

Relación 00. Repaso de Mecánica

1. Un cuerpo se mueve según la ecuación de trayectoria: $\vec{r} = 3t^2 \vec{i} + 5t \vec{j} - \vec{k}$ (m)

a) ¿Cuál es el vector que describe el desplazamiento efectuado en los ocho segundos comprendidos entre $t = 2$ s y $t = 10$ s? b) ¿Cuál es el valor en metros de dicho desplazamiento? c) ¿Vale lo mismo dicho desplazamiento que el efectuado en los ocho segundos entre $t = 4$ s y $t = 12$ s? ¿Por qué? ¿A qué potencia debería estar elevada la variable (t) para que el desplazamiento fuese el mismo en cualquier intervalo de tiempo considerado de 8s? d) Calcular los vectores velocidad y aceleración.

2. Determina las componentes x, y, z de la velocidad de un cuerpo cuya ecuación de trayectoria es:

$$\vec{r} = 2t^2 \vec{i} + 6t \vec{j} - 4\vec{k} \text{ (m)}$$

a) ¿En qué plano se mueve dicho cuerpo; b) ¿Cuánto vale su velocidad inicial?; c) ¿Y su velocidad a los 10 s?; d) Determina las componentes del vector aceleración.

Sol: b) $6t \vec{j}$; c) $40\vec{i} + 6\vec{j}$ m/s; d) $40\vec{i}$ ms⁻²

3. Las ecuaciones paramétricas del movimiento de un cuerpo son: $x = t^2 - 2$; $y = t + 4$; $z = 3$ Calcular:

a) La expresión de la velocidad y la aceleración y sus módulos; b) La expresión de la aceleración tangencial, de la centrípeta y del radio de curvatura del movimiento.

4. En un movimiento rectilíneo la aceleración de un móvil viene dada por la ecuación $a^x = -10 \hat{i}$ m/s². En $t = 0$, la velocidad inicial es $v^x_0 = 0$ y la posición $x = 25$ m. Determinar la ecuación del movimiento.

Sol: $r^x = (25 - 5t^2) \hat{i}$ m.

5. El vector de posición de una partícula viene dado por: $\vec{r} = (2t^2 - 1) \vec{i} - (t - 8) \vec{j} + 3\vec{k}$ (m)

Determinar: a) Los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo. b) Módulo y dirección de r^x , v^x y a^x en $t = 4$ s. c) ¿Qué tipo de movimiento realiza?

Sol: a) $v^x = (4t\hat{i} - \hat{j})$ m/s; $a^x = 4\hat{i}$ m/s²; b) $r^x = 31\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ m, $|r^x| = 31,4$ m; $v^x = 16\hat{i} - \hat{j}$ m/s, $|v^x| = 16,03$ m/s; $a^x = 4\hat{i}$ m/s², $|a^x| = 4$ m/s²; c) Uniformemente acelerado.

6. Una trainera emplea 8 min en recorrer 1,5 millas náuticas navegando a favor de la corriente y 12 min en el trayecto de vuelta en contra de a corriente. ¿Cuál es a velocidad de la corriente en m/s?.

Sol: 0,965 m/s

7. Dos corredores de atletismo se encuentran separados inicialmente una distancia de 10 m, y ambos salen simultáneamente al oír el pistoletazo de salida. El corredor más adelantado arranca con una aceleración de 0,27 m/s² que mantiene constante durante 30 s, al cabo de los cuales sigue corriendo uniformemente con la velocidad alcanzada. El segundo corredor arranca con una aceleración constante de 0,29 m/s² durante 30 s, transcurridos los cuales se mueve uniformemente con la velocidad lograda. Determina: a) ¿Cuánto tarda el segundo corredor en dar alcance al primero? b) ¿A qué distancia de la línea más atrasada le da alcance? Sol: a) 31,67 s; b) 145 m

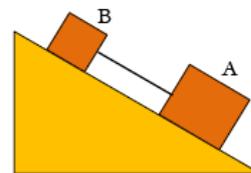
8. Una teja se desprende de un tejado y cae junto delante de un atónito viandante que salva su cabeza de milagro. La teja recorre los 1,80 m de altura de la persona en 0,2 s. ¿A qué altura está el tejado? Sol: 5,1 m

9. En un partido de voleibol, un jugador hace un saque desde una distancia de 8,10 m de la red, de modo que la pelota sale desde una altura de 2 m con una velocidad de saque de 43,7 km/h y un ángulo de elevación de 20°. Si la altura reglamentaria de la red es de 2,43 m, ¿logra que la pelota pase al campo contrario? Razónalo. Sol: Sí

10. Hallar la velocidad angular, la velocidad lineal y la aceleración de un punto de la superficie terrestre situado a 40° de latitud. Sol: $7,27 \cdot 10^{-5}$ rad/s; 354,75 m/s; 0,026 m/s².

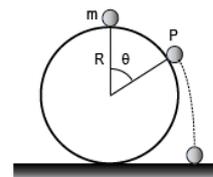
11. Un cuerpo de 10 kg que se movía a una velocidad de 20 m/s logra frenar en 10 m. ¿Cuánto vale la fuerza, supuestamente constante, que ha actuado? ¿Cuánto vale el impulso que ha frenado el cuerpo? Sol: -200 N ; $-200\text{ N}\cdot\text{s}$

12. Los cuerpos A y B de la figura, de 5 y 3 kg, están unidos mediante una cuerda inextensible de masa despreciable sobre un plano inclinado 30° . El coeficiente de rozamiento de A con la superficie es de 0,2, y el de B es de 0,3. Determina la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



13. Determina el trabajo realizado por una fuerza del tipo $F = -k/x^2$ en un desplazamiento entre una posición inicial $x_0 = 20\text{ m}$ y otra final $x = 10\text{ m}$. Sol: $k/20$

14. Desde el punto más alto de una esfera de radio R se deja resbalar sin fricción una canica de masa m. Demuestra que la canica despegará de la superficie en un punto P tal que el ángulo que forma con la vertical cumple la razón trigonométrica: $\cos \varphi = 2/3$.



15. Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba por una rampa rugosa ($\mu = 0,2$), que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad de $6\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Tras su ascenso por la rampa, el bloque desciende y llega al punto de partida con una velocidad de $4,2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por la rampa y, en otro esquema, las que actúan cuando desciende e indique el valor de cada fuerza.

b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso del bloque y comente el signo del resultado obtenido. Tómese $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Sol: b) $-9,18\text{ J}$.

16. Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica $k = 150\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, comprimido 20 cm. Se libera el resorte de forma que el cuerpo desliza sobre el plano, adosado al extremo del resorte hasta que éste alcanza la longitud de equilibrio, y luego continúa moviéndose por el plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,2.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar a lo largo del movimiento del bloque y calcule su velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio del resorte. b) Determine la distancia recorrida por el bloque hasta detenerse. Tómese $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ Sol: a) $1,46\text{ m/s}$; b) $0,52\text{ m}$

17. Un trineo de 100 kg parte del reposo y desliza hacia abajo por la ladera de una colina de 30° de inclinación respecto a la horizontal. a) Haga un análisis energético del desplazamiento del trineo suponiendo que no existe rozamiento y determine, para un desplazamiento de 20 m, la variación de sus energías cinética, potencial y mecánica, así como el trabajo realizado por el campo gravitatorio terrestre. b) Explique, sin necesidad de cálculos, cuáles de los resultados del apartado a) se modificarían y cuáles no, si existiera rozamiento. Tómese $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Sol: a) $\Delta E_C = 10\ 000\text{ J}$; $\Delta E_P = -10\ 000\text{ J}$; $\Delta E_M = 0\text{ J}$; $W = 10\ 000\text{ J}$

18. Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado 30° sobre la horizontal, con una velocidad inicial de $5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. El coeficiente de rozamiento es 0,2. a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano, y calcule la altura máxima alcanzada por el cuerpo. b) Determine la velocidad con la que el cuerpo vuelve al punto de partida.

19. Sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal se encuentra un bloque de 0,5 kg adosado al extremo superior de un resorte, de constante elástica $200\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, paralelo al plano y comprimido 10 cm. Al liberar el resorte, el bloque asciende por el plano hasta detenerse, y posteriormente, desciende. El coeficiente de rozamiento vale 0,1. a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por el plano y calcule la aceleración del bloque. b) Determine la velocidad con la que el bloque es lanzado hacia arriba al liberarse el resorte y la distancia que recorre el bloque por el plano hasta detenerse. Dato: $g = 9,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Relación 0. Cálculo vectorial

1. a) Sean las siguientes funciones: $y_1 = A \operatorname{sen}(ax + b)$; $y_2 = A \operatorname{sen}(ax - b)$. Calcular: $y = y_1 + y_2$.
b) Sean las siguientes funciones: $y_1 = A \operatorname{cos}(ax + b)$; $y_2 = A \operatorname{cos}(ax - b)$. Calcular: $y = y_1 + y_2$.

2. Sean los vectores: $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$; $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$

Calcular: a) $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$ b) $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ c) $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$

Sol: a) $\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ b) $-2\vec{i} - 6\vec{j} + 5\vec{k}$ c) $7\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}$

3. Sean los vectores: $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$

Calcular: a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ b) $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{a}$ c) $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a})$ Sol: a) 3; b) -6; c) -27

4. Sean los vectores: $\vec{a} = 3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{b} = -\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$; $\vec{c} = 2\vec{i}$

Calcular: a) $\vec{a} \times \vec{b}$ b) $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{b}$ c) $(\vec{a} \times 2\vec{c}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ Sol: a) $-2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$; b) 4; c) -32.

5. Dados los vectores $\vec{a} = \vec{k}$; $\vec{b} = \vec{i}$; $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j}$ Calcular: a) El ángulo entre los vectores **a** y **b**; b) El ángulo entre los vectores **b** y **c**; c) El ángulo entre los vectores **a** y **c**. Sol: a) 90° ; b) 45° ; c) 90° .

6. Si el producto vectorial de dos vectores es a) $\vec{a} \times \vec{b} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ y sus módulos son 4 y 7, calcular su producto escalar. Sol: $3\sqrt{7}$.

7. Los puntos A = (1, 1, 1), B = (3, 1, 1), C = (0, 4, 0) y D = (1, 0, 5) delimitan un tetraedro. Calcular: a) La longitud del lado AB. b) El área del triángulo ABC. c) El volumen del tetraedro. Sol: a) 2; b) $\sqrt{10}$; c) $11/3$.

8. Sea el vector $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Determina su módulo y el ángulo que forma con los ejes de coordenadas. Sol: a) $\sqrt{14}$; b) $\alpha = 57,69^\circ$; $\beta = 143,30^\circ$; $\gamma = 74,50^\circ$

9. Sea un vector contenido en el plano XY, de módulo 3, y que forma un ángulo de 30° con el eje Y. Determina las componentes cartesianas del vector. Sol: $(3\sqrt{3}/2, 3/2, 0)$.

10. Sean los vectores $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$; $\vec{b} = \vec{j}$; $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$

- a) ¿Son los tres vectores linealmente independientes entre sí? Justifícalo.
b) Si no lo son, escribir el vector **c** en función de los otros dos. Justifícalo.
c) Si lo son, calcular $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ e interpretar el resultado. Sol: a) No; b) $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$.

