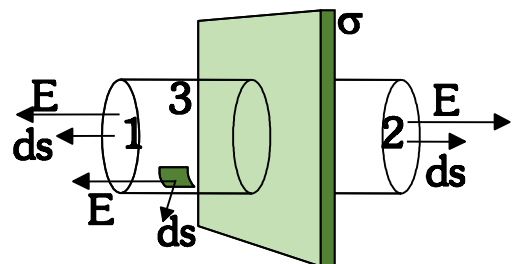
Entonces 
$$E = \frac{K \cdot |Q_{int}|}{r^2} = \frac{K \cdot |Q| \cdot r^3}{r^2 \cdot R^3} \Rightarrow E = \frac{K \cdot |Q| \cdot r}{R^3}$$



Vemos que, en el interior,  $E$  disminuye conforme profundizamos, hasta hacerse cero en el centro de la esfera.

**Campo electrostático creado por una lámina plana cargada:**

Consideramos que la carga está repartida uniformemente por la lámina, con una densidad superficial de carga  $\sigma = \frac{Q}{S}$ . El cálculo que haremos es exacto únicamente si suponemos que la placa tiene una extensión infinita, pero sirve como muy buena aproximación cuando la distancia a la que estamos de la lámina es muy pequeña comparada con el tamaño de la misma.



En este caso (suponiendo que la carga es positiva), el campo  $\vec{E}$  es perpendicular a la lámina y dependerá (como mucho) de la distancia a la misma. La superficie gaussiana que usaremos es la que aparece en la figura. En las caras 1 y 2,

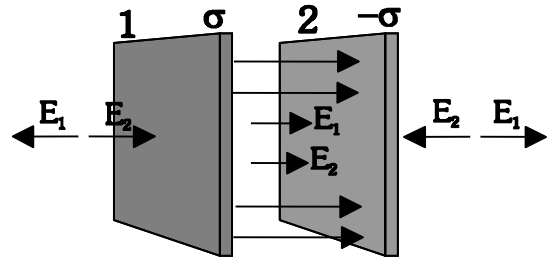
el flujo será  $\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_S E \cdot ds \cdot \cos 0^\circ = E \cdot S$ . En la cara lateral, como  $\vec{E} \perp d\vec{s}$ , el flujo a través de la misma es nulo (las líneas de campo no atraviesan la superficie). Calculando el flujo total, y aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi_{tot} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = E \cdot S + E \cdot S + 0 = 2 \cdot E \cdot S = \frac{Q_{int}}{\epsilon} \rightarrow 2 \cdot E \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

Vemos que el campo eléctrico es constante, no depende de la distancia a la que nos encontremos de la placa. Esto es un resultado bastante aproximado cuando esta distancia es muy pequeña, como ya dijimos al principio.

Cuando colocamos dos láminas planas cargadas, con cargas iguales pero de signo contrario, tenemos un aparato eléctrico denominado *condensador*. En esta situación, el campo entre las placas será la suma de los campos (ppio. de superposición), con lo que  $E = E_1 + E_1 = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon}$

En el exterior del condensador,  $\vec{E}$  se anula.



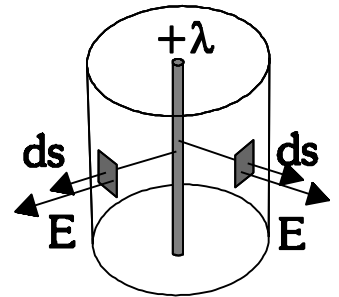
### Campo electrostático creado por un hilo de carga (o un cilindro mucho más largo que ancho):

Este caso es una buena aproximación de una situación real, como es el caso de un cable cargado. Aquí las líneas del campo electrostático van hacia fuera del hilo en perpendicular a éste. La superficie gaussiana que usaremos será un cilindro centrado en el cable. La carga está distribuida uniformemente en el hilo, con una densidad lineal

$$\text{de carga } \lambda = \frac{Q}{L}$$

Aplicando el teorema de Gauss:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_S E \cdot ds \cdot \cos(0^\circ \text{ ó } 180^\circ) = \pm E \cdot \oint_S ds = \pm E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon} \rightarrow E = \frac{|Q|}{S \cdot \epsilon} = \frac{\lambda \cdot L}{2\pi \cdot r \cdot L \cdot \epsilon} = \frac{\lambda}{2\pi \cdot r \cdot \epsilon}$$

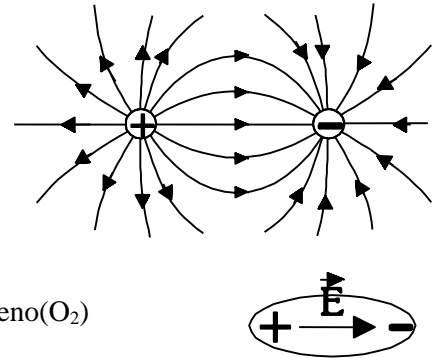


Vemos que este campo disminuye con la distancia al hilo, pero no con el cuadrado de la distancia.

