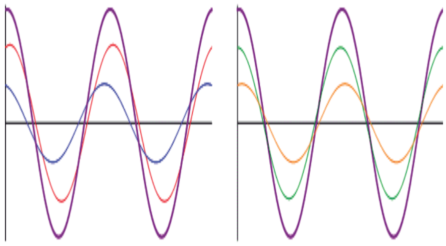
Tema 06
Movimiento ondulatorio



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

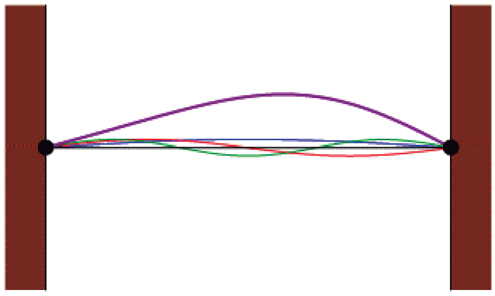
06. Movimiento ondulatorio: Índice

CONTENIDOS	
1. Concepto de onda · 2. Propagación de ondas mecánicas · 3. Ondas armónicas · 4. Energía que transportan las ondas. 5. Estudio cualitativo de las propiedades de las ondas ·	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
1. Asociar el movimiento ondulatorio con el movimiento armónico simple.	1.1. Determina la velocidad de propagación de una onda y la de vibración de las partículas que la forman, interpretando ambos resultados.
2. Identificar en experiencias cotidianas o conocidas los principales tipos de ondas y sus características.	2.1. Explica las diferencias entre ondas longitudinales y transversales 2.2. Ejemplos de ondas mecánicas en la vida cotidiana.
3. Expresar la ecuación de una onda en una cuerda indicando el significado físico de sus parámetros característicos.	3.1. Obtiene las magnitudes características de una onda a partir de su expresión matemática. 3.2. Escribe e interpreta la expresión matemática de una onda armónica transversal .
4. Interpretar la doble periodicidad de una onda a partir de su frecuencia y su número de onda.	4.1. Dada la expresión matemática de una onda, justifica la doble periodicidad.
5. Valorar las ondas como un medio de transporte de energía pero no de masa.	5.1. Relaciona la energía mecánica y su amplitud. 5.2. Calcula la intensidad de una onda a cierta distancia del foco emisor.
6. Utilizar el Principio de Huygens para comprender e interpretar la propagación de las ondas .	6.1. Explica la propagación de las ondas utilizando el Principio Huygens.
7. Reconocer la difracción y las interferencias como fenómenos propios del movimiento ondulatorio.	7.1. Interpreta los fenómenos de interferencia y la difracción a partir del Principio de Huygens.

1.1 Concepto de onda

- **Una onda representa el movimiento de propagación de una vibración a través un medio elástico.**

- **Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento,** sin transporte de materia.

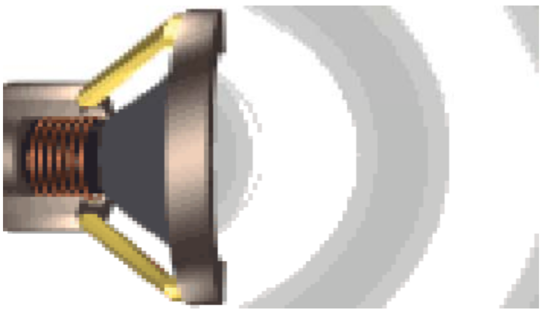


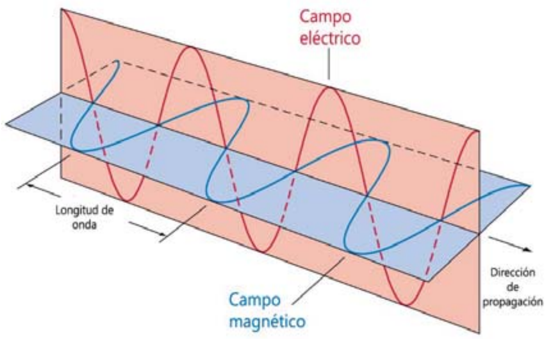
- Las olas del mar o los círculos que se forman en una charca cuando tiras en ella una piedra, alcanzan al cabo de cierto tiempo todos los puntos del medio, se trata de **ondas viajeras.**

- Cuando pulsas una cuerda de guitarra, la onda que se produce está delimitada por los extremos de la cuerda que están fijos, se trata de **ondas estacionarias.**

1.2 Concepto de onda

- **Las ondas según su naturaleza o el tipo de energía que propagan son:**



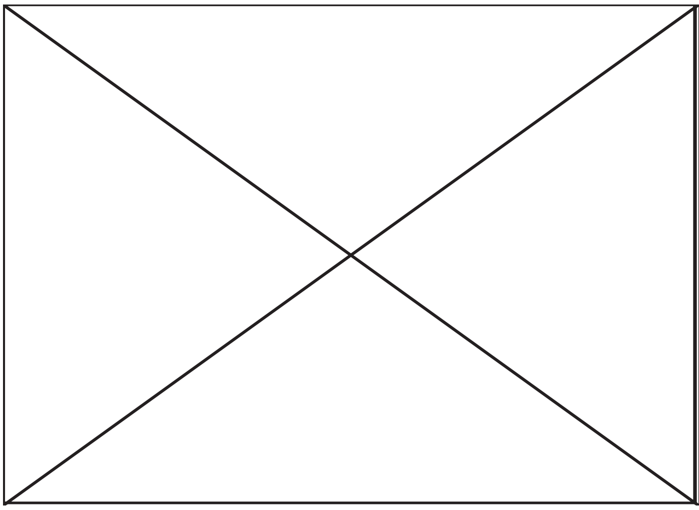


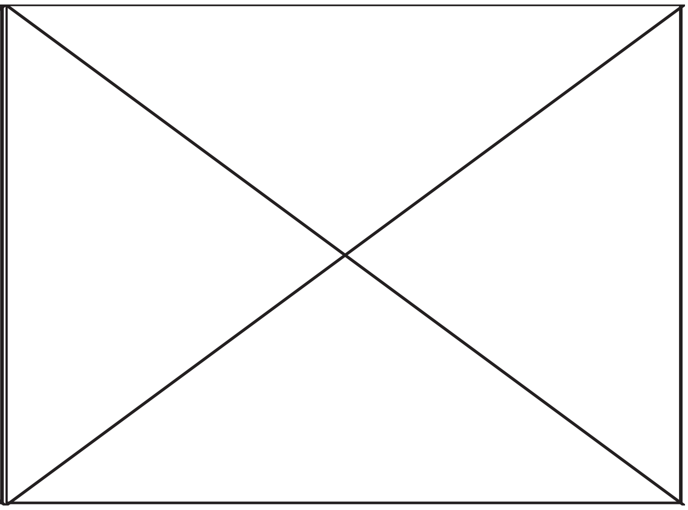
- **Mecánicas:** transportan energía mecánica y necesitan un medio material para propagarse. Las ondas que se producen por un oscilador armónico son, **ondas armónicas.** Son ondas mecánicas o materiales: **sonido, ondas en cuerdas, ondas en el agua.**

- **Electromagnéticas:** transportan energía electromagnética y pueden propagarse en el vacío. Son ondas de este tipo, la **luz, rayos X, ondas de radio y TV**. Estas últimas fueron predichas por Maxwell y generadas por Hertz en 1887.