11. Sean los vectores $\vec{a} = \vec{i}$; $\vec{b} = \vec{j}$; $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$

- a) Probar que son independientes entre sí. b) Escribir el vector $\vec{d} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ como combinación de ellos. Justifícalo. Sol: a) Determinante $\neq 0$; b) $2\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$

12. Sean los vectores $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

- a) ¿Cuánto vale la longitud de la proyección de ambos vectores sobre el plano XY? b) ¿Y sobre el plano YZ? c) ¿Cuánto vale la longitud de la proyección del vector \vec{b} sobre la dirección definida por el vector \vec{a} ? Sol: a) $\sqrt{13}$ y $\sqrt{17}$; b) $\sqrt{5}$ y $\sqrt{2}$; c) $13 / \sqrt{14}$.

13. Sea los vectores \vec{a} y \vec{b} que tienen como origen el origen de coordenadas y como extremos el punto A = (4, 7) y el punto B = (8, 2) respectivamente. Y sea la recta r que pasa por el origen de coordenadas y por el punto C = (8, 8).

- a) Hallar la proyección de los vectores \vec{a} y \vec{b} sobre la recta r.
b) Calcular el ángulo que forman \vec{a} y \vec{b} con los ejes de coordenadas.
c) Calcular el ángulo que forma la recta r con los ejes de coordenadas.
d) Hallar el vector \vec{CB} y su proyección sobre la recta r.
e) Una vez calculado el vector \vec{CB} , hallar y dibujar sus componentes paralela y normal a la recta r.
a) $11/\sqrt{2}; 5\sqrt{2}$ b) $a_{ax} = 60,25^\circ; a_{ay} = 29,75^\circ a_{bx} = 14,04^\circ; a_{by} = 75,96^\circ; c) 45^\circ; d) -6\vec{j}; 6/\sqrt{2};$
e) $CB_p = -3\vec{i} - 3\vec{j}; CB_\perp = 3\vec{i} - 3\vec{j}$

14. Sean los vectores $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}; \vec{b} = \vec{j}$. Construir un vector \vec{c} , que pertenezca al plano engendrado por \vec{a} y \vec{b} , y que sea perpendicular a \vec{a} y tenga módulo 2. Sol: $\pm\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}$

15. Dado el vector $\vec{r}(t) = (t - t^2)\vec{i} + 2t3\vec{j} - 3\vec{k}$, hallar: a) La derivada de la función: $d\vec{r}/dt$ b) La integral: $\int \vec{r}(t) dt$ c) La integral: $\int_1^2 \vec{r}(t) dt$

Sol: a) $(1 - 2t)\vec{i} + 6t2\vec{j}$; b) $\left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + k_x\right)\vec{i} + \left(\frac{t^4}{2} + k_y\right)\vec{j} + (3t + k_z)\vec{k}$; c) $-\frac{5}{6}\vec{i} + \frac{15}{2}\vec{j} - 3\vec{k}$

16. Una barra de longitud L tiene una densidad variable. Si la densidad lineal de cada punto de la barra es $\rho = a.l$ (kg / m), siendo l la distancia al punto a uno de los extremos de la barra y a una constante, calcula la masa total de la barra. Sol: $M = a.L^2/2$ kg.

17. Un globo esférico de radio r (m) es hinchado con aire a una velocidad a m³/s, calcular la velocidad con la que aumenta el radio del globo. Sol: $dr/dt = a/4\pi r^2$ (m/s)

18. Una circunferencia aumenta su radio a una velocidad a m/s. Calcular la velocidad con la que aumenta su longitud. Sol: $dl/dt = 2\pi a$ (m/s)

19. Calcula la ecuación de dimensiones de: a) fuerza; b) trabajo mecánico; c) presión.
Sol: a) $[F] = MLT^{-2}$; b) $[W] = ML^2T^{-2}$ c) $[p] = ML^{-1}T^{-2}$.

20. La expresión que permite calcular la presión p que ejerce un fluido en un punto a una profundidad h es $p = \rho gh$. ¿Qué dimensiones tiene ρ ? Sol: ML^{-3} .

21. Aplicando análisis dimensional, calcula los exponentes a, b y c de la expresión: $P = 1/2\rho^a.v^b.g^c$ siendo p la presión, ρ la densidad, v la velocidad y g la aceleración de la gravedad. Sol: $p = 0,5\rho v^2$

22. Al estudiar experimentalmente las magnitudes de que depende el período de oscilación de un péndulo simple parece deducirse que pueden influir sobre él la longitud del hilo, la masa de la bolita oscilante y el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar de la experiencia. ¿Es acertada esa suposición? ¿Cuál sería la fórmula del período de un péndulo? Sol: $T = k\sqrt{l/g}$

Relación 2. El Campo Gravitatorio

1. La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita a una altura media de 340 km sobre la superficie terrestre. Teniendo en cuenta que la distancia Tierra-Luna es de 380 000 km y que el período lunar es de $2,36 \cdot 10^6$ s, determina cuánto tiempo tarda la ISS en dar una vuelta completa a la Tierra. Dato: $R_T = 6\,370$ km. Sol: 92 min.

2. Dos masas puntuales iguales de 5 kg se encuentran situadas en los vértices inferiores de un triángulo equilátero de 40 cm de lado. Si se coloca en el vértice superior una tercera masa m_3 :

a) ¿Qué aceleración adquiere esta última masa en ese punto? b) ¿Descenderá con aceleración constante? c) ¿Qué aceleración tendrá en el momento de llegar a la base del triángulo?

Sol: a) $-3,6 \cdot 10^{-9} \hat{j} \text{ m/s}^2$; b) No; c) 0.

3. Una masa cae con una aceleración de $3,7 \text{ m/s}^2$ sobre la superficie de un planeta sin atmósfera cuyo radio es 0,4 veces el terrestre. Calcula:

a) La masa de ese planeta en relación a la terrestre.

b) La velocidad que debería llevar una nave para orbitar a 500 km sobre la superficie del planeta.

c) El tiempo que tardaría en efectuar una órbita completa a esa altura.

Sol: $m_P/m_T = 0,06$; b) $2\,806,7 \text{ m/s}$; c) 0,08 días.

4. Supongamos que la Tierra tiene una densidad media ρ . Cuál sería el valor de g sobre la superficie si: a) El diámetro fuese la mitad y la densidad fuese la misma. b) El diámetro fuese el doble sin variar la densidad. Sol: a) $g' = g/2$; b) $g' = 2g$.

5. La masa lunar es 0,012 veces la terrestre y su radio 0,27 veces el terrestre. Calcula:

a) La distancia que recorrería un cuerpo en 3 s cayendo libremente.

b) La altura a la que ascendería un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba si con la misma velocidad se elevara en Tierra hasta 30 m. Sol: a) 7,2 m; b) 183,7 m.

6. La densidad de Marte es 0,71 veces la de la Tierra, mientras su diámetro es 0,53 veces el terrestre. Explica cómo serán, en comparación, los pesos de una misma masa m en Marte y en la Tierra. ¿Cuál es el valor de g en la superficie de Marte si en la Tierra es de $9,8 \text{ m/s}^2$? Sol: $3,7 \text{ m/s}^2$.

7. El satélite de Júpiter llamado Ío orbita a una distancia del centro planetario de 422 000 km, con un período de revolución de 1,77 días. Con estos datos, calcula a qué distancia se encuentra Europa, otra de sus lunas, si su período de revolución es de 3,55 días. Sol: 671 144 km.

8. La masa de Saturno es 95,2 veces la de la Tierra. Encélado y Titán, dos de sus satélites, tiene períodos de revolución de 1,37 días y 15,95 días, respectivamente. Determina a qué distancia media del planeta orbitan estos satélites. Sol: $d_E = 237\,520 \text{ km}$; $d_T = 51\,233\,161 \text{ km}$.

9. El Apolo VIII orbitó en torno a la Luna a una altura de su superficie de 113 km. Si la masa lunar es 0,012 veces la de la Tierra y su radio 0,27 veces el terrestre, calcula: a) El período de su órbita.

b) Su velocidad orbital y su velocidad angular. Sol: a) 7 113 s; b) $1\,618 \text{ m/s}$; $8,8 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$.

10. Júpiter tiene una masa 320 veces mayor que la terrestre y un volumen 1 320 veces superior al correspondiente a la Tierra. Determina: a) A qué altura h sobre la superficie de Júpiter debería encontrarse un satélite en órbita circular, para que su período de revolución fuese de 9 h y 50 minutos. b) ¿Qué velocidad tendrá el satélite en dicha órbita?

Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Sol: a) $8,95 \cdot 10^7 \text{ m}$; b) $28\,380 \text{ m/s}$.

11. Halla la altura sobre la superficie terrestre a la que debe colocarse un satélite para que su peso se reduzca en un 20%. Dato: $R_T = 6\,370 \text{ km}$. Sol: 774,64 km.

12. Halla el valor del campo gravitatorio en la superficie del planeta Júpiter, teniendo en cuenta que su masa es 300 veces la de la Tierra, y su radio, 11 veces mayor que el terrestre. Sol: 24,3 m/s².

13. a) Determina la velocidad con que llega a la superficie terrestre un cuerpo que se deja caer desde una altura h no despreciable medida desde la superficie. Demuestra, así mismo, que si h es despreciable comparada con el radio terrestre se obtiene la expresión: $v = \sqrt{2gh}$.

b) Determina la velocidad con la que llegará a la superficie terrestre un objeto que es abandonado en reposo a una altura de 5 000 km sobre ella.

Datos: $G = 6,6710^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6\,370 \text{ km}$.

Sol: a) $v = \sqrt{2GMTh / RT(RT+h)}$; b) 7 433 m/s.

14. Tres partículas de masas 2, 4 y 0,3 kg se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 8,66 m de altura. ¿Cuál es la energía potencial del sistema? Sol: $-6,53 \cdot 10^{-11} \text{ J}$.

15. Una sonda espacial de 1000 kg se haya en una órbita circular de radio $2R_T$ alrededor de la Tierra. ¿Cuánta energía se requiere para transferir la sonda hasta otra órbita circular de radio $3R_T$? Analiza los cambios en la energía cinética, potencial y total. Sol: $\Delta E_{\text{mec}} = 5,24 \cdot 10^9 \text{ J}$.

16. Dos masas puntuales $m_1 = 5 \text{ kg}$ y $m_2 = 10 \text{ kg}$ se encuentran situadas en los puntos $(-3,0) \text{ m}$ y $(3,0) \text{ m}$, respectivamente. a) Determine el punto en el que el campo gravitatorio es cero. b) Compruebe que el trabajo necesario para trasladar una masa m desde el punto A $(0,4) \text{ m}$ al punto B $(0,-4) \text{ m}$ es nulo y explique ese resultado. Sol: 2,49 m ; superficies equipotenciales.

17. Desde una altura de 5000 km sobre la superficie terrestre se lanza hacia arriba un cuerpo con una cierta velocidad. a) Explique para que valores de esa velocidad el cuerpo escapará de la atracción terrestre. b) Si el cuerpo se encontrara en una órbita geoestacionaria, ¿cuál sería su velocidad?. Sol: 8,4 km/s; 3,07 km/s.

18. Un satélite de $3 \cdot 10^3 \text{ kg}$ gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de $5 \cdot 10^4 \text{ km}$ de radio. a) Determine razonadamente su velocidad orbital. b) Suponiendo que la velocidad del satélite se anulara repentinamente y empezara a caer sobre la Tierra, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre? Considere despreciable el rozamiento del aire.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. Sol: 2,83 km/s; 10,5 km/s.

19. Se desea lanzar un satélite de 500 kg desde la superficie terrestre para que describa una órbita circular de radio $10 R_T$. a) ¿A qué velocidad debe lanzarse para que alcance dicha altura? Explique los cambios de energía que tienen lugar desde su lanzamiento hasta ese momento. b) ¿Cómo cambiaría la energía mecánica del satélite en órbita si el radio orbital fuera el doble?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. Sol: 10,9 km/s.