## 5. Nociones sobre campo electrostático en la materia

### Campo electrostático producido por un dipolo:

Se entiende por dipolo un cuerpo neutro (normalmente una molécula) en el que las cargas positiva y negativa están separadas. Existirá entonces un campo eléctrico entre ambas cargas, cuyo sentido va desde la positiva a la negativa.



Una sustancia cuyas moléculas son dipolos se dice que es **polar**. Por ejemplo: agua, HCl, NH<sub>3</sub>,

En caso contrario será **apolar**. Ejemplos: metano(CH<sub>4</sub>), benceno(C<sub>6</sub>H<sub>6</sub>), oxígeno(O<sub>2</sub>)

### CONDUCTORES Y AISLANTES:

Podemos hacer una clasificación de las sustancias según su comportamiento frente a un campo eléctrico. Así, distinguimos entre

- Conductores
- Dieléctricos o aislantes

### Conductores:

Pueden conducir la corriente eléctrica.

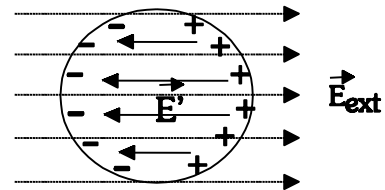
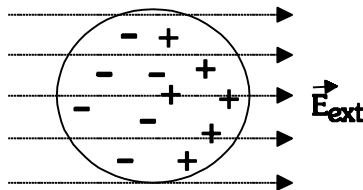
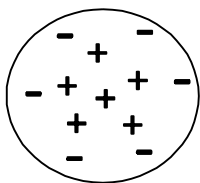
Poseen cargas libres (electrones móviles). Fundamentalmente son metales de transición, con estructura de enlace metálico (los electrones de la subcapa d de los átomos forman una "nube electrónica"). Los mejores conductores: Ag, Au, Cu.

Conductor en equilibrio electrostático: Un conductor está en equilibrio electrostático cuando no hay movimiento de cargas en su interior, es decir,  $\sum \vec{F}_e = 0$ . Por tanto, si no tenemos fuerza eléctrica neta en el conductor, *el campo eléctrico  $\vec{E}$  en el interior del conductor es nulo.* ( $\vec{E}_{int} = 0$ ).

Si introducimos carga adicional en el conductor (añadimos o quitamos e<sup>-</sup>), dichas cargas adicionales sentirán repulsión entre ellas y tenderán a estar lo más alejadas posible. Se llegará a una situación estable, de equilibrio, cuando la carga añadidas se encuentren distribuidas uniformemente por la superficie del conductor, quedando neutro el interior. Se vuelve a cumplir que  $\vec{E}_{int} = 0$ . Al ser  $E = 0$ , el potencial  $V$  se mantendrá constante.

Al introducir un conductor dentro de un campo eléctrico externo,  $\vec{E}_{ext}$ , los electrones móviles (carga negativa) se moverán en sentido contrario al campo. Esto produce una separación de carga + y - (dipolo), originándose un campo eléctrico  $\vec{E}'$  dentro del conductor, que es igual y de sentido contrario al exterior.

De este modo, el campo en el interior.  $\vec{E}_{int} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}'$



**Capacidad de un conductor:**

Supongamos un objeto hecho de un material conductor, al que le suministramos una carga Q (positiva o negativa). Sabemos que dicha carga se repartirá uniformemente por la superficie del conductor, y almacenará una determinada energía potencial. El conductor tendrá un cierto valor de potencial V, que se mantiene constante en toda su superficie.

Definimos la Capacidad de un conductor ( C ) como la relación entre carga acumulada y potencial almacenado por el conductor. Es decir, la capacidad nos indica cuánta carga almacena el conductor por cada voltio de potencial al que se le somete.

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{Unidades: } [C] = \frac{\text{Coulombio}}{\text{Voltio}} = \text{Faradio (F)}$$

Calcularemos la capacidad de un conductor esférico al que hemos suministrado una carga Q. Dicha carga se distribuirá por su superficie, quedando ésta con un potencial V dado por  $V = \frac{K \cdot Q}{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot R}$

La capacidad será  $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot R}} = 4\pi\epsilon \cdot R$

Como vemos, la capacidad sólo depende de las características del conductor (de su geometría y del material dieléctrico que lo rodee) No depende de la cantidad de carga que le hayamos suministrado. Esto ocurre para cualquier conductor.