1.3 Concepto de onda

- **Las ondas según la relación entre la dirección de propagación y la dirección de vibración pueden ser:**



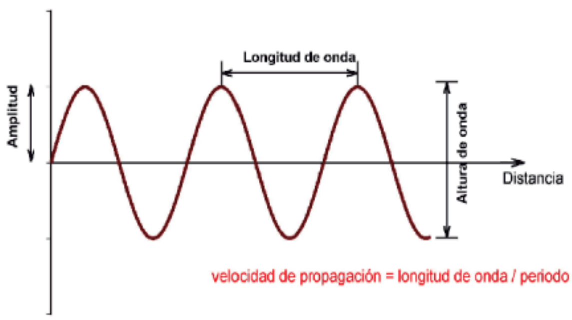


- **Longitudinales:** la dirección de vibración de las partículas coincide con la dirección en que se propaga la onda. ej: **el sonido**.
- **Transversales.** la onda se propaga perpendicularmente a la dirección en la que vibran las partículas. ej: **la luz.**

2.1 Velocidad de propagación de las ondas

- **La velocidad de propagación de una onda es la rapidez con la que se transmite la perturbación y la energía que transporta la onda.**

- Todas las ondas del “mismo tipo” propagándose por el mismo medio viajan a la misma velocidad.
- Esa velocidad depende de las propiedades del medio por donde se transmite la onda; de su elasticidad e inercia.
- Como es la densidad lineal en las cuerdas; la profundidad del agua bajo la superficie, o el coeficiente adiabático, la masa molecular o la temperatura **...**



$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

cuerda

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

gas

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \, \varepsilon_o}}$$

electromagnética (luz)

3.1 Ondas armónicas: magnitudes características

- **Un movimiento ondulatorio consiste en la propagación de un movimiento vibratorio a través un medio elástico.**

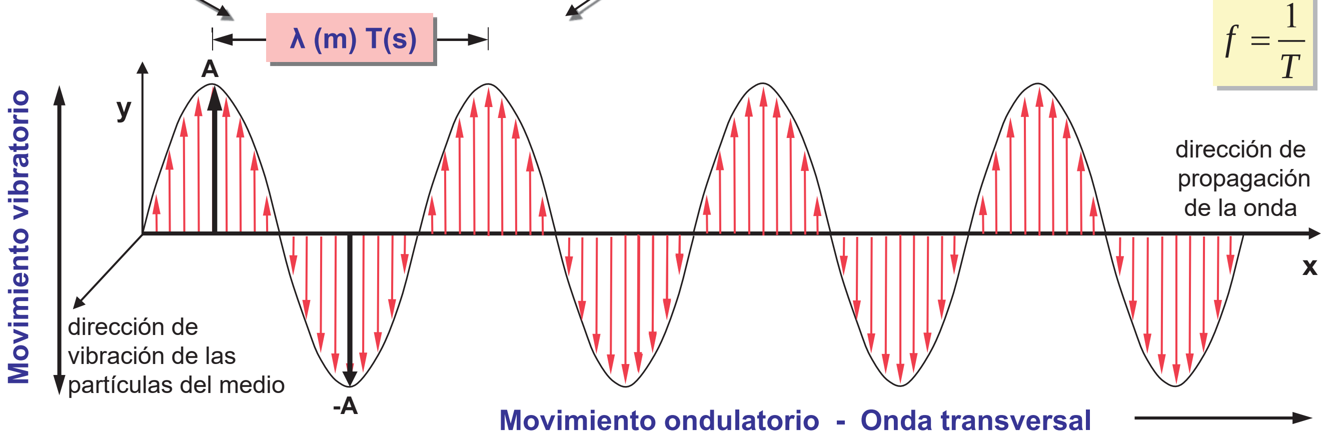
- Hacemos vibrar verticalmente el extremo de una cuerda colocada horizontalmente, originándose un movimiento ondulatorio que se desplaza a lo largo de dicha cuerda.

Longitud de onda λ (m): distancia entre dos puntos consecutivos que están en fase.

Período T(s): tiempo que tarda la onda en pasar por un punto o en avanzar una longitud de onda.

Frecuencia f(Hz): números de ondas que pasan por un punto en un segundo.

$$f = \frac{1}{T}$$



Amplitud A (m): es la máxima elongación con que vibran las partículas del medio.

Velocidad propagación (m/s): depende del medio en el que viaja la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda . f$$

3.2 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

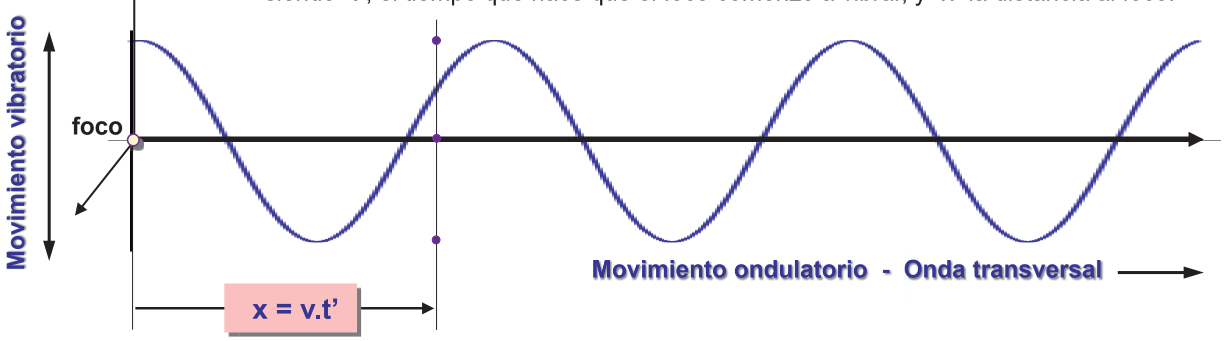
- Una **onda es armónica** cuando es originada por un M.A.S. La onda es senoidal o sinusoidal (seno o coseno). El punto que vibra se llama **foco.**

- La **ecuación de una onda** es la relación matemática por la que se obtiene la elongación "y" de un punto cualquiera que se encuentra a "x" (m) del foco, para un tiempo t (s) después de iniciada la perturbación.
- El foco vibra con MAS, siendo su elongación: $y = A\,sen\,wt$ (fase inicial $\varphi_0 = 0$), cualquier otro punto x vibrará un tiempo t' = x/v después; la ecuación de su elongación "y" será:

$$y = A\,sen\,w\left[t - \frac{x}{v}\right] = A\,sen\frac{2\pi}{T}\left[t - \frac{x}{v}\right] = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv}\right] = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right]$$

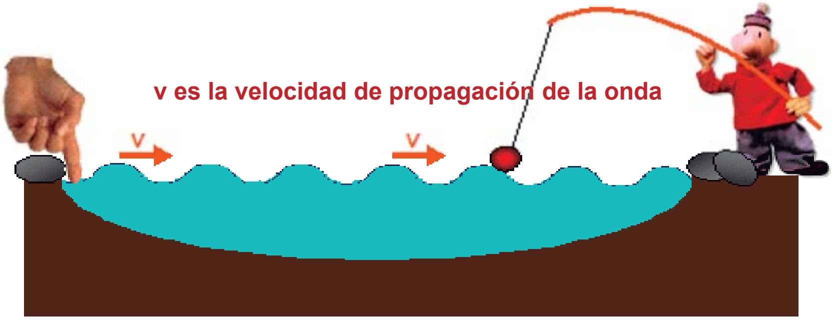
$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt - kx\right] \;\; Ec.\ del\ Movimiento\ Ondulatorio$$

siendo "t", el tiempo que hace que el foco comenzó a vibrar, y "x" la distancia al foco.



3.3 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

Una **onda armónica** se describe mediante una *función sinusoidal* (seno o coseno) de *x* (dirección de propagación) y de *t.*



$$y = A sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = A sen\left[wt - kx\right] \;\; Ec.\; del\;\; Movimiento\;\; Ondulatorio$$

Se llama **Pulsación:**

$$W = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{rad}{s}\right]$$

Se llama **Número de onda:**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{rad}{m}\right]$$

Se llama **Fase:**

$$2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = \left[wt - kx\right]$$

- Es un ángulo medido en **radianes.**

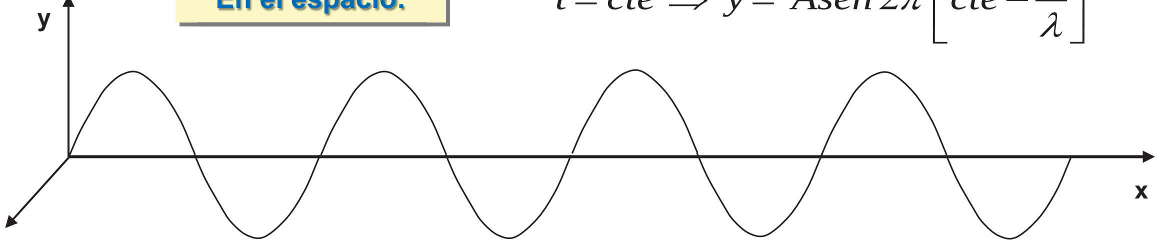
3.4 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

- **La ecuación de una onda armónica es doblemente periódica:**

$$y = A sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = A sen\left[wt - kx\right] \;\; Ec.\; del\;\; Movimiento\;\; Ondulatorio$$

En el espacio:

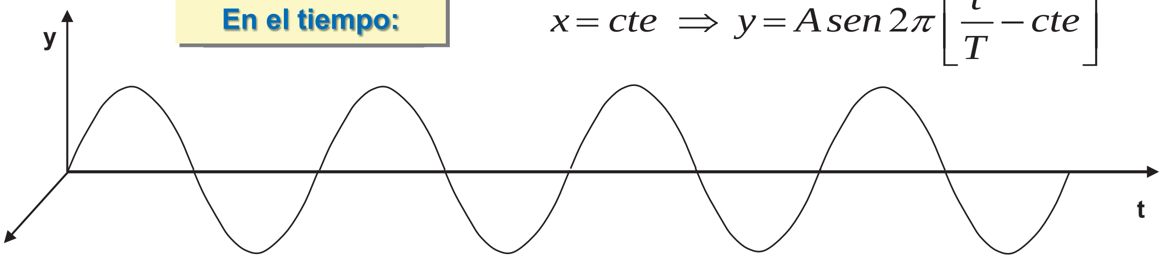
$$t = cte \Rightarrow y = A sen\, 2\pi\left[cte - \frac{x}{\lambda}\right]$$



- Representa la elongación de cada punto x para el mismo tiempo; es cómo la fotografía de la onda.