20. Un meteorito de 400 kg que se dirige en caída libre hacia la Tierra, a una velocidad de 20 m.s^{-1} a una altura $h = 500 \text{ km}$ sobre la superficie de la Tierra. Determine razonadamente: a) El peso del meteorito a dicha altura. b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. Sol: 3392 N; 3024 m.s^{-1} .

21. Se lanza un cohete de 600 kg desde el nivel del mar hasta una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Calcule: a) Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del cohete. b) Qué energía adicional habría que suministrar al cohete para que escapara a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa altura.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. Sol: $\Delta E_{\text{pot}} = 5 \cdot 10^9 \text{ J}$.

Relación 3. El Campo Eléctrico

1. Sobre una carga de $-2 \mu\text{C}$ situada en el origen actúa una fuerza de $0,002j \text{ N}$. Calcula:

a) El campo eléctrico en dicho origen. b) La fuerza que actuaría sobre una carga de $+10 \mu\text{C}$.

Sol: a) $-1000j \text{ N/C}$; b) $-0,01j \text{ N}$.

2. Una bolita de corcho de 2 g de masa pende de un hilo ligero que se halla en el seno de un campo eléctrico uniforme $E^{\vec{}} = (4i+3j) \cdot 10^5 \text{ N/C}$. En esta situación, el ángulo que forma el hilo con la vertical es de 30° . Determina: a) La carga de la bolita. b) La tensión del hilo. Sol: a) $1,97 \cdot 10^{-8} \text{ C}$; b) $0,016 \text{ N}$

3. Una carga puntual q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga testigo q' desde un punto A hasta el infinito, se realiza un trabajo de 10 J . Si se traslada desde el infinito a otro punto B, el trabajo resulta ser de -20 J .

a) ¿Qué trabajo se realiza cuando la carga se traslada desde el punto B hasta el A? ¿En qué propiedad del campo electrostático se basa tu respuesta?

b) Si $q' = -2 \text{ C}$, ¿cuánto vale el potencial en los puntos A y B? Si el punto B es el más próximo a la carga q , ¿cuál es el signo de q ? ¿Por qué? Sol: a) 10 J ; b) $V_A = -5 \text{ V}$; $V_B = -10 \text{ V}$

4. Una esfera de 5 g tiene una carga de $-4 \mu\text{C}$.

a) ¿Cuál es el campo eléctrico que habríamos de aplicar para que la esfera permanezca en reposo sin caer al suelo?

b) Si dicho campo ha de ser suministrado mediante una diferencia de potencial establecida entre dos placas metálicas planas y paralelas separadas 5 cm , ¿cuál debe ser la diferencia de potencial que debe establecerse? Sol: a) $-12 250j \text{ N/C}$; b) $612,5 \text{ V}$

5. Una pequeña esfera de $0,5 \text{ g}$ y con una carga de 6 nC cuelga de un hilo. Cuando el sistema se introduce entre dos placas planas verticales y cargadas, separadas entre sí 10 cm , se observa que el hilo forma un ángulo de 15° con la vertical. ¿Cuál es la diferencia de potencial existente entre las placas? Sol: $21882,5 \text{ V}$

6. Entre dos placas planas y paralelas, separadas 40 cm entre sí, con cargas iguales y de signo opuesto, existe un campo eléctrico uniforme de $4 000 \text{ N/C}$. Si un electrón se libera de la placa negativa: a) ¿Cuánto tarda en chocar contra la placa positiva? b) ¿Qué velocidad llevará al impactar? Sol: a) $3,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$; b) $2,3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

7. Un electrón entra a $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ en una región con un campo eléctrico uniforme de $10 000 \text{ N/C}$. Determina: a) La aceleración que adquiere el electrón.

b) El tiempo que tarda y la distancia que recorre en el seno del campo hasta quedar en reposo.

c) La diferencia de potencial existente entre el punto de entrada y el punto donde su velocidad se hace cero. Sol: a) $-1,76 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$; b) $1,14 \text{ ns}$; $1,14 \text{ mm}$; c) $11,4 \text{ V}$

8. Una esfera de plástico de 2 g se encuentra suspendida de un hilo de 20 cm de longitud y, al aplicar un campo eléctrico uniforme y horizontal de $10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, el hilo forma un ángulo de 15° con la vertical.

a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico y todas las fuerzas que actúan sobre la esfera, y determine su carga eléctrica. b) Explique cómo cambia la energía potencial de la esfera al aplicar el campo eléctrico. Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ Sol: a) $q = 5,36 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

9. Dos cargas puntuales de $+2 \mu\text{C}$, se encuentran situadas sobre el eje X, en los puntos $x_1 = -1 \text{ m}$ y $x_2 = 1 \text{ m}$, respectivamente.

a) Calcule el potencial electrostático en el punto $(0, 0, 5) \text{ m}$.

b) Determine el incremento de energía potencial electrostática al traer una tercera carga de $-3 \mu\text{C}$, desde el infinito hasta el punto $(0, 0, 5) \text{ m}$.

Sol: a) $V = 7060 \text{ V}$; b) $\Delta E_p = -0,03918 \text{ J}$.

10. Un electrón, con una velocidad de $6 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, penetra en un campo eléctrico uniforme y su velocidad se anula a una distancia de 20 cm desde su entrada en la región del campo.

- a) Razone cuáles son la dirección y el sentido del campo eléctrico.
b) Calcule su módulo. Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Sol: b) $E = 512 \text{ N/C}$

11. El campo eléctrico en las proximidades de la superficie de la Tierra es aproximadamente $150 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$, dirigido hacia abajo.

- a) Compare las fuerzas eléctrica y gravitatoria que actúan sobre un electrón situado en esa región.
b) ¿Qué carga debería suministrarse a un clip metálico sujetapapeles de 1g para que la fuerza eléctrica equilibre su peso cerca de la superficie de la Tierra?
Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ Sol: a) $F_G / F_E = 3,79 \cdot 10^{-13}$; b) $q = -6,67 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

12. Una partícula con carga $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en reposo en el punto (0, 0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de $500 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ en el sentido positivo del eje OY.

- a) Describa el movimiento seguido por la partícula y la transformación de energía que tiene lugar a lo largo del mismo.
b) Calcule la diferencia de potencial entre los puntos (0, 0) y (0, 2) m y el trabajo realizado para desplazar la partícula entre dichos puntos. Sol: b) $\Delta V = -1000 \text{ V}$; $W = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

13. Una partícula de masa m y carga -10^{-6} C se encuentra en reposo al estar sometida al campo gravitatorio terrestre y a un campo eléctrico uniforme $E = 100 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ de la misma dirección.

- a) Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y calcule su masa.
b) Analice el movimiento de la partícula si el campo eléctrico aumentara a $120 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ y determine su aceleración. Dato: $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ Sol: a) 10^{-5} kg ; b) $a = 2 \text{ m/s}^2$

14. El potencial eléctrico en un punto P, creado por una carga Q situada en el origen, es 800 V y el campo eléctrico en P es $400 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$.

- a) Determine el valor de Q y la distancia del punto P al origen.
b) Calcule el trabajo que se realiza al desplazar otra carga $q = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto (3, 0) m al punto (0, 3) m. Explique por qué no hay que especificar la trayectoria seguida.
Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ Sol: a) $r = 2\text{m}$; $q = 1,18 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; b) $W = 0 \text{ J}$

15. Considere dos cargas eléctricas puntuales $q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ separadas 0,1 m.

- a) Determine el valor del campo eléctrico en el punto medio del segmento que une ambas cargas. ¿Puede ser nulo el campo en algún punto de la recta que las une? Contesté razonadamente con ayuda de un esquema.
b) Razone si es posible que el potencial eléctrico se anule en algún punto de dicha recta y, en su caso, calcule la distancia de ese punto a las cargas.
Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ Sol: a) $E = 10,8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; No; b) a 0,033 m de q_1

16. Una carga de $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en el origen de coordenadas y otra carga de $-3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ está situada en el punto (1, 1) m.

- a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico en el punto B (2, 0) m y calcule su valor. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto B?
b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una carga de $10 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto A (1, 0) m hasta el punto B (2, 0) m.
Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ Sol: a) $E^{\vec{}} = -2\,795,94i + 9545,94j \text{ (N/C)}$; $V = -5\,591,7 \text{ V}$; b) $W = 0,056 \text{ J}$

17. Dos cargas puntuales iguales, de $+10^{-5} \text{ C}$, se encuentran en el vacío, fijas en los puntos A (0, 0) m y B (0, 3) m.

- a) Calcule el campo y el potencial electrostáticos en el punto C (4, 0) m.
b) Si abandonáramos otra carga puntual de $+10^{-7} \text{ C}$ en el punto C (4, 0) m, ¿Cómo se movería? Justifique la respuesta. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ Sol: a) $E^{\vec{}} = 8505 i - 2160 j$; $V = 364\,500 \text{ V}$

Relación 4. El Campo magnético

1. Con una velocidad $\vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ m/s, un electrón se mueve en una región del espacio en la que el campo magnético viene dado por $\vec{B} = 0,3\hat{i} - 0,02\hat{j}$ T. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre él? ¿Y su módulo? Sol: $\vec{F} = 9,6 \cdot 10^{-21} \hat{i} + 1,4 \cdot 10^{-19} \hat{j} + 5,4 \cdot 10^{-20} \hat{k}$ N; $F = 1,5 \cdot 10^{-19}$ N

2. Una bobina rectangular formada por 30 espiras de 10 cm x 8 cm conduce una corriente de 1,5 A. Se introduce dicha bobina en un campo magnético uniforme de 0,8 T, de modo que la normal al plano de la bobina forma 60° con las líneas de campo.

a) ¿Cuál es el valor del momento magnético de la bobina?

b) ¿Cuánto vale el momento del par de fuerzas que actúa sobre la bobina?

Sol: a) $0,36 \text{ A}\cdot\text{m}^2$; b) $0,249 \text{ N}\cdot\text{m}$

3. Dos iones (Fe^{2+} y Fe^{3+}) penetran en dirección perpendicular a un campo uniforme con la misma velocidad. ¿Cómo son en comparación los períodos de sus revoluciones en el seno del campo? ¿Y los radios de las circunferencias que describen?

Sol: $T_{\text{Fe}^{2+}} / T_{\text{Fe}^{3+}} = 3/2$; $R_{\text{Fe}^{2+}} / R_{\text{Fe}^{3+}} = 3/2$.

4. Un protón incide en dirección perpendicular a un campo de 3 T. ¿Con qué velocidad debe hacerlo para que el radio de su trayectoria sea de 2 cm? Sol: $5,7 \cdot 10^6$ m/s

5. Un protón y un electrón penetran en dirección perpendicular a un campo magnético entrante hacia el papel. Representa de modo aproximado las trayectorias que describirán, así como la razón entre sus radios. ¿Cuánto tarda cada partícula en completar un círculo si el campo es de 10 T? Sol: $T_e = 3,5 \cdot 10^{-12}$ s; $T_p = 6,56 \cdot 10^{-9}$ s

6. Un ion positivo de carga +1 tiene una masa de $3,3 \cdot 10^{-26}$ kg. Si se acelera a través de una diferencia de potencial de 300 V para después entrar en dirección perpendicular a un campo magnético de 0,7 T. ¿cuál será el radio de la trayectoria que describirá? ¿Cuál sería el radio si hubiese entrado en el campo formando un ángulo de 60° con él?

Sol: $0,015 \text{ m}$; $0,013 \text{ m}$.