Para un condensador, la capacidad se define como  $C = \frac{Q}{\Delta V}$  (ΔV es la diferencia de potencial entre las placas)

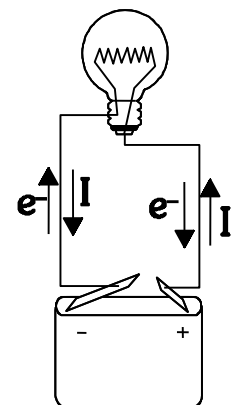
**Conductores en situación de no equilibrio: Corriente eléctrica.**

- Cuando un conductor está en situación de equilibrio, sabemos que:
- Las cargas están en reposo
  - $\vec{E}$  en su interior es cero
  - V es constante

Pero, ¿Qué ocurre cuando en dos puntos del conductor el potencial es diferente? Pues entre esas dos partes del conductor se creará un campo eléctrico cuyas líneas irán del potencial mayor hacia el menor. Como consecuencia, las cargas móviles ( $e^-$ ) que posee el material sufrirán una fuerza eléctrica dada por  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ , y se moverán en sentido contrario al del campo eléctrico (es decir, del potencial menor hacia el potencial mayor). Se habrá generado una corriente eléctrica entre ambos puntos del conductor.

En eso consiste básicamente un circuito eléctrico: un material conductor entre cuyos extremos se mantiene una diferencia de potencial que origina el continuo movimiento de los electrones. Esto es lo que ocurre en una linterna, cuando salta un rayo en una tormenta, o cuando nos da calambre al tocar un aparato eléctrico cuando estamos descalzos o con las manos mojadas.

Una vez originada la corriente, el equilibrio se restablecería en breves instantes y los potenciales se igualarían, a menos que de alguna forma mantengamos la diferencia de potencial. Un aparato que ejerza esta función es un *generador*, y mantiene la diferencia de potencial por procedimientos químicos (pila, batería) o físicos (alternador, dinamo).



**Intensidad de corriente:** Actualmente sabemos que la corriente eléctrica consiste en un movimiento de electrones desde puntos de menor potencial a otros de mayor potencial. Pero

la corriente eléctrica se estudiaba ya antes del descubrimiento de los electrones. Inicialmente se creyó que eran cargas positivas lo que circulaban por el circuito, y se consideró que la corriente circulaba desde los potenciales altos a los bajos (del polo + al - de la pila). Posteriormente, cuando se descubrieron los electrones y su movimiento real, ya no se cambió el criterio y se mantuvo el estudio de la corriente como si fueran cargas positivas.

La *intensidad de corriente* que circula por un punto del circuito (  $I$  ) se define como la cantidad de carga eléctrica que pasa por ese punto en la unidad de tiempo (en cada segundo). Así,  $I = \frac{Q}{t}$  .

Unidades:  $[I] = \frac{C}{s} = A$  , amperio.

El voltaje ( $\Delta V$ ), o diferencia de potencial entre dos puntos del circuito, se corresponde con la energía que consume cada unidad de carga (cada C) cuando pasa de un punto a otro del circuito.

Desde el punto de vista energético, las cargas (consideradas +), al desplazarse desde un punto donde hay mayor potencial a otro de menor V (donde almacenan menos energía), pierden energía, que es consumida en los aparatos eléctricos conectados (o en el propio cable si no hay ningún aparato, con lo que se calentará, pudiendo llegar a quemarse su envoltura plástica; es lo que pasa en un cortocircuito). El generador (la pila, batería, toma de corriente...) vuelve a suministrar energía a las cargas eléctricas para que continúen circulando.

**Ley de Ohm. Resistencia.**

La resistencia (  $R$  ) de un conductor representa la oposición que éste ofrece al paso de la corriente eléctrica. A nivel microscópico, esta resistencia se debe a las continuas interacciones que los electrones sufren con los átomos de la red cristalina del conductor, haciendo que pierdan energía.

Existe una relación entre la resistencia de un conductor, la diferencia de potencial entre sus extremos y la intensidad de corriente que pasa por el mismo. Es la ley de Ohm  $\Delta V = R \cdot I$

Unidades: En el S.I. la resistencia se mide en ohmios (  $\Omega$  )  $1 \Omega = 1 V/A$

**Dieléctricos (aislantes):**

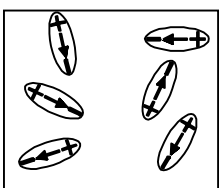
No poseen electrones móviles. Normalmente son compuestos covalentes. Los electrones están restringidos a un átomo o molécula, siendo muy difícil que puedan circular por el material. Por tanto, no pueden conducir la corriente eléctrica.