En el tiempo:

$$x = cte \Rightarrow y = A sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - cte\right]$$



- Representa la elongación de un sólo punto x en función del tiempo t.

3.5 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

Fase:

- Todos los puntos de un medio que distan entre sí **un número entero de λ, (nλ), están en fase.**

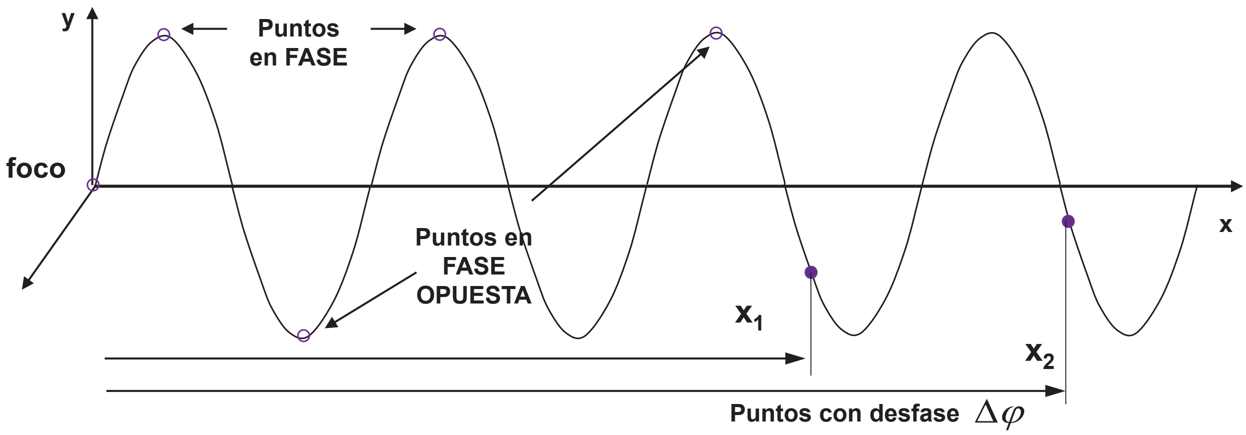
Fase opuesta:

- Todos los puntos que distan un **número impar de semi λ, ((2n+1) λ/2) están en fase opuesta.**

Diferencia de fase o desfase:

- **La diferencia de fase o desfase** entre dos puntos x_1 y x_2 se calcula a partir del valor de la fase para dichos puntos fijando el tiempo:

$$\Delta\varphi = 2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right]-2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right]=2\pi\frac{x_2-x_1}{\lambda}$$



- **Análogamente calculamos la diferencia de fase de un punto para dos tiempos diferentes.**

4.1 Energía e intensidad de las ondas armónicas

- Las ondas al propagarse en los medios materiales se debilitan al alejarse del foco, lo que supone una disminución de su intensidad, que hace que se amortigüe su amplitud. Este fenómeno se debe a dos causas completamente diferentes: **atenuación y absorción.**
- **La energía de la partícula que vibra (foco), es la energía que transporta la onda**:

$$E=\frac{kA^2}{2}=\frac{mw^2A^2}{2}=\frac{4\pi^2 mA^2}{2T^2}=2\pi^2 mf^2A^2$$

- **Energía que es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y la amplitud.**
- Para medir esta energía se definen:
- **Potencia emisiva del foco**: energía que emite el foco en la unidad de tiempo.

$$P_{foco}=\frac{E}{t}\left[\frac{J}{s}=w(vatios)\right]$$

- **Intensidad de una onda en un punto:** energía que atraviesa la unidad de superficie, perpendicular a la onda, situada en ese punto, en cada segundo:

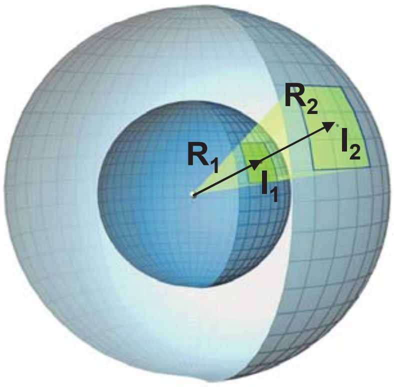
$$I=\frac{Energia}{\sup.tiempo}=\frac{Potencia}{\sup}\quad S.I.:\left[\frac{J}{m^2 s}\right]=\left[\frac{w}{m^2}\right]$$

4.2 Energía e intensidad de las ondas armónicas: atenuación

- **Atenuación:** Se produce en ondas esféricas y en ondas planas, ya que la energía que transporta la onda (emitida por el foco), debe distribuirse entre mayor número de partículas a medida que la onda avanza.

- En las **ondas esféricas:** sean **I_1 e I_2** las intensidades de la onda, que atraviesa las superficies de radios **R_1 y R_2** .

$$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2} \quad ; \quad I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}$$



- Dividiendo ambas ecuaciones y recordando que la energía es proporcional a A^2, se deduce que la amplitud de la onda es inversamente proporcional a la distancia al foco:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

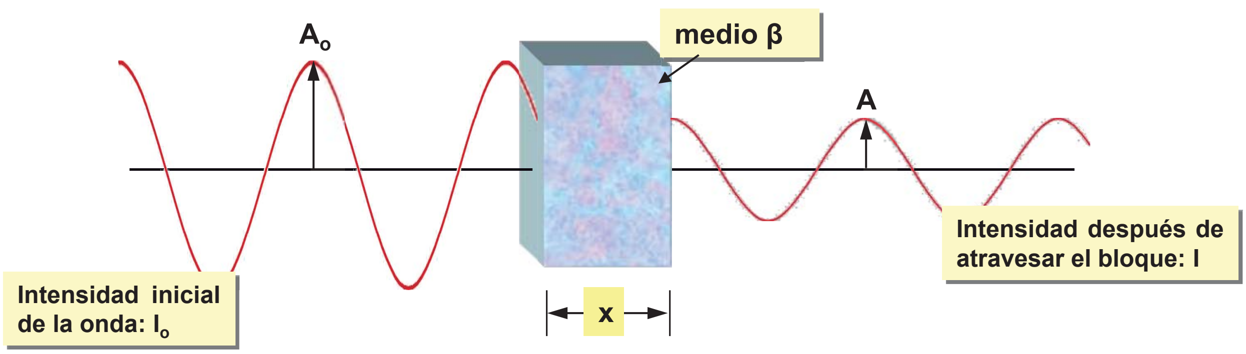
- En las **ondas planas:** **I_1 e I_2** son las intensidades de la onda, que atraviesa las circunferencias de radios **R_1 y R_2** .

$$I_1 = \frac{P}{2\pi R_1} \; ; \; I_2 = \frac{P}{2\pi R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2}{R_1}$$

4.3 Energía e intensidad de las ondas armónicas: absorción

- **Absorción:** el medio material absorbe la energía de la onda, debido al rozamiento, viscosidad, etc.