7. Por dos conductores rectilíneos y paralelos circula una corriente de intensidad I con el mismo sentido. Si la separación entre ambos es d, calcula el valor del campo magnético en un punto P exterior situado a una distancia d/2 de uno de ellos. Sol: $B = 4\mu_0 I / 3\pi d$.

8. Por un conductor rectilíneo largo circula una corriente de 30 A. Un electrón pasa con una velocidad de $2 \cdot 10^7$ m/s a 2 cm del alambre. Indica qué fuerza actúa sobre él si se mueve:

a) Hacia el conductor en dirección perpendicular a este.

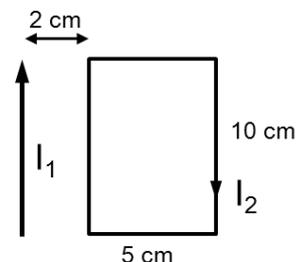
b) Paralelamente al conductor.

c) En dirección perpendicular a las dos direcciones anteriores.

Sol: a) $9,6 \cdot 10^{-16} \hat{k}$ N; b) $9,6 \cdot 10^{-16} \hat{j}$ N; c) 0.

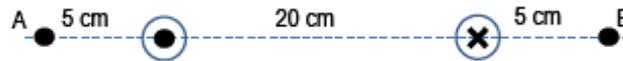
9. Una espira rectangular de 10 cm x 5 cm se sitúa paralela a un conductor rectilíneo de gran longitud a una distancia de 2 cm, como se indica en la figura. Si la corriente que circula por el conductor es de 15 A, y la que circula por la espira en el sentido indicado es de 10 A, ¿cuál es la fuerza neta que obra sobre la espira?

Sol: $1,07 \cdot 10^{-4}$ N (de atracción)



10. ¿Cuántas espiras circulares estrechamente arrolladas deberá tener una bobina de 12,56 mm de radio por la que circula una intensidad de 0,25 A, para que el campo magnético en su centro valga 10^{-4} T? Sol: 8 espiras.

11. Dos hilos conductores, 1 y 2, rectilíneos, paralelos y muy largos, están separados por una distancia de 20 cm. Por el hilo 1 circula una intensidad $I = 2$ A dirigida hacia fuera del papel.



- a) ¿Qué intensidad y en qué sentido debe circular por el conductor 2 para que el campo magnético en el punto A de la figura sea nulo?
b) ¿Cuánto valdrá, entonces, el campo magnético en el punto B?
c) ¿Qué fuerza actúa en esas condiciones sobre la unidad de longitud de conductor y qué carácter tiene (atractiva o repulsiva)? Sol: a) 10 A; b) $3,84 \cdot 10^{-5}$ T; c) $2 \cdot 10^{-5}$ N/m

12. Suponga dos hilos metálicos largos, rectilíneos y paralelos, perpendiculares al plano del papel y separados 60 mm, por los que circulan corrientes de 9 y 15 A en el mismo sentido.

- a) Dibuje en un esquema el campo magnético resultante en el punto medio de la línea que une ambos conductores y calcule su valor.
b) En la región entre los conductores, ¿a qué distancia del hilo por el que circula la corriente de 9 A será cero el campo magnético? Dato: $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ N.A⁻² Sol: a) $B = 4 \cdot 10^{-5}$ T; b) 22,5 mm.

13. En un experimento se aceleran partículas alfa ($q = +2e$) desde el reposo, mediante una diferencia de potencial de 10 kV. Después, entran en un campo magnético $B = 0,5$ T, perpendicular a la dirección de su movimiento.

- a) Explique con ayuda de un esquema la trayectoria de las partículas y calcule la velocidad con que penetran en el campo magnético.
b) Calcule el radio de la trayectoria que siguen las partículas alfa en el seno del campo magnético.
Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m = 6,7 \cdot 10^{-27}$ kg Sol: a) $v = 772\ 667$ m/s; b) $R = 0,0517$ m.

14. Un protón tiene una energía cinética de $2 \cdot 10^{-12}$ J y se mueve, en una región en la que existe un campo magnético de 0,6 T, en dirección perpendicular a su velocidad.

- a) Razone con ayuda de un esquema la trayectoria del protón y calcule el periodo de su movimiento.
b) ¿Cómo variarían las características de su movimiento si la energía cinética se redujera a la mitad?
Datos: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C Sol: a) $T = 1,11 \cdot 10^{-7}$ s

15. Un protón acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de $2 \cdot 10^6$ V penetra, moviéndose en el sentido positivo del eje X, en un campo magnético $B^{\vec{}} = 0,2\hat{k}$ T.

- a) Calcule la velocidad de la partícula cuando penetra en el campo magnético y dibuje en un esquema los vectores $v^{\vec{}}$, $B^{\vec{}}$ y $F^{\vec{}}$ en ese instante y la trayectoria de la partícula.
b) Calcule el radio y el periodo de la órbita que describe el protón.
Datos: $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C Sol: a) $v = 19,58 \cdot 10^6$ m/s; b) $R = 1,02$ m; $T = 328$ ns

16. Dos conductores rectilíneos, largos y paralelos están separados 5 m. Por ellos circulan corrientes de 5 A y 2 A en sentidos contrarios.

- a) Dibuje en un esquema las fuerzas que se ejercen los dos conductores y calcule su valor por unidad de longitud.
b) Calcule la fuerza que ejercería el primero de los conductores sobre una carga de 10^{-6} C que se moviera paralelamente al conductor, a una distancia de 0,5 m de él, y con una velocidad de 100 m.s⁻¹ en el sentido de la corriente.
Dato: $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ N.A⁻² Sol: a) $F / l = 4 \cdot 10^{-7}$ N/m; b) $F = 3,2 \cdot 10^{-23}$ N

17. Una partícula con carga $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C se desplaza con una velocidad $v^{\vec{}} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ m.s⁻¹ por una región en la que existe un campo magnético $B^{\vec{}} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ T y un campo eléctrico $E^{\vec{}} = 4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ N.C⁻¹.

- ¿Cuál es la fuerza total ejercida sobre la partícula?
b) ¿Y si la partícula se moviera con velocidad $-v^{\vec{}}$?
Sol: a) $F^{\vec{}} = (12,8\hat{i} - 3,2\hat{j} - 6,4\hat{k}) \cdot 10^{-19}$ N; b) La misma.

Relación 5. Inducción Electromagnética

1. Un solenoide formado por 800 espiras circulares de 2 cm de diámetro y 15Ω de resistencia se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme de 0,5 T en la dirección del eje del solenoide. Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta hacerse nulo en 0,2 s:

a) Determina la fem inducida. b) Calcula la intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo. Sol: a) 0,6 V; b) 0,04 A; $8 \cdot 10^{-3}$ C

2. Una bobina de 100 vueltas de 2 cm de radio está orientada en el seno de un campo magnético uniforme de 0,5 T de modo que el plano de las espiras forman un ángulo de 40° con las líneas de fuerza del campo. Si el campo magnético aumenta a razón de 0,8 T/s, manteniendo constante la dirección, determina:

a) La expresión del flujo magnético en función del tiempo.

b) La fem inducida en los diez primeros segundos.

c) La intensidad de la corriente inducida si la resistencia de la bobina es de 50Ω .

Sol: a) $\Phi = 0,04 + 0,06t$ Wb; b) $-0,064$ V; c) 1,28 mA

3. Una espira de 100 cm^2 de superficie se encuentra orientada de forma perpendicular a un campo magnético cuya magnitud aumenta uniformemente desde 0,2 T hasta 1,4 T en 0,25 s. Determina:

a) La fem inducida en la espira.

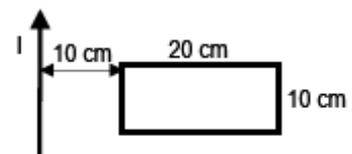
b) La intensidad de corriente si la resistencia de la espira es de 3Ω . Sol: a) $-0,048$ V; b) 0,016 A

4. Una bobina de 50 espiras circulares de 3 cm de radio está situada perpendicularmente a un campo magnético unidireccional cuyo valor varía según $B = 0,2 + 0,005t^2$ T. ¿Cuánto valdrá la fem inducida al cabo de 10 s? Si la resistencia total de la bobina es de 2Ω , ¿cuál es la intensidad que circula al cabo de ese tiempo?

Sol: $-0,014$ V; 0,007 A

5. Una bobina circular de 50 espiras de 5 cm de radio se sitúa en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de 1,2 T. Calcula la fuerza electromotriz inducida en la bobina si se gira bruscamente 180° en 0,2 s. ¿Qué intensidad de corriente inducida circula si la resistencia en la bobina es de 20Ω . Sol: 4,71 V; 0,235 A

6. Una corriente de 10 A recorre un hilo conductor de gran longitud situado cerca de una espira rectangular, como se indica en la figura. Calcula: a) El flujo del campo magnético a través de la espira. b) La fem media y el sentido de la corriente inducida en la espira si se interrumpe la corriente al cabo de 0,02 s.



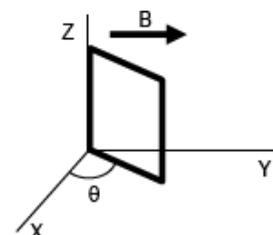
Sol: a) $2,2 \cdot 10^{-7}$ Wb; b) $1,1 \cdot 10^{-5}$ V; sentido horario

7. Una bobina de 10 espiras circulares de cobre de 0,5 cm de radio y resistencia $0,2 \Omega$ gira en torno a un eje diametral en la dirección X con una velocidad angular de 3π rad/s. La bobina se encuentra inmersa en una región donde existe un campo magnético $B^{\rightarrow} = 0,6 \hat{k}$ T. Considerando que en $t = 0$ las espiras estaban orientadas en el plano XY, halla:

a) La expresión para la fem inducida en función del tiempo. b) La intensidad máxima de la corriente que circula por la espira y el tipo de corriente que se obtiene.

Sol: a) $\varepsilon = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ sen } 3\pi t$ V; b) 22 mA

8. Una espira cuadrada de 5 cm de lado y 2Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético $B^{\rightarrow} = 0,08 \hat{j}$ T. La espira forma un ángulo φ variable con el plano XZ, y dicho ángulo es de $\pi/2$ en el instante $t = 0$. Determina: a) La expresión de la fem inducida en



función del tiempo si se hace girar la espira con una frecuencia de 50 Hz alrededor del eje Z.

b) La velocidad angular que debería girar para que la corriente máxima que circula sea de 5 mA.

Sol: a) $2\pi \cdot 10^{-2} \cos(100\pi t)$; b) 50 rad/s

9. La bobina rectangular de un generador simple de corriente alterna alcanza una fem de 65,3 V a una frecuencia de 50 Hz en un campo de 1,3 T. Si las dimensiones de las espiras son 8 cm x 5 cm, ¿cuántas espiras tiene la bobina? Sol: 40 espiras

10. Una bobina de 300 espiras de 300 cm^2 gira alrededor de un eje perpendicular a un campo magnético de 0,2 T. ¿A qué frecuencia debe hacerlo para generar una tensión máxima de 250 V?

Sol: 22,11 Hz

11. Un transformador consta de una bobina primaria de 200 espiras y de una bobina secundaria de 50 espiras. a) ¿Cuál será su función: elevar o reducir el voltaje?

b) Si la tensión de entrada es de 125 V, ¿cuál es la de salida?

c) Si la corriente en la bobina primaria es de 50 mA, ¿cuánto valdrá en la secundaria?