Según el tipo de molécula distinguimos dos tipos:

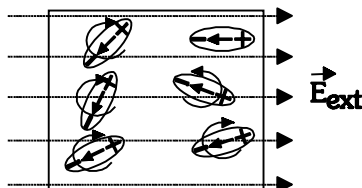
- Dieléctricos polares: Sus moléculas son dipolos, tienen cargas separadas y campo eléctrico interno.
- Dieléctrico apolares: En sus moléculas no existe separación de cargas, no son dipolos.

Al introducir una sustancia dieléctrica en el interior de un campo eléctrico externo, se produce el fenómeno de polarización del dieléctrico. Vemos el proceso en el siguiente esquema:

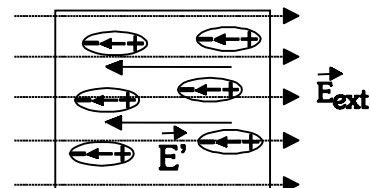
**DIELÉCTRICO POLAR:**



Al principio los dipolos están desordenados (  $E_{int} = 0$  )

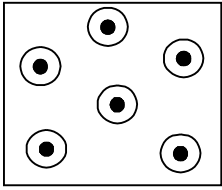


Se introduce  $E_{ext}$ . Orientación de dipolos

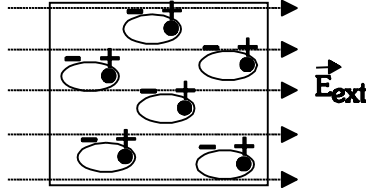


Se origina  $E'$  en sentido contrario a  $E_{ext}$

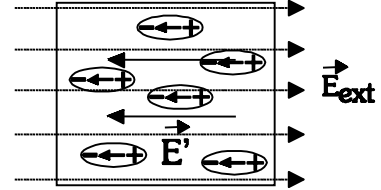
**DIELÉCTRICO APOLAR:**



Al principio no existen dipolos ( $E_{int} = 0$ )



Se introduce  $E_{ext}$ .  
Separación de cargas  
Formación de dipolos



Se origina  $E'$  en sentido contrario a  $E_{ext}$

En ambos casos se crea un campo inducido  $E'$  que se opone al campo exterior. A diferencia de lo que ocurría en los conductores, en los dieléctricos las cargas + y - no llegan a separarse completamente, por lo que el campo  $E'$  es menor que el  $E_{ext}$ .

De este modo *el campo interior se hace más pequeño que el exterior, pero no se hace cero.*

$$\vec{E}_{int} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}' \quad ; \quad \text{en módulo} \quad E_{int} = E_{ext} - E' \quad ; \quad E_{int} < E_{ext}$$

**Ruptura del dieléctrico:**

Hemos visto que, al polarizar el dieléctrico, las cargas positiva y negativa de cada molécula tienden a separarse. Cuanto mayor es el campo eléctrico externo, mayor estiramiento se producirá en la molécula. ¿Podremos aumentar indefinidamente el campo o existirá un límite? Pues ocurre lo segundo, es decir, llegará un momento (un valor máximo de  $\vec{E}_{ext}$ ) en que las moléculas no podrán estirarse más y se romperán, quedando libres los electrones. Se habla entonces de *ruptura del material dieléctrico*. De hecho, se ha convertido en un conductor, y circulará corriente a través de él (es lo que ocurre cuando salta un rayo a través del aire en una tormenta, o una chispa entre dos cables muy próximos). El valor del campo  $\vec{E}$  a partir del cual ocurre esto se denomina *campo de ruptura*. Para el aire seco es de  $3 \cdot 10^6$  V/m aprox.