- Llamamos **I_o** a la intensidad inicial de la onda, **I** a la intensidad de la onda tras haber recorrido el espacio **x (m)** y **β al coeficiente de absorción del medio:**



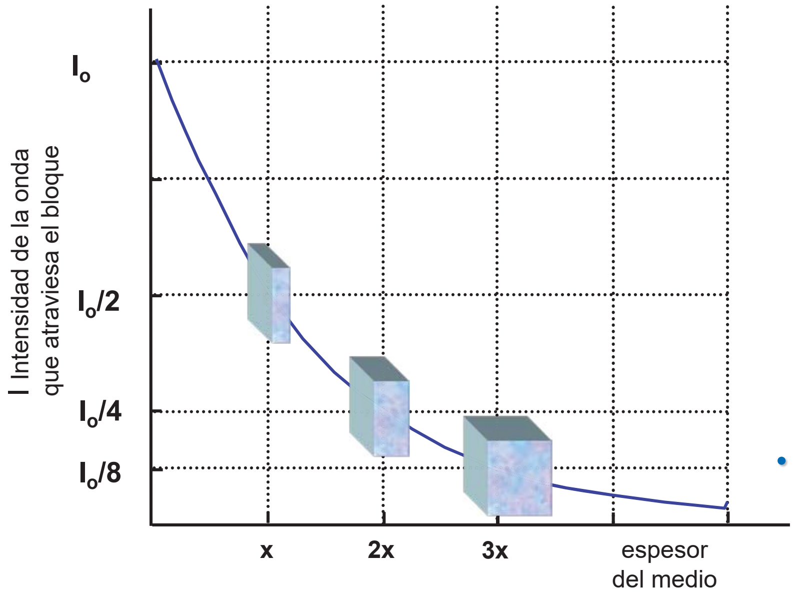
$$-dI = \beta I\, dx \Rightarrow \int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_0^x \beta dx \Rightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -\beta x \Rightarrow \boxed{I = I_0\, e^{-\beta x}}$$

- **La intensidad de la onda decrece exponencialmente con la distancia recorrida por la onda a través del medio absorbente.**

4.4 Energía e intensidad de las ondas armónicas: absorción

- **Espesor de semiabsorción** de un medio es la distancia x que debe recorrer la onda por ese medio, para que su intensidad I_o se reduzca a la mitad:

$$\boxed{I = I_0\, e^{-\beta x}}$$



$$\frac{I_0}{2} = I_0\, e^{-\beta x}$$

$$\ln\frac{1}{2} = \ln\left(e^{-\beta x}\right)$$

$$-\ln 2 = -\beta x$$

$$\boxed{x = \frac{\ln 2}{\beta}}$$

- **Espesor de semiabsorción:** sólo depende del medio por el que se propaga la onda.

4.5 Ondas armónicas: ejercicios

1.- Se tensa una cuerda larga que tiene una densidad lineal de masa de 0,01 kg/m aplicando una fuerza de 60 N. Si se hace oscilar transversalmente un extremo de la cuerda, ¿con qué velocidad se propagarán las ondas en la cuerda?

2.- Una onda armónica viene descrita por la ecuación: $y = 15 \text{ sen } (0{,}4x - 20t)$ cm
Determina:
a) La amplitud, la frecuencia angular y el número de onda.
b) La longitud de onda, la frecuencia y el período.
c) La velocidad y el sentido de la propagación. :

3.- Una onda armónica viene descrita por la ecuación: $y = 25 \cos \pi\, (2x - 5t)$ cm
Determina:
a) La longitud de onda y el período.
b) La velocidad y aceleración de oscilación transversal en t = 0 s, en un punto situado en x = 5,3 cm.

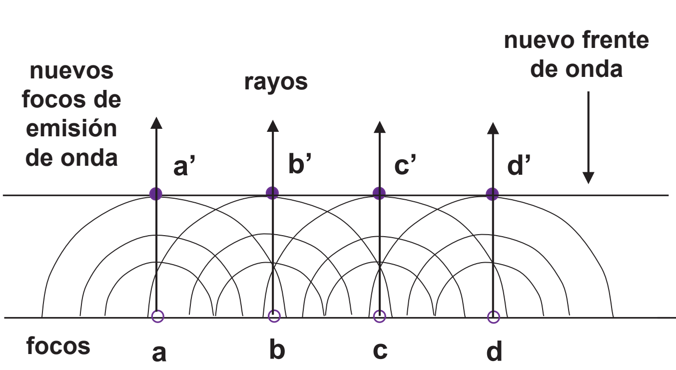
4. Una onda se propaga según la expresión: $y = 0{,}1\text{sen } 2\pi\, (100t - x/0{,}40)$ cm
Donde x e y se expresan en metros, y t, en segundos. Determina:
a) La longitud de onda, el período y la velocidad de propagación de la onda.
b) La distancia entre puntos que están en fase y en oposición de fase.

5.- Sabiendo que el radio terrestre es de 6 370 km y que la distancia media al Sol es de $1{,}496 \cdot 10^8$ km, determina que porción de la energía irradiada en la superficie solar llega a la terrestre (considera como superficie terrestre su sección transversal, de área πr^2).

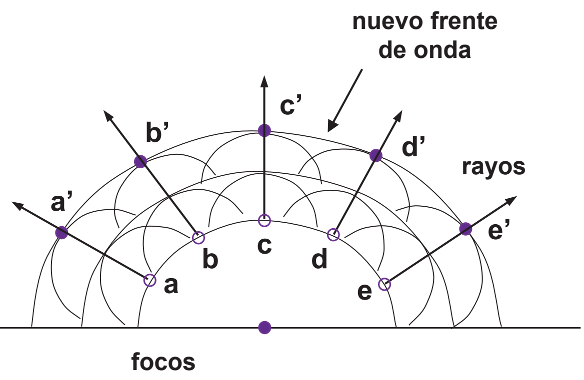
5.1 Estudio cualitativo de las propiedades de las ondas

- **Principio de Huygens**
- La naturaleza de las ondas y su forma de propagarse se explica mediante un método geométrico propuesto por Huygens en la siglo XVII, que lleva su nombre.
- Se llama **frente de onda** a la superficie formada por todos los puntos que son alcanzados, al mismo tiempo, por la onda. Estos puntos se encuentran en fase. Las líneas perpendiculares al frente de onda, en cada punto, se llaman **rayos.**
- **Principio de Huygens:** cada uno de los puntos a, b, c, d de un frente de ondas, se convierte en nuevo foco de emisión de ondas, la envolvente de esos frentes de ondas es el nuevo frente de la onda primitiva.

Frente de onda plano

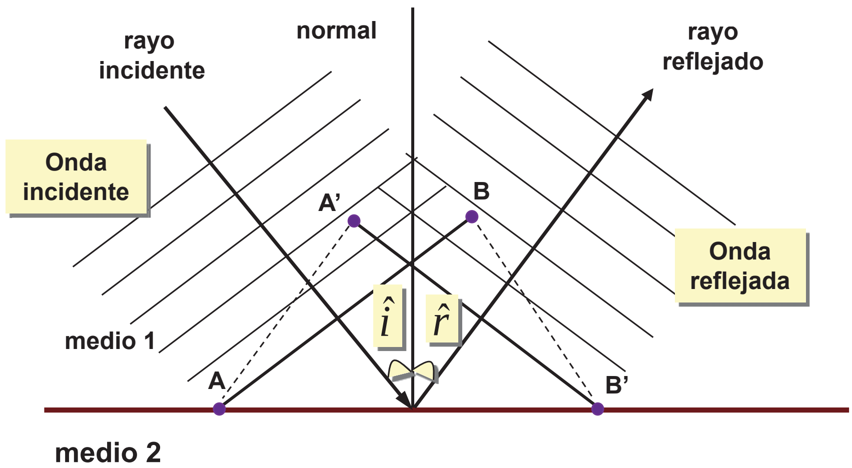


Frente de onda esférico



5.2 Reflexión de las ondas

- **Reflexión:** es el cambio de dirección que una onda experimenta al incidir en la superficie de separación de dos medios y continuar propagándose por el mismo medio. Como la onda, no cambia de medio, no modifica su velocidad.