Sol: b) 31,25 V; c) 200 mA

12. Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

a) Dibuje en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$ e indique el valor máximo de dicho flujo. b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo e indique su valor en el instante $t = 1 \text{ s}$. Sol:

a) $\phi_{M\acute{a}x} = 5\pi \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$; b) $\varepsilon = 0,00987 \text{ sen}2\pi t \text{ (V)}$; $\varepsilon(1) = 0 \text{ V}$.

13. Una espira conductora de 40 cm^2 se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,3 T.

a) Calcule el flujo magnético a través de la espira y explique cuál sería el valor del flujo si se girara la espira un ángulo de 60° en torno a un eje perpendicular al campo.

b) Si el tiempo invertido en ese giro es de $3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, ¿cuánto vale la fuerza electromotriz media inducida en la espira? Explique qué habría ocurrido si la espira se hubiese girado en sentido contrario. Sol: a) $\phi = 12 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$; $\phi = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$; b) $\varepsilon = 0,02 \text{ V}$

14. A una espira circular de 5 cm de radio, que descansa en el plano XY, se le aplica durante el intervalo de tiempo de $t = 0$ a $t = 5 \text{ s}$ un campo magnético $B^{\vec{}} = 0,1t^2 \hat{k} \text{ T}$, donde t es el tiempo en segundos.

a) Calcule el flujo magnético que atraviesa la espira y represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) Razone cómo cambiaría la fuerza electromotriz inducida en la espira si: i) el campo magnético fuera $B^{\vec{}} = (2 - 0,1t^2)\hat{k} \text{ T}$; ii) la espira estuviera situada en el plano XZ.

Sol: $\phi = 25\pi \cdot 10^{-5} t^2 \text{ (Wb)}$; $\varepsilon = -50\pi \cdot 10^{-5} t \text{ (V)}$; b) i) $\varepsilon = 50\pi \cdot 10^{-5} t \text{ (V)}$; ii) $\varepsilon = 0 \text{ (V)}$.

15. Una espira de 0,1 m de radio gira a 50 rpm alrededor de un diámetro en un campo magnético uniforme de 0,4 T y dirección perpendicular al diámetro. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor de la f.e.m. inducida.

b) Razone cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase la frecuencia de giro de la espira.

Sol: $\phi = 4\pi \cdot 10^{-3} \cos(5\pi t/3) \text{ Wb}$; $\varepsilon = 65,80 \cdot 10^{-3} \text{ sen}(5\pi t/3) \text{ (V)}$; b) $\phi_{M\acute{a}x} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$; $\varepsilon_{M\acute{a}x} = 131,6 \cdot 10^{-3} \text{ (V)}$.

Relación 6. El movimiento ondulatorio

1. Una onda armónica se mueve hacia la izquierda con una amplitud de 10 cm, una longitud de onda de 0,5 m y un período de 0,2 s. Escribe la ecuación que representa dicha onda si $y = 10$ cm en $x = 0$ en el instante inicial. Determina igualmente la velocidad de propagación de la onda.

Sol: $y(x, t) = 0,1 \cos(10\pi t + 4\pi x)$ m; $v = 2,5$ m/s.

2. Escribe la ecuación de una onda armónica que avanza en el sentido positivo del eje X con una amplitud de 15 cm y una frecuencia de oscilación de 350 Hz, si su velocidad de propagación es de 200 cm/s.

Sol: $y(x, t) = 15 \sin \pi(700t - 3,5x)$ cm.

3. Una onda armónica transversal se desplaza hacia la derecha (sentido positivo) en la dirección X y tiene una amplitud de 4 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Determina:

- La velocidad de propagación de la onda.
- La fase inicial si en $x = 0$ y $t = 0$ la elongación es de -2 cm.
- La expresión matemática de la onda.
- Distancia que separa dos puntos del eje X que oscilan con una diferencia de fase de $\pi/3$ rad.

Sol: a) 32 cm/s; b) $\pi/6$ rad; c) $y(x, t) = 4 \sin(16\pi t - \pi/2 x - \pi/6)$ m; d) 2/3 cm.

4. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$y(x, t) = 0,06 \cos 2\pi(4t - 2x)$ (S.I.)

- Calcule la diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula de la cuerda en los instantes $t = 0$ y $t = 0,5$ s.
- Haga una representación gráfica aproximada de la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.

Sol: a) $\Delta\varphi = 4\pi$ rad.

5. Una onda armónica viene dada por la ecuación: $y = 10 \sin 3\pi(3x + 30t)$ cm

- ¿En qué sentido se desplaza?
- Halla su amplitud, frecuencia, período y longitud de onda.
- ¿A qué velocidad se propaga?
- Si la onda se propaga por una cuerda, ¿cuál sería la velocidad máxima con la que oscilaría un punto cualquiera de la cuerda?

Sol: b) 10 cm; 45 Hz; $2,22 \cdot 10^{-2}$ s; 0,22 cm; c) 10 cm/s; d) 28,26 m/s.

6. Escribe la ecuación de una onda que se propaga hacia el sentido negativo del eje X y que tiene las siguientes características: $A = 15$ cm, $\lambda = 0,4$ cm, $f = 5$ Hz. Ten en cuenta que y toma su valor máximo en $x = 0$ y $t = 0$.

Sol: $y = 15 \sin \pi(5x + 10t + 1/2)$ cm.

7. Una partícula oscila verticalmente en la dirección Y, en torno al origen de coordenadas, con una amplitud de 2 cm y una frecuencia $f = 1/8$ Hz. La posición inicial de la partícula es $y = 2$ cm. Las oscilaciones de la partícula originan una onda armónica transversal que se propaga hacia X+. Sabiendo que la distancia entre dos puntos consecutivos del eje X que oscilan con un desfase de π radianes es de 20 cm, determina:

- La amplitud y frecuencia angular de la onda armónica.
- La longitud de onda y su velocidad de propagación.
- La expresión matemática de la onda.
- La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para un punto del eje X situado a 20 cm y el valor de dicha velocidad en $t = 10$ s.

Sol: a) $A = 2$ cm; $\omega = \pi/4$ rad/s.

b) $\lambda = 0,4$ m; $v = 0,05$ m/s.

c) $y = 0,02 \cos (5\pi x - \pi/4 t)$ m.

d) $v_{oscilación} = 5\pi \cdot 10^{-3} \sin (5\pi x - \pi/4 t)$ m/s; $1,57 \cdot 10^{-2}$ m/s.

8. Una onda armónica con una frecuencia de 20 Hz se propaga a una velocidad de 80 m/s. Determina: a) A qué distancia mínima se encuentran dos puntos cuyos desplazamientos están desfasados 30° . b) Cuál es el desfase, en un punto dado, entre dos desplazamientos que se producen en dos tiempos que distan 0,01 s.

Sol: a) $1/3$ m; b) 72° .

9. La ecuación de una onda es: $y(x, t) = 4 \sin (6t - 2x + \pi/6)$ (S.I.)

a) Explique las características de la onda y determinar la elongación y la velocidad, en el instante inicial, en el origen de coordenadas.

b) Calcule la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda, así como la diferencia de fase entre dos puntos separados 5 m, en un mismo instante.

Sol: a) $y(0,0) = 2$ m; $v(0,0) = 20,79$ m/s; b) $f = 3/\pi$ Hz; $v = 3$ m/s; $\Delta\varphi = 10$ rad.

10. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula.

b) Determine la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s.

Sol: a) $y = 0,1 \sin (20\pi x + 40\pi t)$ (SI); b) $v = 4\pi$ m/s.

Relación 7. Ondas sonoras

- La velocidad de propagación del sonido en alcohol metílico a 25°C es de 1143 m/s . Calcula:
 - La longitud de onda de un sonido de 2000 Hz de frecuencia en ese medio.
 - El período del movimiento ondulatorio asociado. Sol: a) $0,57\text{ m}$; b) $5 \cdot 10^{-4}\text{ s}$
- ¿A qué velocidad se propaga el sonido en el helio a 25°C , teniendo en cuenta que, al ser un gas monoatómico, $\gamma = 1,67$? Sol: $1016,8\text{ m/s}$.
- Una pantalla acústica atenúa el sonido que llega a una vivienda, que se pasa de 90 dB a 50 dB . ¿En qué factor ha disminuido la intensidad del sonido que llega a la vivienda? Sol: 10^4 .
- Teniendo en cuenta que la velocidad de propagación del sonido en la madera es de 3850 m/s , determina cuál es el ángulo límite de incidencia a partir del cual la onda sonora se reflejaría totalmente en una puerta de madera. Sol: $5,05^{\circ}$
- Se da un golpe en el extremo de una viga de madera de encina. Una persona que se encuentra situada en el otro extremo escucha dos golpes separados por un intervalo de $0,1\text{ s}$. ¿Cuál es la longitud de la viga? Sol: $37,3\text{ m}$
- Calcula las tres frecuencias más bajas de un tubo de órgano de $4,2\text{ m}$ si se encuentra:
 - Abierto por ambos lados.
 - Cerrado por un extremo.Sol: a) $40,47\text{ Hz}$, $80,94\text{ Hz}$, $121,41\text{ Hz}$; b) $20,24\text{ Hz}$, $60,72\text{ Hz}$, $101,20\text{ Hz}$.
- Los tubos más cortos utilizados en órganos tienen aproximadamente $7,5\text{ cm}$ de largo. Calcula:
 - La frecuencia fundamental de un tubo de dicha longitud que esté abierto por ambos extremos.
 - El armónico más alto para uno de estos tubos que se encuentre dentro del intervalo audible.Sol: a) $2266,67\text{ Hz}$; b) octavo.
- El sonido de una sirena de 820 Hz se oye a 850 Hz cuando nos acercamos a ella a cierta velocidad. ¿Qué frecuencia percibiremos cuando nos alejamos de ella a la misma velocidad? Sol: 790 Hz .
- Un tren se mueve con una velocidad de 50 m/s , y la frecuencia de su silbato es de 50 Hz . Calcula la longitud de onda que percibe un observador inmóvil que está:
 - Delante de la locomotora.
 - Detrás de la locomotora.Sol: a) $5,8\text{ m}$; b) $7,8\text{ m}$.
- Se da un golpe en un extremo de una viga de hierro. Una persona que está situada en el otro extremo percibe dos golpes separados por un intervalo de $1,2\text{ s}$. ¿Cuál es la longitud de la viga de hierro? Sol: 437 m .
- Un foco puntual emite ondas sonoras esféricas de 165 Hz de frecuencia que se propagan a 330 m/s . Si la intensidad de la onda a 1 m del foco es de 1000 W/m^2 , determina:
 - La intensidad de la onda a 10 m del foco.
 - La diferencia de fase de la onda sonora entre ambos puntos.
 - La variación del nivel de intensidad sonora entre ambos puntos.Sol: a) 10 W/m^2 ; b) $9\pi\text{ rad}$; c) 20 dB .
- El tubo de escape de una moto produce un nivel de intensidad sonora de 70 dB a 5 m de ella. Suponiendo que las ondas sonoras se propagan en frentes de onda esféricos, determina:
 - La velocidad constante a la que debe alejarse la moto para que deje de escucharse por completo su ruido al cabo de 7 minutos .

b) ¿Cuántas motos iguales a la anterior se necesitarían para aumentar el nivel de intensidad sonora a 5 m de ellas hasta 80 dB? Sol: a) 135 km/h; b) 10 motos

13. Una fuente sonora puntual emite con una potencia de salida de 70 W. Determina:

- a) La intensidad sonora a 5 m y a 50 m.
- b) El nivel de intensidad sonora a esas distancias.
- c) La distancia a la que el nivel de intensidad se reduce a 20 dB.
- d) La distancia a la que se deja de percibirse el sonido.