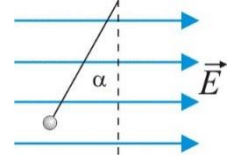


## Problemas sobre campo electrostático:

- Calcular la fuerza de atracción entre un anión cloruro ( $\text{Cl}^-$ ) y un catión sodio ( $\text{Na}^+$ ) a una distancia de  $2 \cdot 10^{-10}$  m el uno del otro, si se encuentran: a) En el vacío ; b) En agua ( $\epsilon_r = 81$ ) ( $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )
- Dos partículas  $\alpha$  ( $\text{He}^{++}$ ), están separadas  $10^{-14}$  m. Calcular la fuerza electrostática con la que se repelen, la fuerza gravitatoria con la que se atraen y comparar ambas entre sí.  
( $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ )
- Dos esferas muy pequeñas (de radio despreciable) pesan 4 N cada una y están suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de 5 cm de longitud. Al cargar cada una de las esferas con la misma carga negativa, los hilos se separan y, en la situación de equilibrio, forman cada una un ángulo de  $45^\circ$  con la vertical. Calcular el valor de la carga. ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )
- Un cuerpo cuyo peso es 1 N está cargado con  $2 \mu\text{C}$ . ¿A qué distancia sobre él debe colocarse otro cuerpo cargado con  $3 \mu\text{C}$ , de signo contrario, para que el primero no caiga por la acción de su peso? ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )
- Una carga positiva de  $2 \mu\text{C}$  está en el origen de un sistema de coordenadas. Calcular:
  - Campo eléctrico en el punto (2,3) m y fuerza electrostática ejercida sobre una partícula cargada con  $-2 \mu\text{C}$  situada en dicho punto.
  - Potencial eléctrico V en un punto P situado a 4 m del origen (considerando  $V_\infty = 0$ )
  - ¿Qué trabajo debe ser realizado por un agente exterior para llevar una carga de  $3 \mu\text{C}$  desde el infinito hasta P? ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )
- Dos cargas eléctricas puntuales, la una A triple que la otra B, están separadas un metro. Determinar el punto en que el campo electrostático se anula cuando:
  - A y B tienen el mismo signo
  - A y B tienen signos opuestos
  - ¿Se anulará el potencial electrostático en dichos puntos? Razonar.
- Dos cargas  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  y  $q_2 = 4 \mu\text{C}$  están situadas, respectivamente, en los puntos (0,2) y (0,-2) m. Calcular:
  - Campo y potencial electrostáticos en el punto (4,0) m.
  - Trabajo necesario para trasladar una carga de  $6 \mu\text{C}$  desde el infinito hasta el punto (4,0) m. ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )
- El potencial creado por una carga puntual a cierta distancia de ella es de 600 V y el campo eléctrico en el mismo punto es  $200 \text{ N/C}$ . ¿Cuál es la distancia a la carga desde el punto? ¿Cuál es el valor de la carga? ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )
- Una carga puntual Q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga q desde un punto A al infinito, se realiza un trabajo de  $5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . Si se traslada desde el infinito hasta otro punto C, el trabajo es de  $-10^{-2} \text{ J}$ .
  - ¿Qué trabajo se realiza al llevar la carga desde el punto C hasta el A?
  - Si q =  $-2 \mu\text{C}$ , ¿Cuánto vale el potencial en los puntos A y C? ¿Q es positiva o negativa? Razone
- Acceleramos un electrón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 10 kV.
  - Analizar energéticamente el proceso, calculando la velocidad que alcanza el electrón. Realizar un esquema, indicando el movimiento realizado por el electrón, y la disposición de los puntos de mayor y menor potencial
  - Repetir el apartado anterior para un protón, y para un neutrón  
(datos:  $m_p \approx m_n = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )
- Un electrón, que se mueve a  $10^7 \text{ ms}^{-1}$ , es frenado por una diferencia de potencial  $\Delta V$ . i) Realice un esquema, indicando el movimiento realizado por el electrón, el campo eléctrico aplicado, y la disposición de los puntos de mayor y menor potencial. ii) Calcule la diferencia de potencial  $\Delta V$  ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

12. Una partícula de carga  $6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de  $500 \text{ NC}^{-1}$ , dirigido en el sentido positivo del eje OY.
- Describa la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento? , ¿en qué se convierte dicha variación de energía?
  - Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.

13. Tenemos un péndulo formado por una bolita de 10 g cargada eléctricamente, que cuelga de un hilo. Si se aplica un campo eléctrico horizontal de  $100 \text{ NC}^{-1}$ , como indica la figura, el péndulo se desvía  $30^\circ$  de su posición de equilibrio. Calcule razonadamente el valor de la carga eléctrica de la bolita. Realice un esquema con las fuerzas implicadas. ( $g = 9,8 \text{ N/kg}$ )



14. Un electrón se lanza con una velocidad de  $10^7 \text{ ms}^{-1}$  y penetra en la región comprendida entre dos conductores horizontales, planos y paralelos, de 8 cm de longitud y separados entre sí 1 cm, en la que existe un campo eléctrico uniforme. El electrón penetra en la región por un punto equidistante de los dos conductores planos y, a la salida, pasa justamente por el borde del conductor superior.
- Razonar qué tipo de movimiento describirá el electrón
  - Calcular el campo eléctrico que existe entre los conductores y diferencia de potencial entre ellos (datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

15. Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 V en su superficie y a una distancia radial de 20 cm de la superficie, el potencial es de 150 V. Calcular el radio de la esfera y su carga. ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )

16. Una esfera de 8 cm de radio posee una carga eléctrica de  $-0,3 \mu\text{C}$ . Calcular:
- Potencial en un punto de la superficie.
  - Campo y potencial en un punto situado a 12 cm de la superficie. ( $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$ )

### Cuestiones aparecidas en la PEVAU

#### 2024. Junio. B2

- i) Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual? ii) Razone el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.
- Dos cargas puntuales iguales de valor  $-1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  están situadas en los puntos A(0,8) m y B(6,0) m. Una tercera carga de valor  $-1,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se sitúa en el punto P(3,4) m. Calcule: i) la fuerza eléctrica total ejercida sobre la carga situada en P, apoyándose de un esquema. ii) el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar la tercera carga desde el infinito hasta el punto P.