LEYES DE LA REFLEXIÓN

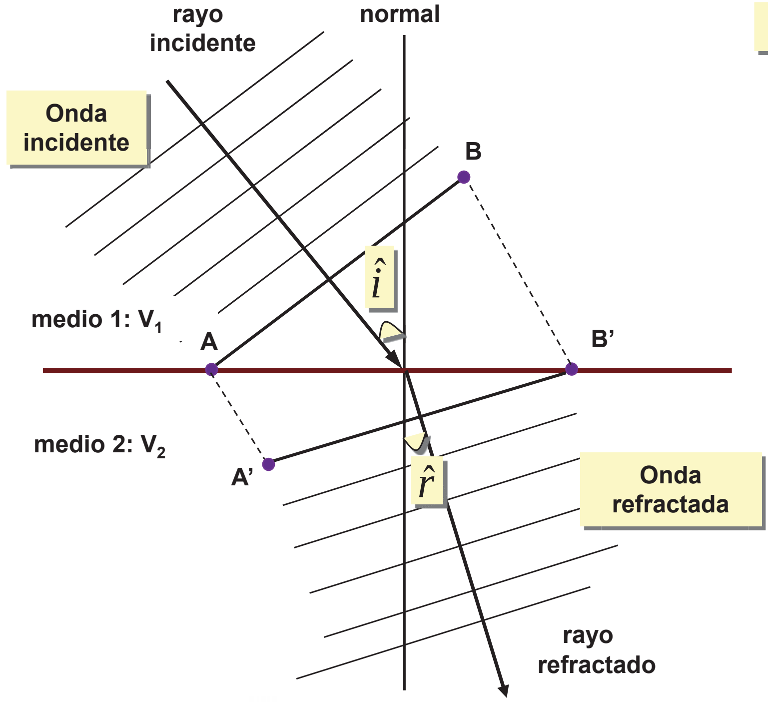
- a) La dirección de propagación de la onda incidente, de la onda reflejada y la normal en el punto de incidencia, están en el mismo plano.
- b) El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión:

$$\hat{i} = \hat{r}$$

- **Interpretación geométrica:**
- **El frente de onda AB** llega a la superficie que separa un medio del otro; el punto A, es el primero en convertirse en nuevo foco de emisión de ondas, reflejándose. Cuándo B llega a B', A se encuentra en A'. **El frente A'B' corresponde a la onda reflejada.**

5.3 Refracción de las ondas

- **Refracción:** es el cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio a otro, en el que posee distinta velocidad de propagación.



LEYES DE LA REFRACCIÓN

- a) Las direcciones de propagación de la onda incidente, onda refractada y normal a la superficie que separa ambos medios, están en el mismo plano.
- b) Ley de Snell: el cociente entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es igual al cociente entre las velocidad de propagación de la onda en el primer y segundo medio:

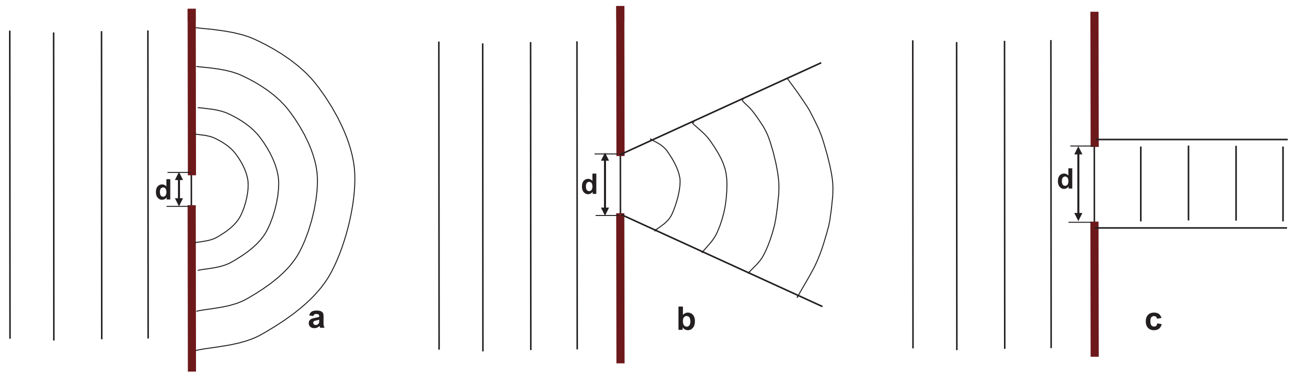
$$\frac{\operatorname{sen} \hat{i}}{\operatorname{sen} \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

- **interpretación geométrica: el frente de onda AB** llega a la superficie que separa los dos medios. Cómo v_1 es mayor que v_2 , en el mismo tiempo se recorre la distancia **AA' y BB',** por lo que la onda refractada se acerca a la normal.

5.4 Difracción de las ondas

- **Difracción:** fenómeno que se produce cuando una onda encuentra un obstáculo o una abertura al propagarse, cuyo tamaño es comparable a su longitud de onda.
- Cuándo el frente de onda alcanza la rendija de abertura d, cada punto de la misma se convierte en foco de emisión de onda **(Principio de Huygens).**

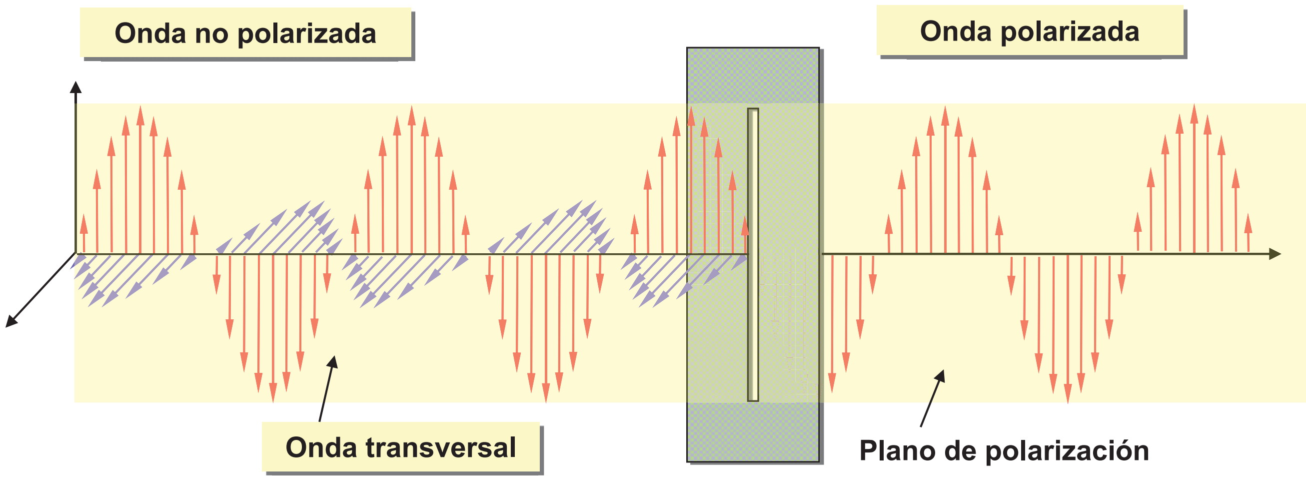
difracción: d = λ **difracción: d > λ** **no difracción: d >> λ**



- **La onda plana que llega a la rendija estrecha,** se propaga en otras direcciones, comprendidas en un cierto **ángulo α, que depende de los valores de la longitud de onda λ y de la anchura de la rendija d.**
- **Se cumple que sen α = λ / d** por lo que si d = λ, el ángulo en el que se propaga la onda tras salvar el obstáculo es de α = 90º. La difracción alcanza todo el espacio exterior de la rendija, la rendija es cómo un punto para fenómenos ondulatorios (fig. a).
- **Si d > λ hay difracción para ángulos α < 90º (fig.b) . Para d >>λ no hay difracción (fig. c)**

5.5 Polarización de las ondas

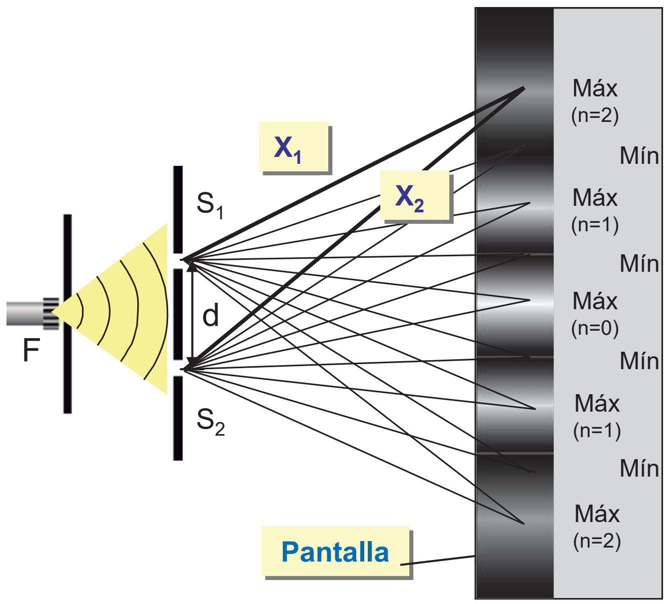
- En las ondas transversales, las partículas pueden vibrar en cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación de la onda.
- Si hacemos que las vibraciones se produzcan en un único plano, tenemos una **onda polarizada plana.**
- Ese plano se llama plano de polarización, que estará definido por la dirección de propagación y la dirección de vibración.