Sol: a) $0,22 \text{ W/m}^2$; $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$; b) 113 dB; 93 dB; c) $2,36 \cdot 10^5 \text{ m}$; d) $2,36 \cdot 10^6 \text{ m}$

14. ¿En qué fracción de intensidad debe reducirse un sonido para rebajar de 80 dB a 60 dB su nivel de intensidad? Sol: $I_2 = 10^{-2} I_1$

15. Un sonido cuya longitud de onda en el aire es de 2 m penetra en el agua, en donde se mueve con una velocidad de 1493 m/s. ¿Cuál es su longitud de onda en el agua? Sol: 8,78 m.

16. Un barco emite ondas sonoras con su sonar. El eco procedente de la reflexión del sonido en el fondo del mar se escucha a los 4 s de ser emitido aquel. Calcula a qué profundidad está el fondo del mar. Dato: velocidad sonido en el agua de mar = 1533 m/s Sol: 3066 m.

17. Calcula la desviación que experimenta un "rayo sonoro" al pasar del aire al agua si forma con la normal a la superficie de separación un ángulo de 20° . ¿Y si pasa del agua al aire con el mismo ángulo de incidencia?

Datos: velocidad en el aire = 340 m/s; velocidad de propagación en el agua = 1 493 m/s

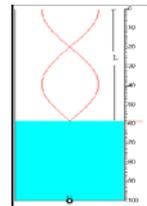
Sol: no es posible la refracción aire-agua; $4,46^\circ$.

18. Dos altavoces que emiten en la misma frecuencia están separados 3,5 m entre sí. A 5 m del punto medio de los altavoces, en dirección perpendicular, se sitúa un micrófono. Al girar la caja de los altavoces, se registra un máximo para un ángulo de 8° . ¿Cuál es la longitud de onda y la frecuencia del sonido? Sol: 0,46 m; 739,13 Hz

19. En un laboratorio que se encuentra a una temperatura de 27°C se lleva a cabo el experimento descrito en el dispositivo representado en la figura. Usando un diapasón de 512 Hz, se obtienen resonancias cuando las longitudes de la columna de aire son de 17 cm, 51 cm, 85 cm, etc.

¿Cuál es la velocidad de propagación del sonido a la temperatura indicada?

Sol: 348,16 m/s



20. La distancia que separa dos nodos consecutivos en un sistema de ondas sonoras estacionarias en el aire es de 80 cm. Calcula la frecuencia y el período del sonido.

Sol: 212,5 Hz; $4,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

21. Un tubo de órgano de 1,2 m se encuentra abierto por sus dos extremos.

- a) ¿Cuál es su frecuencia fundamental?
- b) ¿Cuál es el armónico más alto posible para este tubo, dentro del intervalo audible?

Sol: a) 141,66 Hz; b) 141.

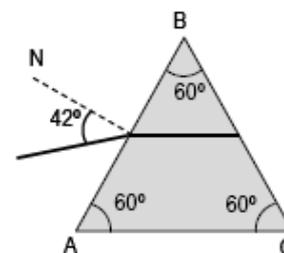
22. Una sirena de una ambulancia que viaja a 110 km/h emite un sonido intermitente de 400 Hz de frecuencia. Calcula la frecuencia que percibe el pasajero de un autocar que viaja en sentido contrario a 100 km/h cuando:

- a) Se aproxima a la ambulancia.
- b) Se aleja de la ambulancia después de cruzarse.

Sol: a) 475 Hz; b) 337 Hz

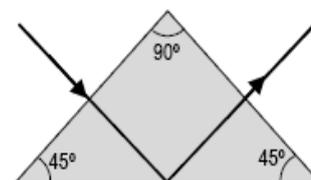
Relación 8. Naturaleza de la luz

1. Sobre un prisma de 60° rodeado de aire ($n = 1$), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 42° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC: a) Determina el índice de refracción del prisma. b) Realiza el esquema gráfico de la trayectoria total del rayo. c) Determina el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma. d) Razona si varían la frecuencia y la longitud de onda del rayo dentro y fuera del prisma. Sol: a) 1,34; c) 24° .



2. Un rayo láser de 660 nm emite en el aire una luz roja monocromática. Desde el aire, se hace penetrar el haz en el agua ($n = 1,333$). a) ¿Cuál es la velocidad del haz en el agua? b) ¿Cuál es su longitud de onda en ese medio? c) ¿De qué color lo verá una persona que esté dentro del agua? Sol: a) $2,25 \cdot 10^8$ m/s; b) 495 nm; c) Rojo

3. Un rayo de luz incide sobre un prisma como se indica en la figura. Si deseamos que se produzca la reflexión total: a) ¿Cuál debe ser el mínimo valor que puede tener n ? b) Cuando se sumerge el prisma en un líquido de $n' = 1,20$ aún se produce reflexión total, pero deja de producirse al sumergirse en agua ($n_{\text{agua}} = 1,33$). Con esta información, determina entre qué valores está el valor real del índice de refracción del prisma. Sol: a) 1,41; b) $1,69 < n < 1,88$



4. Una lámina de cuarzo de caras planas y paralelas de 10 cm de espesor, tiene un índice de refracción de 1,458. Si un rayo de luz monocromática incide sobre una de las caras con un ángulo de 60° , calcula:

- Los valores del ángulo de refracción en el interior de la lámina y el ángulo de emergencia al volver a salir al aire por la otra cara.
 - El desplazamiento lateral experimentado por dicho rayo al atravesar la lámina.
 - Dibuja correctamente la marcha geométrica del rayo, especificando todos los fenómenos que tienen lugar en cada interfase de separación de los medios.
- Sol: a) $36,4^\circ$; 60° ; b) 4,97 cm

5. Un haz monocromático incide con cierto ángulo sobre una lámina de material transparente de caras planas y paralelas de 15 cm de espesor. Se observa que el ángulo de refracción del haz en el interior del material es de 30° y que al salir de él muestra un desplazamiento de 8 cm. Determina: a) ¿Cuál era el ángulo de incidencia del haz? b) ¿Cuál es el índice de refracción del material relativo al aire (medio de incidencia)? Sol: $57,5^\circ$; b) 1,68

6. Un haz de luz láser de 550 nm incide en un bloque de vidrio:

- Describe los fenómenos ópticos que ocurren y represéntalos gráficamente.
 - Si el ángulo de incidencia es de 40° y el de refracción es de 25° , ¿cuál es el índice de refracción del vidrio? c) ¿Sería diferente el valor anterior si la longitud de onda fuese de 710 nm?
 - Razona cómo calcularías el ángulo límite y ofrece su valor a partir de los datos del apartado b).
- Dato: $n_{\text{aire}} = 1$. Sol: a) reflexión y refracción; b) 1,52; c) no; d) $41,1^\circ$.

7. En un experimento como el de Young se hace incidir sobre dos rendijas luz amarilla de sodio de 589 nm. En una pantalla que está situada a 3 m de las rendijas se cuentan 30 franjas brillantes por centímetro. ¿Cuál es la separación entre las rendijas? Sol: $5,3 \cdot 10^{-3}$ m

8. Se efectúa el experimento de Young iluminando con luz amarilla de sodio de 589 nm dos rendijas separadas una de la otra 2 mm. Si la pantalla en la que se observa el patrón de interferencias está a 5 m, ¿cuál es la separación que se observa entre las franjas? Sol: $1,47 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

9. Sobre una pantalla que se encuentra situada a 3,5 m de una rendija se observa el patrón de difracción de un haz de 650 nm. Calcula la anchura del máximo central si la de la rendija es:
a) 0,1 mm; b) 0,01 mm; c) 0,001 mm Sol: a) 0,046 m; b) 0,46 m; c) 4,6 m

10. Un haz de luz que se propaga por el interior de un bloque de vidrio incide sobre la superficie del mismo, de modo que una parte del haz se refleja y la otra se refracta al aire, siendo el ángulo de reflexión 30° y el de refracción 40° . a) Calcule razonadamente el ángulo de incidencia del haz, el índice de refracción del vidrio y la velocidad de propagación de la luz en el vidrio.
b) Explique el concepto de ángulo límite y determine su valor para el caso descrito.
Dato: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ Sol: a) $\hat{i} = 30^\circ$; $n = 1,29$; $v = 2,33 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; b) $\hat{i}_L = 50,82^\circ$.

11. Un rayo de luz incide desde el aire en una lámina de vidrio con un ángulo de 30° . Las longitudes de onda en el aire de las componentes azul y roja de la luz son, respectivamente, λ (azul) = 486 nm y λ (roja) = 656 nm. a) Explique con ayuda de un esquema cómo se propaga la luz en el vidrio y calcule el ángulo que forman los rayos azul y rojo. ¿Se propagan con la misma velocidad? Justifique la respuesta. b) Determine la frecuencia y la longitud de onda en el vidrio de la componente roja.
Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $n_{\text{vidrio}}(\text{azul}) = 1,7$; $n_{\text{vidrio}}(\text{rojo}) = 1,6$
Sol: a) $1,1^\circ$; b) $f = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $\lambda = 410 \text{ nm}$

12. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ penetra en una lámina de vidrio de caras paralelas con un ángulo de incidencia de 30° .
a) Dibuje en un esquema los rayos incidente, refractado en el vidrio y emergente al aire y determine los ángulos de refracción y de emergencia.
b) Explique qué características de la luz cambian al penetrar en el vidrio y calcule la velocidad de propagación dentro de la lámina.
Dato: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $n_{\text{vidrio}} = 1,5$ Sol: a) $\hat{r} = 19,47^\circ$; $\hat{r}' = 30^\circ$; b) $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

13. a) Un rayo de luz monocromática emerge al aire, desde el interior de un bloque de vidrio, en una dirección que forma un ángulo de 30° con la normal a la superficie. Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y calcule el ángulo de incidencia y la velocidad de propagación de la luz en el vidrio. b) ¿Existen ángulos de incidencia para los que no sale luz del vidrio? Explique este fenómeno y calcule el ángulo límite.
Dato: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{vidrio}} = 1,5$ Sol: a) $\hat{i} = 19,47^\circ$; $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; b) $\hat{i}_L = 41,81^\circ$

14. Una onda electromagnética tiene en el vacío una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.
a) Explique qué es una onda electromagnética y determine la frecuencia y el número de onda de la onda indicada. b) Al entrar la onda en un medio material su velocidad se reduce a $3c/4$. Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en ese medio.
Dato: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ Sol: a) $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $k = 4\pi \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$; b) $n = 1,33$; $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $\lambda = 375 \text{ nm}$

15. Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque formando un ángulo de 20° con la normal. a) ¿Qué ángulo formarán entre sí los rayos reflejado y refractado?
b) Variando el ángulo de incidencia, ¿podría producirse el fenómeno de reflexión total? Razone la respuesta. Datos: $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{agua}} = 1,33$ Sol: a) $145,1^\circ$.

16. El ángulo límite vidrio-agua es de 60° . Un rayo de luz, que se propaga por el vidrio, incide sobre la superficie de separación con un ángulo de 45° y se refracta dentro del agua.
a) Explique qué es el ángulo límite y determine el índice de refracción del vidrio
b) Calcule el ángulo de refracción en el agua. Dato: $n_a = 1,33$ Sol: a) $n_v = 1,54$; b) $\hat{r} = 54,96^\circ$

Relación 9. Óptica geométrica

1. Construya gráficamente la imagen de:

- a) Un objeto situado a 1,5 m de distancia de un espejo cóncavo de 2 m de radio.
- b) Un objeto situado a la misma distancia delante de un espejo convexo.

Explique en cada caso las características de la imagen y compare ambas situaciones.