#### 2023. Junio. B1.

- En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme. Una carga eléctrica negativa entra en dicha región con una velocidad  $\vec{v}$ , en la misma dirección y sentido del campo, deteniéndose tras recorrer una distancia d. Razone si es positivo, negativo o nulo el valor de: i) el trabajo realizado por el campo eléctrico; ii) la variación de la energía cinética, potencial y mecánica.
- Dos cargas de 2 y  $-3 \mu\text{C}$  se encuentran, respectivamente, en los puntos A(0,0) y B(1,1) m. i) Represente y calcule el vector campo eléctrico en el punto C(1,0) m. ii) Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga de  $1 \mu\text{C}$  desde el punto C al punto D(0,1) m.  
 $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

#### 2022. Junio. C1.

- Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.
- Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0)m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine: i) El valor de la carga de las partículas y ii) el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m.  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

#### 2021. Julio. B1

- a) Dos partículas idénticas con carga  $q$  y masa  $m$  se encuentran separadas por una distancia  $d$ . A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera.
- i) Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final. ii) Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.
- b) Dos partículas idénticas con carga  $q = +5 \cdot 10^{-6}$  C están fijas en los puntos  $(0,-3)$  m y  $(0,3)$  m del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga  $Q = -2 \cdot 10^{-8}$  C y masa  $m = 8 \cdot 10^{-6}$  kg en el punto  $(4,0)$  m, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto  $(0,0)$ .  $K = 9 \cdot 10^9$  N m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>

### Septiembre 2020. 6.b

- a) Una partícula con carga positiva se encuentra dentro de un campo eléctrico uniforme ¿Aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica al moverse en la dirección y sentido del campo? ¿Y si se moviera en una dirección perpendicular al campo? Razone las respuestas.
- b) Una carga de  $3 \cdot 10^{-9}$  C está situada en el origen de un sistema de coordenadas. Una segunda carga de  $-4 \cdot 10^{-9}$  C se coloca en el punto  $(0,4)$  m. Ayudándose de un esquema, calcule el campo y el potencial eléctrico en el punto  $(3,0)$  m. ( $K = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>C<sup>-2</sup>)

### Junio 2018. A. 2. b

- a) Una partícula cargada positivamente se mueve en la misma dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones: (i) ¿Se detendrá la partícula?; (ii) ¿se desplazará la partícula hacia donde aumenta su energía potencial?
- b) Dos cargas puntuales  $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  C y  $q_2 = -5 \cdot 10^{-6}$  C están situadas en los puntos A  $(0,0)$  m y B  $(2,0)$  m respectivamente. Calcule el valor del campo eléctrico en el punto C  $(2,1)$  m. ( $K = 9 \cdot 10^9$  N m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>)

### Junio 2017. B.2. b

- a) Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) “Al analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico observamos que se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial mayor”; ii) “Dos esferas de igual carga se repelen con una fuerza  $F$ . Si duplicamos el valor de la carga de cada una de las esferas y también duplicamos la distancia entre ellas, el valor  $F$  de la fuerza no varía”.
- b) Se coloca una carga puntual de  $4 \cdot 10^{-9}$  C en el origen de coordenadas y otra carga puntual de  $-3 \cdot 10^{-9}$  C en el punto  $(0,1)$  m. Calcule el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de  $2 \cdot 10^{-9}$  C desde el punto  $(1,2)$  m hasta el punto  $(2,2)$  m. ( $K = 9 \cdot 10^9$  N m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>)



### Cuestiones aparecidas en la Fase Local de la Olimpiada de Física de Granada:

#### 2024

**Cuestión 2)** Un ion monovalente de sodio ( $\text{Na}^+$ ) y otro ion trivalente de aluminio ( $\text{Al}^{+3}$ ) son ambos acelerados mediante una diferencia de potencial de 1000 V:

- a) ¿Cuál de los dos adquirirá una mayor energía cinética? Calcula su valor.
- b) ¿Cuál de ellos adquirirá mayor velocidad, si la masa del ion de aluminio es 2,45 veces mayor que la del ion de sodio? Razone su respuesta.  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

**Cuestión 3)** Dos cargas eléctricas puntuales positivas e iguales de valor  $q$  están separadas una distancia  $2a$ . Por el punto medio del segmento que las une, se traza un plano perpendicular a dicho segmento. Una tercera carga puntual  $q'$  y masa  $m$  se encuentra realizando una trayectoria circular de radio  $R$  en ese plano, centrada en la línea que une ambas cargas  $q$  debido a la acción de la fuerza entre las dos cargas. Determine la velocidad de la trayectoria.