- **Sólo las ondas transversales pueden polarizarse.**
- En las ondas longitudinales, las partículas vibran en la dirección de propagación de la onda, por lo que no tiene sentido hablar de polarización.

5.6 Interferencias de las ondas

- **Interferencias** es una de las propiedades más características de las ondas. Se usa como criterio para determinar si un fenómeno es de naturaleza ondulatoria.



- **Interferencia** es el fenómeno físico que se produce cuando un punto es alcanzado simultáneamente por dos o más movimientos ondulatorios.
- **Ondas han de ser coherentes,** para que se produzca el fenómeno de interferencia, es decir, tener la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud. Sólo diferir en la fase.
- Las ondas que se originan en los **focos S_1 y S_2** alcanzan de forma simultánea distintos puntos de la pantalla, donde se obtienen puntos brillantes y oscuros.

- **Principio de superposición:** el punto alcanzado por las dos ondas se ve forzado a seguir un movimiento que es la suma vectorial de los movimientos correspondientes a una y otra onda.

5.7 Interferencias de las ondas

- **Principio de superposición:**
- **Hay puntos brillantes donde las ondas llegan a la pantalla en FASE.** Esto ocurre cuando la diferencia de camino recorrido es un múltiplo entero de la longitud de onda.
- **Hay puntos oscuros donde las ondas llegan en FASE OPUESTA.** El movimiento resultante puede ser nulo. La diferencia de distancias es un número impar de semilongitudes de onda.

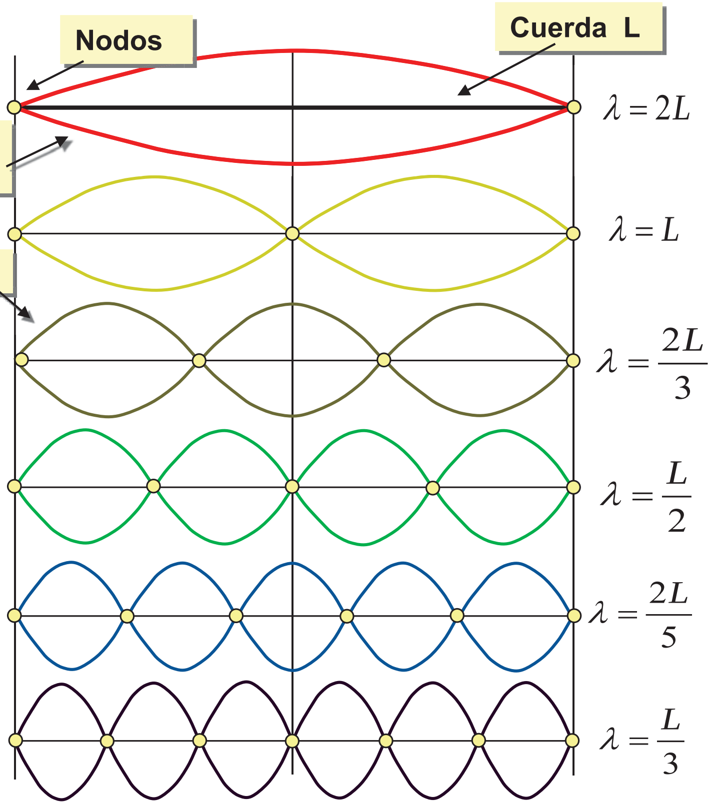
	Ondas en fase	Ondas en fase opuesta
Diferencia de camino recorrido por cada onda	$x_2 - x_1 = n\lambda$	$x_2 - x_1 = [2n-1]\dfrac{\lambda}{2}$
Interferencia	Constructiva o ventral	Destructiva o nodal
Amplitud de la onda resultante	$A_1 + A_2 \Rightarrow 2A$	$A_1 - A_2 \Rightarrow 0$

- **Ondas estacionarias:** son un caso particular de interferencias .
- Cuando dos ondas de igual frecuencia y amplitud se desplazan en sentidos contrarios desfasadas media onda, se produce una onda estacionaria.

5.8 Instrumentos musicales de cuerdas

- **Los instrumentos de cuerda:** guitarras, violines, etc, funcionan con ondas estacionarias sobre cuerdas sujetas por ambos extremos, que serán nodos.
- **La onda que se propaga en una cuerda de longitud L debe cumplir:**

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}}$$



- **Frecuencia con que vibra la cuerda:**

$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad \boxed{f = n\frac{v}{2L}}$$

- **La frecuencia o armónico fundamental** de vibración se produce cuando n = 1, lo que implica que: f = v/2L.
- **Para n = 2,3… se obtiene el primer, segundo,.. armónico**. Son, múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

1.- Un movimiento tiene por ecuación y = 8(cm) sen (40 t - 0,1 x), t(s) y x(cm), Determinar: a) amplitud, período y frecuencia del movimiento, b) longitud de onda y velocidad, c) elongación y velocidad para t = 0,15 s, de un punto situado a una distancia de 40 cm del foco.

- Comparamos la ecuación de una onda armónica con la de este movimiento:

$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt-kx\right] \;\Rightarrow\; y = 8\,(cm)\,sen\left[40t-0{,}1x\right]$$

- a) Amplitud A, período T y frecuencia f:

A = 8 cm $\qquad 40t = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{20}s \;\Rightarrow\; f = \frac{1}{T} = \frac{20}{\pi}Hz = 6{,}37\,Hz$

- b) Longitud onda λ y velocidad de propagación v:

$$0{,}1x = 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20\,\pi\,cm = 62{,}8\;cm \;\Rightarrow\; v = \frac{\lambda}{T} = \frac{20\,\pi.20}{\pi}m.s^{-1} = 400\;cm.s^{-1}$$

- c) Elongación y velocidad de vibración del punto a 40 cm del foco para el tiempo 0,15 s :

$$y = 8\,sen\,2\pi\left[\frac{0{,}15}{0{,}157}-\frac{40}{62{,}8}\right] = 7{,}26\,cm$$

$$v = \frac{dy}{dt} = Aw\cos\left[40t-0{,}1x\right] = 8.40\cos\left[40.0{,}15-0{,}1.40\right] = -133{,}18\;cm.s^{-1}$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

2. Hallar la ecuación de un movimiento ondulatorio que se propaga linealmente con una velocidad de 360 m/s, sabiendo que su frecuencia es 50 Hz y su amplitud 10 cm.

- Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt-kx\right]$$

- Siendo la pulsación: $\quad w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 100\,\pi\;Hz$

- El número de onda: $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v.T} = \frac{2\,\pi.50}{360}m.s^{-1}$

- Sustituyendo en la ecuación de la onda:

$$y = 0{,}1\,sen\,2\pi\left[50t-\frac{50}{360}x\right] = 0{,}1\,sen\left[100\pi t-\frac{10\pi}{36}x\right](m)$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

3. Dada la ecuación:

y = 8 sen 2 (t/0,05 – d/20), las distancias (cm) y el tiempo (s),

Determinar: a) el período, frecuencia y longitud de onda, b) la elongación y la velocidad al cabo de 0,5 s y a una distancia del foco de 120 cm.

- Por comparación de la ecuación de una onda armónica con la de este movimiento:

$$y = A sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = A\, sen\left[wt - kx\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 8\ sen\, 2\left[\frac{t}{0,05} - \frac{x}{20}\right] = 8\, sen\left[40t - 0,1x\right]$$

- a) Período T, frecuencia f y longitud de onda λ:

$$\frac{2t}{0,05} = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow T = 0,05\,\pi\, s \Rightarrow f = \frac{20}{\pi} Hz \Rightarrow \frac{2d}{20} = 2\pi\frac{d}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20\,\pi\, cm$$

- b) Elongación y velocidad de vibración al cabo de 0,5s y a 120 cm del foco:

$$y = 8\, sen\, 2\pi\left[\frac{0,5}{0,05\,\pi} - \frac{120}{20\,\pi}\right] = 7,91 cm$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 8.40\cos\left[40.0,5 - 0,1.120\right] = -46,56\ \ cm.s^{-1}$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

4. Un movimiento ondulatorio viene expresado por la ecuación:

y = 0,01 sen 2π (500 t -x) donde y se expresa en cm.

Determinar: a) la frecuencia y la velocidad de propagación, b) la onda idéntica propagándose en sentido contrario.

- Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = 0,01\, sen\, 2\pi\left[500t - x\right] \Rightarrow A\, sen\left[wt - kx\right]$$

- a) Frecuencia f: $w = 2\pi\ f = 2\pi.500 \Rightarrow f = 500\, Hz$

- Velocidad de propagación de la onda v:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \Rightarrow \lambda = 1 cm \Rightarrow v_{prop} = \lambda\, f = 1 cm.500\, Hz = 500\ cm.s^{-1}$$

- b) Onda en sentido contrario:

$$y = 0,01\, sen\, 2\pi\left[500t + x\right]$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

5. El período de un movimiento ondulatorio que se propaga por el eje de abscisas, es de 0,003 s. La distancia entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es π/2 vale 30 cm. Calcular la longitud de onda y la velocidad de propagación.

- A partir de la diferencia de fase, calculamos la longitud de onda de este movimiento :

$$\Delta\vartheta = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2\pi\frac{30\,cm}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{30.2\pi.2}{\pi} = 120\,cm$$

- Velocidad de propagación: $v_{prop} = \frac{\lambda}{T} = \frac{120\,cm}{0,003s} = 400\ m.s^{-1}$

- Dos puntos están en fase cuando: $\Delta\vartheta = 2\pi, 4\pi\ldots = n\,2\pi$

- Dos puntos están en oposición de fase cuando: $\Delta\vartheta = \pi, 3\pi\ldots = (2n+1)\,\pi$

- Dos puntos están en cuadratura cuando: $\Delta\vartheta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\ldots = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

6. La ecuación de una onda es: y = 0,5 cos 4π (10 t - x) en el S.I.
Calcular: a) la velocidad de propagación de la misma, b) la diferencia de fase entre dos puntos separados 0,5 m.

- a) Ecuación del movimiento:

$$y = 0,5\cos 4\pi[10t - x] \Rightarrow A\,sen[wt - kx]$$

- Las funciones seno y coseno están desfasadas π/2 radianes:

$$w = \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = 0,05\,s$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \lambda = 0,5\,m$$

$$v_{prop} = \frac{\lambda}{T} = 10\,m.s^{-1}$$

- b) El desfase entre dos puntos separados 0,5 cm vale:

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1\ [40\pi t - 4\pi x_2] - [40\pi t - 4\pi x_1] = 4\pi[x_2 - x_1] = 4\pi.0,5 = 2\pi\,rad$$

Estos dos puntos se encuentran en fase.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

7. En una cuerda de piano de 1,21 m de longitud se genera una onda al ser golpeada, se propaga a 20 m/s, se refleja en los límites fijos y se forman ondas estacionarias. ¿Cuál es la frecuencia fundamental emitida por dicha cuerda?. ¿Y el valor del primer armónico?.

- Las ondas estacionarias que se propagan en una cuerda de longitud L, deben cumplir que:

$$L_{cuerda} = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \Rightarrow v_{prop.onda} = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2L}$$

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1:

$$f_{fundamental\ (n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{20}{2.1,21} = 8,26\, Hz$$

- Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{primer\ \ armónico\ (n=2)} = 2.\frac{20}{2.1,21} = 16,52\, Hz$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

8. Una estación de radio transmite a 760 kHz. La velocidad de las ondas de radio es de 3.10[8] m/s. a) ¿Cuál es la longitud de onda de la radiación emitida?; b) ¿Y el período?.

- A partir de la velocidad de propagación de la onda, calculamos su longitud de onda y su período:

$$v_{prop.} = \lambda f \Rightarrow \lambda_{onda\ radio} = \frac{v}{f} = \frac{3.10^8\, m.s^{-1}}{760.10^3\, Hz} = 394,7\, m \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{760.10^3\, Hz} = 1,3.10^{-6}\, s$$

9. Se hace vibrar el extremo de una cuerda tensa con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 60 Hz. Si la velocidad de propagación es 1200 m/s. a)¿Cuál es la longitud de onda?; b) escribir la ecuación de este movimiento ondulatorio y representarlo gráficamente.

- a) Longitud de onda: $v_{prop.} = \lambda f \Rightarrow \lambda_{onda\ cuerda} = \frac{v}{f} = \frac{1200\, m.s^{-1}}{60\, Hz} = 20\, m$

- b) Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = A sen\left[wt - kx\right] = 5.10^{-2}\, sen\left[2\pi .60t - \frac{2\pi}{20}x\right] = 5.10^{-2}\, sen\left[120\pi t - \frac{\pi}{10}x\right]\ (m)$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

10. La expresión matemática de una onda, en el S.I. es: y = 3 sen 2π (0,05 t – 0,01x) Calcular: a) la longitud de onda, el período y la velocidad de propagación, b) explique si se trata de una onda longitudinal o transversal e indique en qué sentido se propaga.

- a) La longitud de onda λ y el período T:

$$2\pi.0,01x = 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{0,01} = 100\,m \qquad 2\pi.0,05t = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{0,05}s = 20\,s$$

- La velocidad de propagación v: $v_{propagación} = \frac{\lambda}{T} = \frac{100m}{20s} = 5\,m.s^{-1}$

- b) Se trata de una onda transversal armónica, que se propaga en el sentido positivo del eje x.

11. En una cuerda de guitarra se produce una onda de λ = 0,6 m. Si la frecuencia de vibración es de 750 Hz, calcular la velocidad de propagación de esa onda en la cuerda.

- Velocidad de propagación: $v_{prop} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 0,6\,m.750\,Hz = 450\,m.s^{-1}$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

12. Un tren de ondas plano incide con una inclinación de 30º sobre la superficie plana de separación de dos medios, cuyas velocidades de propagación son 800 y 1500 m/s respectivamente. a) Calcular el ángulo de refracción; b) Idem, si atraviesa el frente de onda la superficie de separación en sentido inverso, con el mismo ángulo de incidencia; c)hallar el ángulo límite.

- a) Ley de Snell para la refracción de las ondas al pasar de viajar a 800 m/s a 1500 m/s:

$$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow sen\,\hat{r} = sen\,30^o\frac{1500\,m.s^{-1}}{800\,m.s^{-1}} = 0,9375 \Rightarrow \hat{r} = \arcsin 0,9375 = 69^o 38'9"$$

- b) Si el frente de onda viaja en sentido inverso, pasando de viajar a 1500 m/s a 800 m/s:

$$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow sen\,\hat{r} = sen\,30^o\frac{800\,m.s^{-1}}{1500\,m.s^{-1}} = 0,2667 \Rightarrow \hat{r} = \arcsin 0,2667 = 15^o 27'57"$$

- c) Ángulo límite: ángulo de incidencia al que le corresponde un ángulo de refracción de 90º. La onda pasa del medio por el que viaja a menor velocidad (800 m/s) al medio en el que viaja a mayor velocidad (1500 m/s):

$$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{sen\,\hat{L}}{sen\,90} = \frac{800\,m.s^{-1}}{1500\,m.s^{-1}} \Rightarrow \hat{L} = 32^o 13'51"$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

13. Un oscilador de frecuencia 2Hz actúa en el extremo de una piscina. Un observador se da cuenta que la perturbación tarda 20 s en recorrer los 10 m que hay hasta el otro extremo donde un corcho se eleva 5 cm por encima de su posición de equilibrio. ¿Cuál es la expresión matemática que describe este movimiento?.

- Se conoce: A = 0,05 m; T = 1/f = 0,5 s y λ = v.T = (10 m / 20 s).0.5 s = 0,25 m
- Ecuación del movimiento: $y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = 0,05\,sen\,2\pi\left[2t - 4x\right]\ (m)$

14. Determina la distancia que debe recorrer una onda a través de un medio para que su intensidad se reduzca a la mitad y a la cuarta parte.

- Los medios materiales absorben la energía de las ondas; su intensidad decrece exponencialmente con el grosor o la distancia:

$$I = I_0\,e^{-\beta x} \;\Rightarrow\; \frac{I_0}{2} = I_0\,e^{-\beta x} \;\Rightarrow\; -\ln 2 = -\beta x \;\Rightarrow\; x = \frac{\ln 2}{\beta}$$

- Análogamente: $\frac{I_0}{4} = I_0\,e^{-\beta x'} \;\Rightarrow\; -2\ln 2 = -\beta x' \;\Rightarrow\; x' = 2\frac{\ln 2}{\beta} = 2x$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

15. Un foco emite ondas esféricas con una potencia de 20w. Calcula la intensidad de la onda a una distancia de 2m y 4m del foco. ¿Cuál es la relación entre las intensidades y las amplitudes a esas distancias del foco?