2. Construya gráficamente la imagen y explique sus características para:

- a) Un objeto que se encuentra a 0,5 m frente a una lente delgada biconvexa de 1 m de distancia focal.
- b) Un objeto situado a una distancia menor que la focal de un espejo cóncavo.

3. Construya la imagen de un objeto situado a una distancia entre f y $2f$ de una lente: a) Convergente. b) Divergente. Explique en ambos casos las características de la imagen.

4. a) Construya la imagen formada con una lente convergente de un objeto situado a una distancia s , de la lente igual al doble de la distancia focal, f , y comente sus características.

b) ¿Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? Razone la respuesta.

5. a) Construya gráficamente la imagen obtenida en un espejo cóncavo de un objeto situado entre el espejo y el foco. ¿Qué características tiene dicha imagen?

b) Los espejos convexos se emplean, por sus características, en los retrovisores de los automóviles, en los espejos de los cruces en las calles, etc. Explique por qué.

6. a) Indique qué se entiende por foco y por distancia focal de un espejo. ¿Qué es una imagen virtual? b) Con ayuda de un diagrama de rayos, describa la imagen formada por un espejo cóncavo para un objeto situado entre el centro de curvatura y el foco.

7. Un objeto de 20 cm de altura está situado a 0,5 m del vértice de un espejo esférico convexo de 2 m de distancia focal. Describe la imagen que se formará.

8. Un foco luminoso se encuentra situado en el fondo de una piscina de 3 m de profundidad llena de agua ($n = 1,33$). Un rayo luminoso procedente del foco que llega al ojo de un observador emerge con un ángulo de refracción de 60° . Calcula:

a) La profundidad a la que el observador ve el foco.

b) A la profundidad a la que lo vería si se situara en la normal que pasa por el foco.

9. Un espejo esférico convexo tiene un radio de curvatura de 1,5 m. Se sitúa un objeto de 10 cm de altura delante de él a una distancia de 1 m. Halla la posición y el tamaño de la imagen de modo: a) Analítico. b) Gráfico.

10. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura de 40 cm. Determina analítica y gráficamente la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 4 cm de altura situado delante del espejo a una distancia de: a) 50 cm. b) 25 cm.

11. Un objeto luminoso de 2,5 mm de altura se encuentra situado a 2 m de una pantalla. Mediante una lente delgada se quiere proyectar sobre la pantalla una imagen nueve veces mayor que el objeto. Determina: a) El tipo de lente utilizada. b) La posición de la lente. c) La distancia focal y la potencia de la lente.

12. Un objeto de 3 cm de altura se coloca a 60 cm a la izquierda de una lente divergente. La imagen del objeto se forma a 20 cm de la lente. Determina: a) La distancia focal y la potencia de la lente. b) El tamaño de la imagen formada.

Relación 10. Relatividad especial

1. Sobre un suelo de una plataforma que se desplaza a 20 m/s con respecto a un observador fijo situado en tierra rueda una pelota con una velocidad de 5 m/s en relación con el suelo de la plataforma. Calcula la velocidad de la pelota con respecto al observador fijo si:

a) Se mueve en la dirección y sentido de la plataforma. b) Se mueve en sentido contrario a la plataforma. c) Se mueve perpendicularmente a la plataforma.

Sol: a) $25 \hat{i}$ m/s; b) $15 \hat{i}$ m/s; c) $20 \hat{i} + 5 \hat{j}$ m/s.

2. Una nave interestelar parte hacia la estrella Sirio, situada a 8,7 años luz, viajando a 0,85.c. Halla el tiempo que tarda en el viaje de ida y vuelta según: a) Los relojes terrestres. b) Los relojes de a bordo.

Sol: a) 20,47 años; b) 10,78 años.

3. Un astronauta de 35 años de edad emprende una misión interestelar a bordo de una nave que tiene previsto viajar a una velocidad de 0,9.c. En la Tierra deja un hijo de 5 años. ¿Cuánto tiempo habrá de durar la misión para que el astronauta tenga, a su regreso, la misma edad que su hijo? Calcula dicho tiempo en los dos sistemas de referencia.

Sol: $\Delta t'_{S.R. \text{ padre}} = 23,18$ años; $\Delta t_{S.R. \text{ hijo}} = 53,18$ años; a los 58,18 años.

4. La vida media de un pión que se mueve a gran velocidad resulta ser de 60 ns, mientras que su vida media en reposo es de 26 ns. Calcula:

a) La velocidad a la que se mueve el pión.

b) La distancia que recorre el pión en el sistema de referencia terrestre y en su propio sistema.

Sol: a) 0,9.c; b) 7,02 m.

5. Un protón tiene una energía en reposo de 938 MeV. Calcula la velocidad y el momento lineal cuando su energía total resulte ser de 1 450 MeV. Sol: 0,76.c; 1102,1 MeV/c.

6. La energía total de un electrón es el quintuplo de su energía en reposo. ¿Cuál es su velocidad?

Sol: 0,98.c.

7. Si la vida media propia de un muón es de 2 microsegundos, determina:

a) Su vida media desde el sistema terrestre si se mueve con una velocidad de 0,99.c.

b) La distancia que recorrerá, desde el punto de vista del sistema terrestre, antes de desintegrarse. c) La distancia que recorrerá desde el punto de vista de su propio sistema.

Sol: a) 14,17 μ s; b) 4208,5 m; c) 594 m.

8. Una astronauta de 40 años de edad deja en la Tierra a una hija de 10 años. ¿Cuánto tiempo debería estar viajando en una nave que surca el espacio a 0,95.c, para que, al regresar, su hija sea 10 años mayor que ella? Determina el tiempo en ambos sistemas.

Sol: 18,18 años en la nave; 58,18 años en la Tierra.

9. María y Ana son dos gemelas que tienen 30 años de edad. María emprende un viaje de ida y vuelta a la estrella Sirio, situada a 8,7 años luz de la Tierra, a una velocidad de 0,95.c. ¿Qué edades tendrán las dos hermanas cuando María regrese a la Tierra?

Sol: María = 35,72 años; Ana = 48,31 años.

10. Una nave realiza un viaje interestelar a 0,999.c. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido según los relojes terrestres si, según los de a bordo, la nave lleva 4 años viajando?

Sol: 89,44 años.

11. Con respecto a un observador estacionario, la longitud de una nave en reposo es de 50 m. ¿Qué longitud medirá el mismo observador cuando la nave se mueva con una velocidad de $2,4 \cdot 10^8$ m/s?
Sol: 30 m.

12. Un móvil, A, se desplaza con una velocidad de $0,9c$ en la dirección positiva del eje X con respecto a un observador O. Otro móvil, B, se desplaza con una velocidad de $0,8c$ con respecto a A, también en la dirección positiva del eje X. ¿Cuál es la velocidad de B con respecto a O?
Sol: $0,988c$.

13. Una nave espacial avanza en la dirección negativa del eje X con una velocidad de $0,9c$ con respecto a la Tierra, mientras otra lo hace en la dirección positiva del eje X con la misma velocidad en relación con nuestro planeta. Determina:

- a) La velocidad relativa de una nave con respecto a la otra.
 - b) Esa velocidad, pero aplicando las transformaciones galileanas.
- Sol: a) $0,994c$; b) $1,8c$.

14. Un neutrón se mueve con una velocidad de $0,9c$.

- a) ¿Cuál es su masa relativista?
- b) ¿Cuál será entonces su momento lineal?

Sol: a) $3,84 \cdot 10^{-27}$ kg; b) $1,03 \cdot 10^{-18}$ kg·m/s.

15. Un haz de protones se acelera hasta alcanzar una energía de 900 MeV. Calcula la velocidad de dichas partículas.

Datos: $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Sol: $2,57 \cdot 10^8$ m/s.

16. Un mesón π^0 tiene una energía en reposo de 135 MeV y se mueve con una velocidad de $0,85c$. Determina:

- a) Su energía total.
- b) Su energía cinética.
- c) Su momento lineal.

Sol: a) 256,23 MeV; b) 121,23 MeV; c) $217,80$ MeV/c.

17. La energía total de una partícula es el doble que su energía en reposo. ¿Con qué velocidad se mueve?

Sol: $0,866c$

Relación 11. Mecánica cuántica

1. La temperatura superficial del Sol es de aproximadamente 6 000 K. ¿A qué longitud de onda y a qué color corresponde el pico de emisión?. Sol: 482 nm; azul.
2. Sabiendo que el valor de la longitud de onda umbral de la plata es de 262 nm. Determina la energía cinética de los electrones emitidos si se ilumina la superficie con una radiación incidente de 200 nm. Sol: $2,35 \cdot 10^{-19}$ J.
3. El potencial de ionización del litio es 5,38 eV. Deduce el valor de la frecuencia y la longitud de onda umbral para que pueda producirse efecto fotoeléctrico. ¿Qué tipo de radiación produce emisión fotoeléctrica en el litio?. Sol: $1,30 \cdot 10^{15}$ Hz; 230 nm; ultravioleta.
4. El valor del umbral fotoeléctrico para cierto metal es de 2,9 eV. Determina:
 - a) La frecuencia a partir de la cual un haz de luz podrá arrancar electrones de ese metal.
 - b) La energía cinética máxima, expresada en julios, que podrán tener los electrones arrancados por otro haz de luz cuya longitud sea de $2 \cdot 10^{-7}$ m. Sol: $6,99 \cdot 10^{14}$ Hz; b) $5,31 \cdot 10^{-19}$ J.
5. Sobre un metal inciden fotones cuya longitud de onda es de 500 nm. Si la longitud de onda umbral correspondiente a dicho metal es de 612 nm:
 - a) Indica si se extraen o no electrones.
 - b) Determina, en su caso, la energía cinética que tiene los electrones.
 - c) Calcula la energía de extracción en eV.Sol: a) sí se extraen electrones; b) $7,29 \cdot 10^{-20}$ J; c) 2,03 eV
6. Se ilumina una superficie pulida y limpia de litio con una radiación de 200 nm de longitud de onda. ¿Con qué velocidad salen los electrones de la superficie? Sol: $5,42 \cdot 10^5$ m/s
7. ¿Qué potencial debe aplicarse para detener los electrones más rápidos emitidos por una superficie de cobre sometida a la acción de una radiación de 1 500 Å de longitud de onda, sabiendo que el valor de la energía umbral del cobre es de 4,4 eV? Sol: 3,88 V
8. Al excitar un átomo de hidrógeno, su electrón pasa a otro nivel energético y absorbe 12 eV. Calcula la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida cuando vuelve a su estado fundamental. Sol: $2,9 \cdot 10^{15}$ Hz; 103 nm
9. Con respecto al átomo de hidrógeno, calcula:
 - a) La energía necesaria, en eV, para excitar el electrón hasta el nivel 5.
 - b) La longitud de onda de la radiación emitida al volver a su estado fundamental.
 - c) La energía necesaria si se quiere excitar todos los electrones de 1 mol de átomos hasta el nivel 5. Exprésala en J/mol. Sol: a) 13,056 eV; b) 95 nm; $1,252 \cdot 10^6$ J/mol
10. Un electrón tiene una longitud de onda asociada de 250 nm. ¿A qué velocidad se mueve? Sol: 2 912 m/s
11. ¿Con qué diferencia de potencial tendríamos que acelerar un electrón para que su longitud de onda fuese de 10 nm? Sol: 0,015 V
12. Una partícula de 2 μ g se mueve con una velocidad de 5 cm/s. Calcula la indeterminación mínima de su posición teniendo en cuenta que la indeterminación de su velocidad es de un 0,002 %. Sol: $5,28 \cdot 10^{-20}$ m

13. Si la posición de un electrón puede medirse con una exactitud de $1,6 \cdot 10^{-8}$ m, ¿con qué precisión se puede conocer su velocidad? Sol: $7,2 \cdot 10^3$ m/s.