#### 2023

### CUESTIÓN 4

Un protón está fijo en el origen de coordenadas. Un electrón está inicialmente en el punto  $(1,0)$  m. en el instante inicial se impulsa al electrón de manera que comienza a moverse con velocidad inicial  $\vec{v}_0 = 10\vec{j}$  m/s. Despreciando la interacción gravitatoria entre las partículas:

- i) Calcule la distancia máxima a la que se aleja el electrón del protón y qué velocidad tiene en dicho punto.
- ii) Calcule el módulo de la velocidad inicial que debe tener el electrón para alejarse infinitamente del protón si dicha velocidad tiene la misma dirección y sentido que en el apartado i).
- iii) Si el electrón se sustituye por un positrón y se le comunica la misma velocidad inicial, calcule la distancia máxima a la que se aleja el positrón y qué velocidad tiene en dicho punto.

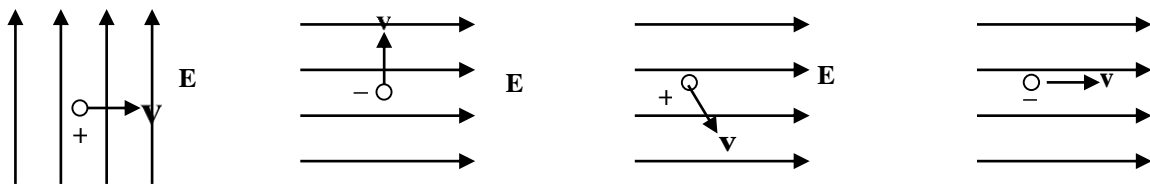
$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}; \quad e = 1,609 \cdot 10^{-19} \text{ C}; \quad m_{\text{protón}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

**Solución a los ejercicios:**

1. a)  $(5,76 \cdot 10^{-9} N)$     b)  $(7,11 \cdot 10^{-11} N)$
2.  $(F_e = 9,216 N ; F_g = 2,98 \cdot 10^{-35} N)$
3.  $(Q = -1,46 \cdot 10^{-6} C)$
4.  $(0,23 m \text{ por encima})$
5. a)  $\vec{E} = 768 \vec{i} + 1152 \vec{j} \text{ N/C}$  ;  $\vec{F}_e = -1,54 \cdot 10^{-3} \vec{i} - 2,3 \cdot 10^{-3} \vec{j} N$  ; b)  $V = 4500 V$  ; c)  $W_{ext} = -We = 0,0135 J$
6. a)  $(r_A = 0,64 m , r_B = 0,37 m)$     b)  $(r_A = 2,37 m , r_B = 1,37 m)$     c) No
7. a)  $\vec{E}_{(4,0)} = 2415 \vec{i} + 402,5 \vec{j} \text{ N/C}$  ;  $V_{(4,0)} = 12075 V$     b)  $W_{ext} = -We = 0,072 J$
8.  $r = 3 m , Q = 2 \cdot 10^{-7} C$
9. a)  $(W_{CA} = 5 \cdot 10^{-3} J)$     b)  $(V_A = -2500 V ; V_B = -5000 V ; Q \text{ es negativa})$
10. a)  $(v = 5,93 \cdot 10^7 m/s)$     b) *protón:  $v = 1,39 \cdot 10^6 m/s$  ; neutrón: no se acelera*
11.  $\Delta V = 284,38 V$
12. b)  $(We = 6 \cdot 10^{-3} J ; V_O - V_A = 1000 V)$
13.  $(q = -5,66 \cdot 10^{-4} C)$
14. b)  $(\vec{E} = -887,25 \vec{j} \text{ N/C})$
15.  $(R = 0,1 m , Q = 5 \cdot 10^{-9} C)$
16. a)  $(V_{sup} = -33750 V)$     b)  $(E = 67500 N/C , V = -13500 V)$