- La atenuación de una onda es la disminución de su intensidad con la distancia al foco emisor.

$$I_1 = \frac{Energía}{\sup.tiempo} = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{20w}{4\pi.2^2} = 0,4\,w.m^{-2}$$

- Igualmente: $I_2 = 0,1\,w.m^{-2}$

- Relación entre las intensidades:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{P}{4\pi r_1^2} : \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{4^2}{2^2} = 4 \;\Rightarrow\; I_2 = \frac{I_1}{4}$$

- Relación entre las amplitudes:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = 4 \;\Rightarrow\; \frac{A_1}{A_2} = 2 \;\Rightarrow\; A_2 = \frac{A_1}{2}$$

16. Una onda transversal queda definida por la ecuación y = 3 cosπ[t/2 + x/80] con x,y en cm y t en s. Determina: a) la diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es 8 s y 9 s. b) la diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 400 cm y 440 cm.

- a) Diferencia de fase para la misma partícula con un intervalo de tiempo de 8 s:

$$\Delta\varphi = \pi\left[\frac{t_2}{2}+\frac{x}{80}\right]-\pi\left[\frac{t_1}{2}+\frac{x}{80}\right] = \pi\left[\frac{t_2-t_1}{2}\right] = \pi\frac{8}{2} = 4\pi\ rad\quad Están\ en\ fase$$

- De igual manera para: $t_2 - t_1 = 9s \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{9\pi}{2} = 4\pi + \frac{\pi}{2}(rad)$

- b) Diferencia de fase, en un instante dado, para dos partículas separadas 400 cm:

$$\Delta\varphi=\pi\left[\frac{t}{2}+\frac{x_2}{80}\right]-\pi\left[\frac{t}{2}+\frac{x_1}{80}\right]=\pi\left[\frac{x_2-x_1}{80}\right]=\pi\frac{400}{80}=5\pi\ rad=4\pi+\pi\quad En\ \ fase\ opuesta$$

- De igual manera para:

$$x_2 - x_1 = 440\,cm \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{11\pi}{2} = 4\pi + \frac{3\pi}{2}(rad)$$

17. Una cuerda de guitarra de 1 m de larga fija por ambos extremos vibra formando 4 nodos. Los puntos centrales de la cuerda tiene un desplazamiento máximo de 4 mm. Si la velocidad de las ondas en la cuerda es 660 m/s, determina la frecuencia fundamental de vibración de la cuerda.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{660\,m.s^{-1}}{2.1\,m} = 330\,Hz$$

18. a) Se hace vibrar una cuerda de guitarra de 0,4 m de longitud, sujeta por los extremos. Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda es de 352 m.s^{-1}. b) Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda de guitarra, el sonido es más agudo.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{352\,m.s^{-1}}{2.0,4\,m} = 440\,Hz$$

- Al acortar la longitud L de la cuerda, la frecuencia aumenta, por lo que el sonido será más agudo.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

19. Una onda sonora plana, de ecuación y(x, t) = 6.10^{-6} cos [1800t + 5,3x] en unidades del S.I. , se refleja sin atenuación en una pared, con inversión de fase. Determina la frecuencia de la onda. Calcula la velocidad de propagación y di si se está propagando en el aire. Dibuja la onda incidente y la reflejada.

- Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = 6.10^{-6}\cos\left[1800t + 5,3x\right]\ (SI) \ \Rightarrow \ A sen\left[wt - kx\right]$$

$$w = 2\pi f = 1800 \ \Rightarrow \ f = \frac{900}{\pi} Hz$$

- Velocidad de propagación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5,3 \ \Rightarrow \ \lambda = \frac{2\pi}{5,3} m \ \Rightarrow \ v_{prop} = \lambda f = \frac{2\pi}{5,3} . \frac{900}{\pi} = 340 \ m.s^{-1}$$

- Es la velocidad de propagación del sonido en el aire.

6. Cuestiones sobre movimiento ondulatorio.

1.a) Explique la periodicidad espacial y temporal de las ondas y su interdependencia. b) Una onda de amplitud A, frecuencia f, y longitud de onda λ, se propaga por una cuerda. Describir el movimiento de una partícula de la cuerda, indicando sus magnitudes características.

2. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de una onda en la superficie de separación entre dos medios. b) ¿Son iguales la frecuencia, velocidad de propagación y longitud de onda de la luz incidente que las de la luz reflejada y transmitida? Razone la respuesta.

3. a) ¿En qué consiste la refracción de las ondas? Enunciar sus leyes. b) ¿Qué características de la onda varían al pasar de un medio a otro.

4. a) ¿En qué consiste el fenómeno de polarización de las ondas?. b) ¿Se puede polarizar el sonido? Razonar la repuesta.

5. a) Explique qué magnitudes describen las periodicidades espacial y temporal de una onda e indique si están relacionadas entre sí. b) Razone qué tipo de movimiento efectúan los puntos de una cuerda por la que se propaga una onda armónica.

6. Considerar la siguiente ecuación de onda: $y(x,t) = A sen(bt - cx)$ a)¿Qué representan los coeficientes A, b, c? ¿cuáles son sus unidades?. b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera “coseno” en lugar de “seno”? ¿ y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de - ?.

7. La ecuación de una onda armónica en una cuerda tensa es: $y(x,t) = A sen(wt - kx)$
a) Indicar el significado de las magnitudes que aparecen en dicha expresión. b) Escribir la ecuación de otra onda que se propague en la misma cuerda, en sentido opuesto, de amplitud mitad y frecuencia doble que la anterior.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio.

8. El período de una onda que se propaga a lo largo del eje x es de 3.10^{-3} s, y la distancia entre dos puntos más próximos cuya diferencia de fase es $\pi/2$ radianes es de 20 cm. a) Calcular la longitud de onda y la velocidad de propagación. b) Si el período se duplicase, ¿qué le ocurriría a las magnitudes del apartado anterior?.

9. La ecuación de una onda que se propaga en una cuerda es: $y(x, t) = 0{,}5 \text{ sen } \pi (8t - 4x)$ (en unidades S. I.) a) Determinar la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda y explicar el significado de cada una de ellas. b) Representar gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante t = 0 , y la elongación en x = 0 en función del tiempo.

10. Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje X. Su longitud de onda es 3,75 m, su amplitud 2 m y su velocidad de propagación 3 m·s–1.
a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que en el punto x = 0 la perturbación es nula en t = 0. b) Determine la velocidad y la aceleración máximas de un punto del medio.

11. Una onda plana viene dada por la ecuación: $y(x, t) = 2 \cos \pi (100t - 5x)$ (S. I.), donde x e y son coordenadas cartesianas. a) Hacer un análisis del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal y cuál es su sentido de propagación. b) Calcular la frecuencia, el período, la longitud de onda y el número de onda, así cómo el módulo, dirección y sentido de la velocidad de propagación de la onda.

12. Un altavoz produce una onda sonora de 10^{-3} m de amplitud y una frecuencia de 200 Hz, que se propaga con una velocidad de 340 $m \cdot s^{-1}$.
a) Escriba la ecuación de la onda, suponiendo que ésta se propaga en una sola dirección.
b) Represente la variación espacial de la onda, en los instantes t = 0 y t = T / 4.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio.

13. Por una cuerda se propaga la onda de ecuación: $y(x, t) = 0{,}05 \text{ sen } 2\pi (2t - 5x)$ (S. I.)
a) Indique de qué tipo de onda se trata y determine su longitud de onda, frecuencia, periodo y velocidad de propagación. b) Represente gráficamente la posición de un punto de la cuerda situado en x = 0, en el intervalo de tiempo comprendido entre t = 0 y t = 1s.

14. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a 2 $m \cdot s^{-1}$. a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula. b) Determine la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s.

15. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:

$$y(x, t) = 4 \text{ sen } \pi (50t - 4x) \text{ (S. I.)}$$

a) Calcular la amplitud, la longitud de onda y el período de dicha onda. ¿Qué significado físico tiene el signo menos que aparece dentro del paréntesis?. b) Determinar la velocidad de propagación de la onda. ¿Se mueven los puntos del medio con esa velocidad?.

16. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$$y(x, t) = 0{,}06 \cos 2\pi (4t - 2x) \text{ (S. I.)}$$

a) Calcular la diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula de la cuerda en los instantes t = 0 y t = 0,5 s. b) Hacer una representación gráfica aproximada de la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.

17. Un haz de ondas posee una intensidad $I = 10^{-2}$ w/m^2 al incidir en un medio absorvente de 20 cm de espesor. Si la intensidad a la salida se ha reducido a las 3/4 partes del valor inicial. Calcula: a) el coeficiente de absorción; b) el espesor de semiabsorción, c) espesor necesario para que la intensidad se reduzca un 70%.