14. Un fotón posee una longitud de onda de $2,0 \cdot 10^{-11}$ m. Calcula:

a) Su cantidad de movimiento.

b) Su energía.

Sol: a) $3,31 \cdot 10^{-23}$ kg.m / s; b) $9,94 \cdot 10^{-15}$ J

15. a) Calcule la energía cinética de un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es $5 \cdot 10^{-10}$ m

b) Razone si un protón con la misma longitud de onda asociada tendría la misma energía cinética.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg

Sol: a) $E_c = 9,66 \cdot 10^{-19}$ J

16. El espectro de luz visible (luz blanca) incluye longitudes de onda comprendidas entre $3,8 \cdot 10^{-7}$ m (violeta) y $7,8 \cdot 10^{-7}$ m (rojo)

a) Enuncie la hipótesis de Planck y calcule la energía de los fotones que corresponden a las luces violeta y roja indicadas.

b) ¿Cuántos fotones de luz roja son necesarios para acumular una energía de 3 J?

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹; $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s

Sol: a) $E_{\text{violeta}} = 5,21 \cdot 10^{-19}$ J; $E_{\text{rojo}} = 2,54 \cdot 10^{-19}$ J; b) $1,18 \cdot 10^{19}$ fotones

17. Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella luz de longitud de onda menor que $5 \cdot 10^{-7}$ m.

a) Analice los cambios energéticos que tienen lugar en el proceso de emisión y calcule con qué velocidad máxima saldrán emitidos los electrones si la luz que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de $2 \cdot 10^{-7}$ m.

b) Razone qué sucedería si la frecuencia de la radiación incidente fuera de $5 \cdot 10^{14}$ s⁻¹.

Datos: $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s; $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg Sol: a) $v = 1,14 \cdot 10^6$ m/s

18. Iluminamos con luz de longitud de onda $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ m la superficie de un metal alcalino cuyo trabajo de extracción es de 2 eV.

a) Explique qué ocurre y calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) Calcule la longitud de onda de De Broglie asociada a dichos electrones.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹; $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

Sol: a) $E_c = 3,4 \cdot 10^{-19}$ J; b) $\lambda = 8,39 \cdot 10^{-10}$ m

19. Sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 3 eV se hace incidir radiación de longitud de onda $2 \cdot 10^{-7}$ m. a) Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos, analizando los cambios energéticos que tienen lugar. b) Determine la frecuencia umbral de fotoemisión del metal.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹; $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

Sol: a) $v = 1,06 \cdot 10^6$ m/s; b) $f = 7,27 \cdot 10^{14}$ Hz

20. Un haz de electrones se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial. Tras ese proceso, la longitud de onda asociada a los electrones es $8 \cdot 10^{-11}$ m.

a) Haga un análisis energético del proceso y determine la diferencia de potencial

b) Si un haz de protones se acelera con esa diferencia de potencial, determine la longitud de onda asociada a los protones.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹; $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J.s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1840 m_e$

Sol: a) $\Delta V = 233731$ V; b) $\lambda = 1,87 \cdot 10^{-12}$ m.

Relación 12. Física nuclear

- Determina qué isótopo debemos usar como blanco para formar Na-24 si se emplean:
a) Protones. b) Neutrones. c) Partículas alfa.
- Determina el radio nuclear y el volumen de una partícula alfa. A partir de los datos obtenidos, determina el volumen de un nucleón. Sol: 1,9 fm; $2,8 \cdot 10^{-44} \text{ m}^3$; $7 \cdot 10^{-45} \text{ m}^3$.
- Calcula la energía de enlace del deuterón si su masa es de 2,014102 u. Sol: 1,713 MeV
- Halla la energía de ligadura por nucleón del Ne-20 y del Ca-40.
Masas: Ne-20 = 19,992 440 u; Ca-40 = 39,962 591 u. Sol: 7,77 MeV; 8,29 MeV
- La masa atómica del Pb-208 es 207,9766 u. a) ¿Qué energía se desprende en la formación del núcleo? b) ¿Cuál es la energía de enlace por nucleón correspondiente a este núcleo?
Sol: a) 1594,56 MeV; b) 7,66 MeV
- Halla la energía cinética y la velocidad de la partícula alfa emitida en el decaimiento alfa del U-236.
Datos: M (^{236}U) = 236,045 563 u; M (^{232}Th) = 232,038 954 u; M (^4He) = 4,002 603 u
Sol: $7,31 \cdot 10^{-13} \text{ J}$; $1,48 \cdot 10^7 \text{ m/s}$
- Una muestra de cierta sustancia radiactiva sufre 10200 desintegraciones por segundo en su instante inicial. Al cabo de 10 días, presenta una tasa de 510 desintegraciones por segundo.
a) ¿Cuál es su período de semidesintegración? b) ¿Y su vida media? Sol: a) 2,314 días; b) 3,338 días
- La semivida del I-131 es 8,04 días. Calcula: a) Su constante de decaimiento. b) Su vida media. c) Porcentaje de muestra inicial que queda al cabo de 1 mes. Sol: a) $0,086 \text{ días}^{-1}$; b) 11,60 días; c) 7,5 %
- Una muestra radiactiva contenía 10^9 núcleos radiactivos hace 40 días y en la actualidad posee 10^8 . Calcula: a) La constante de desintegración. b) La vida media. c) La actividad de la muestra al cabo de una semana. Sol: a) $6,66 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$; b) 17,34 días; c) 445 Bq
- El Bi-210 (Z = 83) emite una partícula beta y se transforma en polonio; este a su vez, emite una partícula alfa y se transforma en un isótopo del plomo.
a) Escribe las reacciones de desintegración.
b) Si la semivida del Bi-210 es de 5 días, ¿cuántos núcleos se han desintegrado en 10 días si inicialmente se tenía 1 mol de átomos de este elemento? Sol: b) $4,516 \cdot 10^{23}$ núcleos
- Una muestra contiene 10^{20} núcleos radiactivos con un período de semidesintegración de 27 días. Halla: a) La constante de desintegración. b) El número de núcleos radiactivos al cabo de un año. c) La actividad de la muestra al cabo de un año.
Sol: a) $2,96 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$; b) $8,52 \cdot 10^{15}$ núcleos; c) $2,52 \cdot 10^9 \text{ Bq}$
- ¿Qué masa de I-131, cuyo período de semidesintegración es de 8 días, quedará a los 15 días si se partió de una muestra inicial que contenía 200 g de dicho isótopo? Sol: 54,52 g
- Los dos primeros pasos de la cadena de desintegración del U-238 son:
$${}_{92}^{238}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}_{90}^{234}\text{Th} \xrightarrow{\beta} {}_{91}^{234}\text{Pa}$$

Completa las correspondientes ecuaciones de desintegración e indica el número másico y atómico de los núcleos que se obtienen durante y al final del proceso.
Sol: Th: Z = 90 y A = 234; Pa: Z = 91 y A = 234

14. Cuando se bombardea con un protón un núcleo de Li-7, este se descompone en dos partículas alfa. a) Escribe y ajusta la reacción nuclear del proceso.

b) Calcula la energía liberada en dicha desintegración.

Datos: $M(^7\text{Li}) = 7,01601 \text{ u}$; $M(^1\text{H}) = 1,007\,276 \text{ u}$; $M(^4\text{He}) = 4,002\,603 \text{ u}$ Sol: $16,88 \text{ MeV}$

15. Un núcleo de tritio ^3_1H se desintegra por emisión β dando lugar a un núcleo de helio.

a) Escriba la reacción de desintegración nuclear y explique en qué consiste la emisión β .

b) Determine razonadamente la cantidad de tritio que quedará de una muestra inicial de $0,1 \text{ g}$ al cabo de tres años sabiendo que el periodo de semidesintegración del tritio es $12,3 \text{ años}$. Sol: b) $m = 0,084 \text{ g}$

16. Para controlar la fusión nuclear se está construyendo en Cadarache (Francia) el ITER (Reactor Internacional de Fusión Termonuclear) Se pretende fusionar deuterio, ^2_1H y tritio ^3_1H , para dar lugar

a helio ^4_2He . a) Escriba la reacción nuclear. b) Determine la energía liberada en la formación de $0,1 \text{ g}$ de ^4_2He .

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m(^2\text{H}) = 2,01474 \text{ u}$; $m(^3\text{H}) = 3,01700 \text{ u}$; $m(^4\text{He}) = 4,00388 \text{ u}$; $m_n = 1,0087 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ Sol: b) $E = 4,31 \cdot 10^{10} \text{ J}$

17. La actividad de C-14 de un resto arqueológico es de 150 desintegraciones por segundo. La misma masa de una muestra actual de idéntico tipo posee una actividad de 450 desintegraciones por segundo. El periodo de semidesintegración del C-14 es de 5730 años.

a) Explique qué se entiende por actividad de una muestra radiactiva y calcule la antigüedad de la muestra arqueológica.

b) ¿Cuántos átomos de C-14 tiene la muestra arqueológica indicada en la actualidad? Explique por qué ha cambiado con el tiempo el número de átomos de C-14 de la muestra.

Sol: a) $t = 8\,511 \text{ años}$; b) $N = 3,67 \cdot 10^{13} \text{ N}$

18. La fisión de un átomo de $^{235}_{92}\text{U}$ se produce por captura de un neutrón, siendo los productos principales de este proceso $^{144}_{56}\text{Ba}$ y $^{90}_{36}\text{Kr}$.

a) Escriba y ajuste la reacción nuclear correspondiente y calcule la energía desprendida por cada átomo que se fisiona.

b) En una determinada central nuclear se liberan mediante fisión $45 \cdot 10^8 \text{ W}$. Determine la masa de material fisionable que se consume cada día. Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m_{\text{U}} = 235,12 \text{ u}$; $m_{\text{Ba}} = 143,92 \text{ u}$; $m_{\text{Kr}} = 89,94 \text{ u}$; $m_n = 1,008665 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Sol: a) $E = 3,85 \cdot 10^{-11} \text{ J}$; b) $m = 4,04 \text{ kg}$

19. Un núcleo $^{226}_{88}\text{Ra}$ emite una partícula alfa y se convierte en un núcleo de ^A_ZRn .

a) Escriba la reacción nuclear correspondiente y calcule la energía liberada en el proceso.

b) Si la constante de desintegración del Ra-226 es de $1,37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$, calcule el tiempo que debe transcurrir para que una muestra reduzca su actividad a la quinta parte.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $1 \text{ u} = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $m_{\text{Ra}} = 226,025\,406 \text{ u}$; $m_{\text{Rn}} = 222,017\,574 \text{ u}$; $m_{\text{He}} = 4,002\,603 \text{ u}$

Sol: a) $E = 8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$; b) $t = 3\,725 \text{ años}$

20. En la explosión de una bomba de hidrógeno se produce la reacción: $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$

a) Defina defecto de masa y calcule la energía de enlace por nucleón del He-4.

b) Determine la energía liberada en la formación de un átomo de helio.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $1 \text{ u} = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $m(^2\text{H}) = 2,01474 \text{ u}$; $m(^3\text{H}) = 3,01700 \text{ u}$; $m(^4\text{He}) = 4,002603 \text{ u}$; $m(n) = 1,008\,665 \text{ u}$; $m(p) = 1,007\,825 \text{ u}$

Sol: a) $\Delta E / A = 1,16 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$; b) $E = 3,13 \cdot 10^{-12} \text{ J}$