**Otras cuestiones teóricas:**

1. Dibuje la trayectoria seguida por la partícula en las siguientes situaciones:



2. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d.
  - a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?
  - b) Repetir el apartado a) si las cargas fueran opuestas.
3. Indique si son o no correctas las siguientes frases, justificando las respuestas:
  - a) Si dos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en los puntos del segmento que une dichos punto, es nulo.
  - b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentra a distinto potencial eléctrico, es nulo.
4. Una partícula cargada q almacena una energía de - 5 J en el interior del campo electrostático creado por otra partícula de carga Q.
  - a) ¿Q es positiva o negativa? Razonar.
  - b) ¿La interacción entre Q y q es atractiva o repulsiva? Razonar.
5. Un electrón se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje OX. Realizar un esquema razonado, indicando la dirección y sentido del campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón:
  - a) Disminuya su velocidad hasta quedar en reposo.
  - b) Describa una parábola.
  - c) Repetir los dos apartados anteriores para el caso de un protón.
6. En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros dos ejes.
  - a) Dibujar en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales.
  - b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?
7. Razonar si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye, al pasar del punto A al punto B, siendo el potencial en A mayor que en B.
  - a) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razonar si la carga Q es positiva o negativa.



## Anexo. Aceleradores lineales de partículas.

La aceleración de partículas fundamentales (electrones, protones, positrones...) mediante campos eléctricos (diferencias de potencial) tiene aplicación en diversos campos de la ciencia y la tecnología.

Un acelerador lineal consiste en una serie de cámaras dispuestas consecutivamente. Una fuente (radiactiva, termoiónica, etc) genera partículas a baja velocidad. En cada cámara, una diferencia de potencial va acelerando sucesivamente a las partículas, que cada vez adquieren mayor velocidad. La sincronización de la diferencia de potencial se realiza mediante una onda electromagnética, de forma que las partículas aceleradas siempre tarden el mismo tiempo en atravesar cada cámara. Como cada vez se mueven más rápido, la longitud de las cámaras va también aumentando.

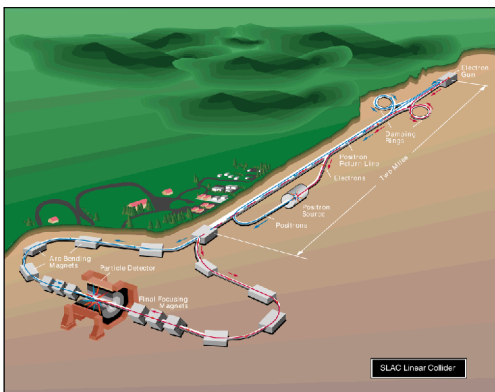
Usos de los aceleradores de partículas:

Investigación de materiales:

Datación de restos arqueológicos

Medicina:           Elaboración de radiofármacos y marcadores radiactivos.  
                           Radioterapia: Eliminación de tumores mediante partículas aceleradas.

Física de partículas: Colisionadores, como el SLAC en Stanford (EEUU). A lo largo de dos túneles paralelos de 2 km, se aceleran electrones y positrones para hacerlos colisionar a gran velocidad (elevada energía cinética). Según la ecuación de Einstein  $E = m c^2$ , la elevada energía de la colisión puede transformarse en masa, en nuevas partículas de masa mayor que las que han colisionado.



### ASÍ FUNCIONA EL NUEVO ACELERADOR DE RADIOTERAPIA

- Campo electromagnético**  
Es creado por el generador y amplificado por el Klystron.
- Cañón de electrones**  
Produce electrones y los expulsa a gran velocidad.
- Guía de ondas aceleradora**  
Mediante el campo electromagnético se aceleran los electrones hasta velocidades cercanas a la de la luz.
- Imán focalizador**  
Mediante un campo magnético y un giro de 270°, selecciona los electrones en función de su energía y los dirige hacia el tumor. Un filtro homogeneizador unifica aún más su energía.
- Colimador de multiláminas**  
Las multiláminas adoptan diferentes configuraciones, para moldear el haz de partículas de acuerdo con la forma del tumor, minimizando así el daño a tejidos vecinos. El nuevo acelerador incorpora además unas micromultiláminas, que permiten trabajar con mayor precisión.
- Radiación sobre el tumor**  
El tumor se irradia desde diferentes puntos, gracias al brazo giratorio del acelerador. En cada posición, el colimador adopta la forma que permite tratar el tumor de manera más efectiva.
- Visión portal**  
Antes de tratar al paciente, el acelerador verifica que esté correctamente posicionado para recibir la dosis de radiación que ha sido programada por un complejo sistema informático, que utiliza la información tridimensional obtenida por la Tomografía Axial Computarizada (TAC).

	Tamaño de las multiláminas	Tumor más pequeño que puede tratarse
Acelerador convencional	1-1 cm	3-6 cm
Nuevo acelerador con micro-multiláminas	0,25 cm	1 cm

**Gran movilidad y precisión**  
La camilla y el brazo del acelerador pueden adoptar diferentes posiciones, para tratar el tumor desde todos los ángulos. El nuevo acelerador tiene una mayor precisión mecánica, reduciendo desviaciones no deseadas.